МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.1.1	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Код направления подготовки	01.06.01
Направление подготовки	Математика и механика
Наименование ОПОП (профиль)	Математика и механика
Год начала подготовки	2014-2015
Уровень подготовки	подготовка кадров высшей квалификации
Форма обучения	Очная, заочная

Разработчики:

должность	ученая степень, звание	подпись	ФИО
профессор кафедры высшей математики	доктор физ.-мат. наук, доцент		Алероев Темирхан Султанович
Заведующий кафедрой высшей математики	Доктор технических наук		Фриштер Людмила Юрьевна

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей математики:

должность	подпись		ученая степень и звание, ФИО	
Зав. кафедрой высшей математики			Доктор тех. наук, Фриштер Людмила Юрьевна	
год обновления	2015	2016		
Номер протокола	№1			
Дата заседания кафедры высшей математики	31.08.2015			

Рабочая программа утверждена и согласована:

Подразделение / комиссия	Должность	ФИО	подпись	Дата
Методическая комиссия	Председатель МК	Леонтьев А.Н.		
НТБ	Директор	Ерофеева О.Р.		
ЦОСП	Начальник	Беспалов А.Е.		

1. Цель освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» в соответствии с общими целями основной профессиональной образовательной программы послевузовского профессионального образования (аспирантура) (далее - образовательная программа послевузовского профессионального образования) являются:

1) формирование у аспирантов представлений о методах исследования динамических систем;

2) овладение современными методами качественного исследования систем дифференциальных уравнений.

Данная дисциплина относится к разделу обязательные дисциплины (подраздел специальные дисциплины отрасли науки и научной специальности) образовательной составляющей образовательной программы послевузовского профессионального образования по специальности научных работников 01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин по программам специалитета или бакалавриата – магистратуры: математический анализ, функциональный анализ, линейная алгебра и дифференциальные уравнения.

Знания и умения, приобретенные аспирантами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при написании диссертационной работы.

В результате изучения данного курса у аспиранта должно укрепиться целостное представление об основных понятиях и методах, о месте и роли математики в различных областях человеческой деятельности.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели освоения (показатели достижения результата)	Код показателя освоения
Владение методами общей теории дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений	ПК 1-1	**Знает** методы общей теории дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений	З1
		Умеет формулировать физико-математическую постановку задачи исследования; выбирать и реализовывать методы ведения научных исследований, анализировать и обобщать результаты исследований, доводить их до практической реализации.	У1
		Владеет математическим аппаратом общей теории	Н1

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели освоения (показатели достижения результата)	Код показателя освоения
		дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений	
Способность анализировать начально-краевые и спектральные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений .	ПК 1-2.	**Знает** начально-краевые и спектральные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений .	З2
		Умеет анализировать начально-краевые и спектральные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.	У2
		Владеет законами и методами анализа начально-краевых и спектральных задач для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений .	Н2

3. Указание места дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» - модуль основной образовательной программы послевузовского профессионального образования (ООП ППО) разработана на основании законодательства Российской Федерации в системе послевузовского профессионального образования, в том числе: Федерального закона РФ от 22.08.1996 № 125-ФЗ «О высшем и послевузовском профессиональном образовании», Положения о подготовке научно-педагогических и научных кадров в системе послевузовского профессионального образования в Российской Федерации, утвержденного приказом Министерства общего и профессионального образования РФ от 27.03.1998 № 814 (в действующей редакции); составлена в соответствии с федеральными государственными требованиями к разработке, на основании Приказа Минобрнауки России №1365 от 16.03.2011г. «Об утверждении федеральных государственных требований к структуре основной профессиональной образовательной программы послевузовского профессионального образования (аспирантура)» и инструктивного письма Минобрнауки России от 22.06.2011 г. № ИБ-733/12.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» обеспечивает подготовку слушателей по одной из фундаментальных математических дисциплин, являющейся мощным орудием исследования многих задач естествознания и техники. Содержание дисциплины имеет многочисленные приложения и является одним из фундаментов будущей практической и научной деятельности специалиста. Дифференциальные уравнения являются одним из основных математических понятий, наиболее широко применяемых при решении практических задач. Причина этого состоит в том, что при исследовании физических процессов, решении различных прикладных задач, как правило, не удается непосредственно найти законы, связывающие

Требования к входным знаниям, умениям и владениям студентов.

Для освоения дисциплины «««Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»» аспирант должен:

- знать:

-общие принципы качественного исследования нелинейных дифференциальных уравнений,
- построение асимптотик периодических решений сингулярно возмущенных уравнений,
- общие принципы построения нормальных форм обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений,
- понятие коразмерности критических случаев,
- утверждения о соответствии между решениями динамической системы и ее нормальной или квазинормальной формы;
- понятие быстрых и медленных движений релаксационных систем.

- уметь:

- исследовать решения динамические системы на устойчивость,
- находить нормальную и квазинормальную форму систем обыкновенных дифференциальных или разностных уравнений,
- исследовать квазимногочлены на устойчивость,
- находить асимптотику периодических решений сингулярно возмущенных уравнений второго порядка,
- для сингулярно возмущенных уравнений с запаздыванием получать предельные уравнения.

- владеть:

-методами использования в практической деятельности современных методов математики;
-способностью самостоятельно обобщать информацию и применять современные методы дифференциальных уравнений;

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетные единицы, 180 часов.

Структура дисциплины:

Форма обучения - очная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы,включая самостоятельнуюработу обучающихсяи трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Контактная работа с обучающимися					Самостоятельная работа	
				Лекции	Практико-ориентированные занятия			КСР		
					Лабораторный практикум	Практические занятия	Групповые консультации по КП/КР			
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения			4		4		13	24	
2	Дифференциальные уравнения в частных производных			4		4		13	24	Колоквиум 1
3	Динамические системы			4		4		13	24	
4	Оптимальное управление			4		4		15	22	Колоквиум 2
	ИТОГО:			**16**		**16**		**54**	**94**	Экзамен

Форма обучения - заочная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы,включая самостоятельнуюработу обучающихсяи трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Контактная работа с обучающимися					Самостоятельная работа	
				Лекции	Практико-ориентированные занятия			КСР		
					Лабораторный практикум	Практические занятия	Групповые консультации по КП/КР			
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения			4		4		13	24	
2	Дифференциальные уравнения в частных производных			4		4		13	24	Колоквиум 1
3	Динамические			4		4		13	24	

	системы									
4	Оптимальное управление			4		4		15	22	Колоквиум 2
	ИТОГО:			**16**		**16**		**54**	**94**	Экзамен

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Содержание лекционных занятий

Форма обучения – очная:

№ п/п	Название раздела (темы)	Содержание занятия.	Кол-во акад.часов
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Понятие дифференциального уравнения n-го порядка и системы дифференциальных уравнений. Общий интеграл, общее и частное решения, задача Коши. Теорема о дифференцируемости решений дифференциальных уравнений. Теоремы о продолжимости и о зависимости решений от начальных данных и параметров системы. Замена пременных. Теоремы о решениях линейных однородных уравнений. Общее решение системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная матрица однородной дифференциальной системы, определитель Вронского, матрица Коши, формула Остроградского-Лиувилля. Метод вариации произвольных постоянных Лагранжа решения линейных неоднородных систем. Решение систем однородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами алгебраическим способом. Характеристическое уравнение и вид решения дифференциального уравнения в зависимости от корней характеристического уравнения. Свойства траекторий и правых предельных множеств автономных систем. Положения равновесия и предельные циклы. Классификация особых точек, периодические решения. Исследование траекторий линейных систем на плоскости: седло, фокус, узел, центр. Общие теоремы об устойчивости линейных однородных и	4

		неоднородных дифференциальных систем. Связь устойчивости линейных однородных систем с ограниченностью решений.. Классификация и основные типы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Отличительные свойства решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Существование и общие свойства решений функционально-дифференциальных уравнений (ФДУ). Метод функционалов Ляпунова исследования устойчивости ФДУ.	
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка на плоскости. Канонические формы уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов. Классификация нелинейных уравнений второго порядка с n независимыми переменными. Задача Коши. Теорема Коши-Ковалевской. Корректность задач математической физики. Пример Адамара. Характеристическая система. Общее решение. Полные и особые интегралы. Постановки основных начально-краевых задач. Ударные волны. Условия на разрыве. Вязкие решения и их приложения. Уравнение Гамильтона-Якоби. Формула Хопфа-Лакса для обобщенного решения. Гармонические функции. Уравнение Пуассона. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Представление решений с помощью потенциалов. Основные краевые задачи. Основные свойства гармонических функций (Дифференцируемость и аналитичность. Теоремы о среднем. Принцип максимума. Теорема Лиувилля и теоремы Гарнака. Вариационные свойства). Функция Грина. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Постановки начально-краевых задач. Принцип максимума в ограниченной и неограниченной областях. Решение	4

		задачи Коши с помощью преобразования Фурье. Обобщенные решения. Задача Коши. Решение задачи Коши в случае n=1, формула Даламбера. Решение задачи Коши в случае n=2, формула Пуассона. Решение задачи Коши в случае n=3, формула Кирхгофа. Неоднородное уравнение. Принцип Дюамеля. Энергетические неравенства. Задача Коши для гиперболических систем. Теорема Ковалевской и ее обобщения. Нелинейные эллиптические, параболические и гиперболические уравнения с монотонными операторами. Метод компактности в теории нелинейных уравнений. Теория разрушения решений нелинейных уравнений. Уравнение Кортевега – де Фриза. Солитонные решения. Обратная задача рассеяния как метод решения задачи Коши.	
3	Динамические системы	Определение классической динамической системы Маркова-Биркгофа как однопараметрического семейства преобразований метрического пространства. Примеры динамических систем, задаваемых автономными обыкновенными дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных. Определения инвариантных и полуинвариантных множеств. Понятие - предельных и - предельных точек движений. Функционалы Ляпунова и их производные вдоль движений. Необходимые и достаточные условия устойчивости инвариантных множеств в терминах функционалов Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема о вполне неустойчивости. Качественная характеристика окрестности устойчивого инвариантного множества. Равномерно асимптотически устойчивые и равномерно притягивающие	4

		инвариантные множества. Теорема Зубова об области притяжения. Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с помощью функционалов Ляпунова. Периодические, квазипериодические, почти периодические и рекуррентные функции. Рекуррентные функции как наиболее общий аппарат для описания колебательных процессов в динамических системах. Теорема Биркгофа. Предельные точки движений. Устойчивость по Лагранжу. Устойчивость по Пуассону. Классификация и свойства устойчивых по Пуассону точек. Периодичность и квазипериодичность.	
4	Оптимальное управление	Допустимые программные управления, траектории и процессы системы. Условия нелокального существования траекторий при любом выборе допустимых управлений. Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации. Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию. Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость, теоремы Красовского и Калмана; геометрия неуправляемой системы. Двухточечная задача быстродействия: существование оптимального процесса; критерий оптимальности (через экстремальный принцип); принцип максимума Понтрягина (необходимое условие); достаточность принципа максимума; оптимальный синтез. Сильно монотонные проверочные функции (типа Ляпунова) и	4

		соответствующее неравенство Гамильтона-Якоби.	

Форма обучения – заочная:

№ п/п	Название раздела (темы)	Содержание занятия.	Кол-во акад.часов
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Понятие дифференциального уравнения n-го порядка и системы дифференциальных уравнений. Общий интеграл, общее и частное решения, задача Коши. Теорема о дифференцируемости решений дифференциальных уравнений. Теоремы о продолжимости и о зависимости решений от начальных данных и параметров системы. Замена пременных. Теоремы о решениях линейных однородных уравнений. Общее решение системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная матрица однородной дифференциальной системы, определитель Вронского, матрица Коши, формула Остроградского-Лиувилля. Метод вариации произвольных постоянных Лагранжа решения линейных неоднородных систем. Решение систем однородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами алгебраическим способом. Характеристическое уравнение и вид решения дифференциального уравнения в зависимости от корней характеристического уравнения. Свойства траекторий и правых предельных множеств автономных систем. Положения равновесия и предельные циклы. Классификация особых точек, периодические решения. Исследование траекторий линейных систем на плоскости: седло, фокус, узел, центр. Общие теоремы об устойчивости линейных однородных и неоднородных дифференциальных систем. Связь устойчивости линейных однородных систем с ограниченностью решений.. Классификация и основные типы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом.	4

		Отличительные свойства решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Существование и общие свойства решений функционально-дифференциальных уравнений (ФДУ). Метод функционалов Ляпунова исследования устойчивости ФДУ.	
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка на плоскости. Канонические формы уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов. Классификация нелинейных уравнений второго порядка с n независимыми переменными. Задача Коши. Теорема Коши-Ковалевской. Корректность задач математической физики. Пример Адамара. Характеристическая система. Общее решение. Полные и особые интегралы. Постановки основных начально-краевых задач. Ударные волны. Условия на разрыве. Вязкие решения и их приложения. Уравнение Гамильтона-Якоби. Формула Хопфа-Лакса для обобщенного решения. Гармонические функции. Уравнение Пуассона. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Представление решений с помощью потенциалов. Основные краевые задачи. Основные свойства гармонических функций (Дифференцируемость и аналитичность. Теоремы о среднем. Принцип максимума. Теорема Лиувилля и теоремы Гарнака. Вариационные свойства). Функция Грина. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Постановки начально-краевых задач. Принцип максимума в ограниченной и неограниченной областях. Решение задачи Коши с помощью преобразования Фурье. Обобщенные решения. Задача Коши. Решение задачи Коши в случае n=1, формула Даламбера. Решение задачи Коши в случае n=2, формула Пуассона. Решение задачи Коши в случае n=3, формула	4

		Кирхгофа. Неоднородное уравнение. Принцип Дюамеля. Энергетические неравенства. Задача Коши для гиперболических систем. Теорема Ковалевской и ее обобщения. Нелинейные эллиптические, параболические и гиперболические уравнения с монотонными операторами. Метод компактности в теории нелинейных уравнений. Теория разрушения решений нелинейных уравнений. Уравнение Кортевега – де Фриза. Солитонные решения. Обратная задача рассеяния как метод решения задачи Коши.	
3	Динамические системы	Определение классической динамической системы Маркова-Биркгофа как однопараметрического семейства преобразований метрического пространства. Примеры динамических систем, задаваемых автономными обыкновенными дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных. Определения инвариантных и полуинвариантных множеств. Понятие - предельных и - предельных точек движений. Функционалы Ляпунова и их производные вдоль движений. Необходимые и достаточные условия устойчивости инвариантных множеств в терминах функционалов Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема о вполне неустойчивости. Качественная характеристика окрестности устойчивого инвариантного множества. Равномерно асимптотически устойчивые и равномерно притягивающие инвариантные множества. Теорема Зубова об области притяжения. Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с помощью функционалов Ляпунова. Периодические, квазипериодические, почти периодические и рекуррентные	4

		функции. Рекуррентные функции как наиболее общий аппарат для описания колебательных процессов в динамических системах. Теорема Биркгофа. Предельные точки движений. Устойчивость по Лагранжу. Устойчивость по Пуассону. Классификация и свойства устойчивых по Пуассону точек. Периодичность и квазипериодичность.	
4	Оптимальное управление	Допустимые программные управления, траектории и процессы системы. Условия нелокального существования траекторий при любом выборе допустимых управлений. Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации. Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию. Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость, теоремы Красовского и Калмана; геометрия неуправляемой системы. Двухточечная задача быстродействия: существование оптимального процесса; критерий оптимальности (через экстремальный принцип); принцип максимума Понтрягина (необходимое условие); достаточность принципа максимума; оптимальный синтез. Сильно монотонные проверочные функции (типа Ляпунова) и соответствующее неравенство Гамильтона-Якоби.	4

5.2. Лабораторный практикум

Учебным планом лабораторный практикум не предусмотрен

5.3. Перечень практических занятий

Форма обучения – очная:

№	Наименование темы занятия	Содержание занятия	Кол-во акад.часов
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	1.1.Сведение уравнений n-го порядка к нормальной системе. Краевые задачи и собственные значения. Метод функции Грина. Метод Коши решения линейного неоднородного уравнения. 1.2.Автономные системы. Три типа траекторий. Фазовый портрет линейной системы второго порядка. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема о вполне неустойчивости. 1.3.Первые интегралы систем дифференциальных уравнений. 1.4.Квазилинейные уравнения 1-го порядка в частных производных. Нелинейные уравнения в частных производных первого порядка.	4
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	2.1.Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка на плоскости. 2.2.Канонические формы уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов. Классификация нелинейных уравнений второго порядка с n независимыми переменными. Задача Коши. Теорема Коши-Ковалевской. Корректность задач математической физики. Пример Адамара. Характеристическая система. Общее решение. Полные и особые интегралы. Постановки основных начально-краевых задач. Ударные волны. Условия на разрыве. Вязкие решения и их приложения. Уравнение Гамильтона-Якоби. Формула Хопфа-Лакса для обобщенного решения. Гармонические функции. Уравнение Пуассона. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Представление решений с помощью потенциалов. Основные краевые задачи. Основные свойства гармонических функций (Дифференцируемость и аналитичность. Теоремы о среднем. Принцип максимума. Теорема	4

		Лиувилля и теоремы Гарнака. Вариационные свойства). Функция Грина. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Постановки начально-краевых задач. Принцип максимума в ограниченной и неограниченной областях. Решение задачи Коши с помощью преобразования Фурье. Обобщенные решения. Задача Коши. Решение задачи Коши в случае n=1, формула Даламбера. Решение задачи Коши в случае n=2, формула Пуассона. Решение задачи Коши в случае n=3, формула Кирхгофа. Неоднородное уравнение. Принцип Дюамеля. Энергетические неравенства. Задача Коши для гиперболических систем. Теорема Ковалевской и ее обобщения. 2.3.Нелинейные эллиптические, параболические и гиперболические уравнения с монотонными операторами. Метод компактности в теории нелинейных уравнений. Теория разрушения решений нелинейных уравнений. 2.4.Уравнение Кортевега – де Фриза. Солитонные решения. Обратная задача рассеяния как метод решения задачи Коши.	
3	Динамические системы	3.1.Определение классической динамической системы Маркова-Биркгофа как однопараметрического семейства преобразований метрического пространства. Примеры динамических систем, задаваемых автономными обыкновенными дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных. 3.2.Определения инвариантных и полуинвариантных множеств. Понятие - предельных и - предельных точек движений. Функционалы Ляпунова и их производные вдоль движений. Необходимые и достаточные условия устойчивости инвариантных множеств в терминах функционалов Ляпунова. 3.3.Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости	4

		по первому приближению. Теорема о вполне неустойчивости. Качественная характеристика окрестности устойчивого инвариантного множества. Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с помощью функционалов Ляпунова. 3.4.Теорема Биркгофа. Предельные точки движений. Устойчивость по Лагранжу. Устойчивость по Пуассону. Классификация и свойства устойчивых по Пуассону точек. Периодичность и квазипериодичность.	
4	Оптимальное управление	4.1.Допустимые программные управления, траектории и процессы системы. Условия нелокального существования траекторий при любом выборе допустимых управлений. Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации. Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением 4.2.Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию. 4.3.Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость. 4.4.Двухточечная задача быстродействия: существование оптимального процесса; критерий оптимальности (через экстремальный принцип); принцип максимума Понтрягина (необходимое условие); достаточность принципа максимума; оптимальный синтез.	4

Форма обучения – заочная:

№	Наименование темы занятия	Содержание занятия	Кол-во акад.часов
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	1.1.Сведение уравнений n-го порядка к нормальной системе. Краевые задачи и собственные значения. Метод функции Грина. Метод Коши решения линейного неоднородного уравнения.	4

		1.2.Автономные системы. Три типа траекторий. Фазовый портрет линейной системы второго порядка. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема о вполне неустойчивости. 1.3.Первые интегралы систем дифференциальных уравнений. 1.4.Квазилинейные уравнения 1-го порядка в частных производных. Нелинейные уравнения в частных производных первого порядка.	
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	2.1.Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка на плоскости. 2.2.Канонические формы уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов. Классификация нелинейных уравнений второго порядка с n независимыми переменными. Задача Коши. Теорема Коши-Ковалевской. Корректность задач математической физики. Пример Адамара. Характеристическая система. Общее решение. Полные и особые интегралы. Постановки основных начально-краевых задач. Ударные волны. Условия на разрыве. Вязкие решения и их приложения. Уравнение Гамильтона-Якоби. Формула Хопфа-Лакса для обобщенного решения. Гармонические функции. Уравнение Пуассона. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Представление решений с помощью потенциалов. Основные краевые задачи. Основные свойства гармонических функций (Дифференцируемость и аналитичность. Теоремы о среднем. Принцип максимума. Теорема Лиувилля и теоремы Гарнака. Вариационные свойства). Функция Грина. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Постановки начально-краевых задач. Принцип максимума в ограниченной и неограниченной областях. Решение	4

		задачи Коши с помощью преобразования Фурье. Обобщенные решения. Задача Коши. Решение задачи Коши в случае n=1, формула Даламбера. Решение задачи Коши в случае n=2, формула Пуассона. Решение задачи Коши в случае n=3, формула Кирхгофа. Неоднородное уравнение. Принцип Дюамеля. Энергетические неравенства. Задача Коши для гиперболических систем. Теорема Ковалевской и ее обобщения. 2.3.Нелинейные эллиптические, параболические и гиперболические уравнения с монотонными операторами. Метод компактности в теории нелинейных уравнений. Теория разрушения решений нелинейных уравнений. 2.4.Уравнение Кортевега – де Фриза. Солитонные решения. Обратная задача рассеяния как метод решения задачи Коши.	
3	Динамические системы	3.1.Определение классической динамической системы Маркова-Биркгофа как однопараметрического семейства преобразований метрического пространства. Примеры динамических систем, задаваемых автономными обыкновенными дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных. 3.2.Определения инвариантных и полуинвариантных множеств. Понятие - предельных и - предельных точек движений. Функционалы Ляпунова и их производные вдоль движений. Необходимые и достаточные условия устойчивости инвариантных множеств в терминах функционалов Ляпунова. 3.3.Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема о вполне неустойчивости. Качественная характеристика окрестности устойчивого инвариантного множества. Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с	4

		помощью функционалов Ляпунова. 3.4.Теорема Биркгофа. Предельные точки движений. Устойчивость по Лагранжу. Устойчивость по Пуассону. Классификация и свойства устойчивых по Пуассону точек. Периодичность и квазипериодичность.	
4	Оптимальное управление	4.1.Допустимые программные управления, траектории и процессы системы. Условия нелокального существования траекторий при любом выборе допустимых управлений. Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации. Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением 4.2.Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию. 4.3.Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость. 4.4.Двухточечная задача быстродействия: существование оптимального процесса; критерий оптимальности (через экстремальный принцип); принцип максимума Понтрягина (необходимое условие); достаточность принципа максимума; оптимальный синтез.	4

5.4. *Групповые консультации по курсовым работам/курсовым проектам (при наличии выделенных часов контактной работы в учебном плане)*

Учебным планом курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены.

5.5. *Самостоятельная работа*

Форма обучения – очная:

№ п/п	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы) для самостоятельной работы студента.	Кол-во акад.часов
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Общий интеграл, общее и частное решения, задача Коши. Ломаные Эйлера, теорема Арцела, принцип сжатых отображений, теоремы о	24

		существовании и единственности решения для систем дифференциальных уравнений. Теоремы о продолжимости и о зависимости решений от начальных данных и параметров системы. Замена пременных. Устойчивость линейной однородной дифференциальной системы с постоянной матрицей, критерий Гурвица. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближении. Функции Ляпунова и теоремы об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теремы Барбашина-Красовского, принцип инвариантности Ла-Салля и притяжение для автономных систем. Классификация и основные типы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Уравнения Каратеодори. Понятие разрывной системы и основные подходы к определению решения разрывных систем. Скользящие режимы. Существование и общие свойства решений разрывных систем, представленных в форме дифференциальных включений. Исследование простейших систем с сухим трением и двухпозиционным реле.	
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	Неравенства Гёльдера, Фридрихса. Средние функции. Обобщенные производные. Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Прямое произведение обобщенных функций. Свертка обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста. Преобразование Фурье и Лапласа обобщенных функций. Обобщенные решения дифференциальных уравнений. Пространства Соболева Wpm. Теоремы вложения, следы функций из Wpm на границе области. Характеристическая система. Общее решение. Полные и особые интегралы. Метод Лагранжа – Шарпи. Преобразования Лежандра и Эйлера. Постановки основных начально-краевых задач. Ударные волны.	24

		Условия на разрыве. Вязкие решения и их приложения. Уравнение Гамильтона-Якоби. Формула Хопфа-Лакса для обобщенного решения.	
3	Динамические системы	Равномерно асимптотически устойчивые и равномерно притягивающие инвариантные множества. Теорема Зубова об области притяжения. Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с помощью функционалов Ляпунова. Теорема Барбашина-Красовского-ЛаСалля. Периодические, квазипериодические, почти периодические и рекуррентные функции. Рекуррентные функции как наиболее общий аппарат для описания колебательных процессов в динамических системах. Теорема Биркгофа. Общая (неполная общая) система Зубова как двухпараметрическое семейство преобразований метрического пространства (подмножества метрического пространства). Примеры задания общей системы Зубова невтономными обыкновенными дифференциальными уравнениями с единственностью и без единственности решений. Аксиоматическое определение системы процессов Матросова. Примеры систем процессов с возмущениями и управлениями.	24
4	Оптимальное управление	Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации. Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением (решения в смысле Филиппова и Красовского). Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию. Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость, теоремы	22

		Красовского и Калмана; геометрия неуправляемой системы.	

Форма обучения – заочная:

№ п/п	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы) для самостоятельной работы студента.	Кол-во акад.часов
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Общий интеграл, общее и частное решения, задача Коши. Ломаные Эйлера, теорема Арцела, принцип сжатых отображений, теоремы о существовании и единственности решения для систем дифференциальных уравнений. Теоремы о продолжимости и о зависимости решений от начальных данных и параметров системы. Замена пременных. Устойчивость линейной однородной дифференциальной системы с постоянной матрицей, критерий Гурвица. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближении. Функции Ляпунова и теоремы об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теремы Барбашина-Красовского, принцип инвариантности Ла-Салля и притяжение для автономных систем. Классификация и основные типы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Уравнения Каратеодори. Понятие разрывной системы и основные подходы к определению решения разрывных систем. Скользящие режимы. Существование и общие свойства решений разрывных систем, представленных в форме дифференциальных включений. Исследование простейших систем с сухим трением и двухпозиционным реле.	24
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	Неравенства Гёльдера, Фридрихса. Средние функции. Обобщенные производные. Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Прямое произведение обобщенных функций. Свертка обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста. Преобразование Фурье и Лапласа обобщенных функций. Обобщенные	24

		решения дифференциальных уравнений. Пространства Соболева Wpm. Теоремы вложения, следы функций из Wpm на границе области. Характеристическая система. Общее решение. Полные и особые интегралы. Метод Лагранжа – Шарпи. Преобразования Лежандра и Эйлера. Постановки основных начально-краевых задач. Ударные волны. Условия на разрыве. Вязкие решения и их приложения. Уравнение Гамильтона-Якоби. Формула Хопфа-Лакса для обобщенного решения.	
3	Динамические системы	Равномерно асимптотически устойчивые и равномерно притягивающие инвариантные множества. Теорема Зубова об области притяжения. Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с помощью функционалов Ляпунова. Теорема Барбашина-Красовского-ЛаСалля. Периодические, квазипериодические, почти периодические и рекуррентные функции. Рекуррентные функции как наиболее общий аппарат для описания колебательных процессов в динамических системах. Теорема Биркгофа. Общая (неполная общая) система Зубова как двухпараметрическое семейство преобразований метрического пространства (подмножества метрического пространства). Примеры задания общей системы Зубова невтономными обыкновенными дифференциальными уравнениями с единственностью и без единственности решений. Аксиоматическое определение системы процессов Матросова. Примеры систем процессов с возмущениями и управлениями.	24
4	Оптимальное управление	Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации. Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой	22

		разрывным позиционным управлением (решения в смысле Филиппова и Красовского). Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию. Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость, теоремы Красовского и Калмана; геометрия неуправляемой системы.	

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа по курсу является залогом усвоения знаний и прохождения промежуточных аттестаций, предусмотренных рабочей программой по дисциплине. Ключевые цели самостоятельных внеаудиторных занятий заключается в закреплении, расширении знаний, формировании умений и навыков самостоятельного умственного труда, развитии самостоятельного мышления и способностей к самоорганизации.

Выполняемая в процессе изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» аспирантами самостоятельная работа является по дидактической цели познавательной и обобщающей; по характеру познавательной деятельности и типу решаемых задач – познавательной и исследовательской; по характеру коммуникативного взаимодействия аспирантов – индивидуальной; по месту выполнения – домашней; по методам научного познания – теоретической.

В ходе организации самостоятельной работы аспирантов преподавателем решаются следующие задачи:

1) углублять и расширять их профессиональные знания;
2) формировать у них интерес к учебно-познавательной деятельности;
3) научить аспирантов овладевать приемами процесса познания;
4) развивать у них самостоятельность, активность, ответственность;
5) развивать познавательные способности будущих специалистов.

Самостоятельная работа включает как изучение текущих и дополнительных теоретических вопросов, так и совершенствование навыков по решению практических задач. Теоретические знания являются базой для понимания принципов построения математических моделей, математической формализации задач расчетного проектирования.

На практических занятиях решаются задачи по темам лекционного курса. Часть задач выносится на самостоятельное решение. Самостоятельное решение задач также необходимо при подготовке к текущей аттестации.

Студент должен обладать основными методами исследования и решения задач математического моделирования. Необходима выработка первичных навыков математического моделирования инженерных задач (перевод задачи из реального мира на математический язык, построение математической модели, выбор нужного математического метода ее решения, интерпретация и оценка полученного результата) на примерах задач специальности (теоретическая механика, физика, сопротивление материалов, строительная механика, гидравлика и др.), развитие с этой целью необходимой интуиции в вопросах приложения математики.

При подготовке к сдаче экзамена или зачета рекомендуется пользоваться записями, сделанными на практических и лекционных занятиях, а также в ходе текущей самостоятельной работы. Сначала необходимо повторить теоретическую часть, а затем переходить к решению задач.

Для подготовки к написанию контрольной работы надо повторить теоретический материал, изложенный на лекциях, затем приступить к решению задач. Вначале надо изучить задачи, разобранные на практических занятиях, а затем самостоятельно решить аналогичные задачи и примеры.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции по ФГОС	Этапы формирования компетенций (разделы теоретического обучения)			
	1	2	3	4
ПК 1-1	+	+	+	+
ПК 1-2	+	+	+	+

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

7.2.1. Описание показателей и форм оценивания компетенций

Код компетенции по ФГОС	Показатели освоения (Код показателя освоения)	Форма оценивания			Обеспеченность оценивания компетенции
		Текущий контроль		Промежуточная аттестация	
		Коллоквиум 1	Коллоквиум 2	экзамен	
1	2	3	4	5	6
ПК 1-1	З1	+	+	+	+
	У1	+	+	+	+
	Н1	+	+	+	+
ПК 1-2	З2	+	+	+	+
	У2	+	+	+	+
	Н2	+	+	+	+

7.2.2. Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме зачета с оценкой/Экзамена

Код показателя оценивания	Оценка

	«2» (неудовлетв.)	Пороговый уровень освоения «3» (удовлетвор.)	Углубленный уровень освоения «4» (хорошо)	Продвинутый уровень освоения «5» (отлично)
З1	Обучающийся не знает значительной части приемов и методов дифференциальных уравнений в частных производных. Динамических систем. Оптимального управления. допускает существенные ошибки.	Обучающийся имеет знания только основных технических приемов и методов дифференциальных уравнений в частных производных. Динамических систем. Оптимального управления.	Теоретическое содержание курса освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.	Обучающейся исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает основные технические приемы и методы. использует в ответе дополнительный материал. Все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. Обучающийся анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.
У1	Не умеет самостоятельно использовать алгоритмические приёмы решения стандартных задач векторной алгебры, линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, теории вероятности и математических статистики, допускает существенные ошибки. необходимые	Частично освоено использование алгоритмических приёмов решения стандартных задач векторной алгебры, линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, теории вероятности и математических статистики. Пробелы не носят существенного характера. Большинство предусмотренных	Обучающийся твердо знает алгоритмические приёмы решения стандартных задач векторной алгебры, линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, теории вероятности и математических статистики, грамотно и по существу излагает, не допуская существенных неточностей в	Обучающийся глубоко и прочно усвоил алгоритмические приёмы решения стандартных задач векторной алгебры, линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, теории вероятности и математических статистики, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает,

	практические компетенции не сформированы.	программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос Обучающийся допускает неточности в решении.	решении. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое.	умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал из литературы, правильно обосновывает принятое решение.
Н1	Обучающийся не владеет значительной частью программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические работы, или не выполняет совсем.	Большинство предусмотренных программой заданий выполнено обучающимся, но в них имеются ошибки, неточности.	Обучающийся владеет необходимыми методами	Все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий
З2	Обучающийся не знает значительной части базовых понятий и теорем, допускает существенные ошибки.	Обучающийся имеет знания только основных базовых понятий и теорем , допускает неточности, недостаточно правильные формулировки.	Обучающийся твердо знает базовые понятия и теоремы ,грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.	Базовые понятия и теоремы освоены полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал.
У2	Обучающийся не может формализовать задачи геометрического и аналитического характера.	Обучающийся в основном может формализовать задачи геометрического и аналитического характера, но допускает неточности, недостаточно правильные формулировки	Обучающийся может формализовать задачи геометрического и аналитического характера.	Обучающийся может точно формализовать задачи геометрического и аналитического характера, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий.

Н2	Обучающийся не владеет значительной частью программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические работы, или не выполняет совсем.	Большинство предусмотренных программой выполнено обучающимся, но в них имеются ошибки, неточности.	Обучающийся владеет необходимыми методами математического анализа.	Все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий

7.2.3. Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Защиты курсовой работы/проекта

Учебным планом курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены.

7.2.4. Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Зачета.

Учебным планом зачет без оценки не предусмотрен

7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

7.3.1. Текущий контроль

Контролируется посещение лекций и практических занятий, сдача коллоквиумов.

Коллоквиум (К)

К 1 «Дифференциальные уравнения (обыкновенные и в частных производных)»

К 2 «Динамические системы и оптимальное управление»

Вопросы к К 1 «Дифференциальные уравнения (обыкновенные и в частных производных)»

1. Теорема существования и единственности начальной задачи для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Непрерывность и дифференцируемость решений по параметрам и начальным данным.
2. Автономные системы дифференциальных уравнений. Положения равновесия, предельные циклы. Устойчивость, теорема Ляпунова. Седло, узел, фокус, центр.
3. Ряды Фурье и их основные свойства. Применение для решения дифференциальных уравнений.
4. Ограниченные и неограниченные операторы. Самосопряженные и унитарные операторы в гильбертовых пространствах.
5. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода. Метод последовательных

приближений. Теоремы Фредгольма. Эрмитовы ядра. Теорема Гилберта-Шмидта. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению с помощью функции Грина.
6. Понятие о характеристиках уравнений в частных производных. Теорема Ковалевской.
7. Классификация и канонические формы уравнений в частных производных второго порядка. Постановка основных краевых задач: задача Коши, 1-ая, 2-ая, 3-я краевые задачи, смешанные задачи. Корректность постановки задач.
8. Фундаментальное решение многомерного волнового уравнения. Метод спуска. Решение задачи Коши для волнового уравнения.
9. Уравнение Лапласа. Основные свойства гармонических функций (формула Грина, теорема о среднем, принцип максимума, теорема о внутренней устранимой особенности). Решение задач Дирихле и Неймана (внутренней и внешней) методом потенциалов.
10. Уравнение Гельмгольца. Фундаментальное решение. Метод отражений для полуплоскости и шара.
11. Пространства Соболева. Теоремы вложения.
12. Задача рассеяния. Безотражательные потенциалы. Туннельное расщепление спектра.
13. Нелинейные уравнения. Уравнения газовой динамики (ударные волны, слабые разрывы, автомодельные решения).
14. Уравнения с малым параметром. Регулярное и сингулярное возмущения. Метод Пуанкаре.
15. Псевдодифференциальные операторы и их основные свойства. Формулы

Вопросы к К 2 «Динамические системы и оптимальное управление»

1. Определение классической динамической системы Маркова-Биркгофа как однопараметрического семейства преобразований метрического пространства.
2.Функционалы Ляпунова и их производные вдоль движений.
3.Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия. 4.Теорема о вполне неустойчивости.
5. Равномерно асимптотически устойчивые и равномерно притягивающие инвариантные множества.
6.Периодические, квазипериодические, почти периодические и рекуррентные функции.
7.Теорема Биркгофа.
8.Устойчивость по Лагранжу.
9.Классификация и свойства устойчивых по Пуассону точек.
10.Допустимые программные управления, траектории и процессы системы.
11.Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации.
12. Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию.
13.Двухточечная задача быстродействия: существование оптимального процесса; критерий оптимальности (через экстремальный принцип);
14.Достаточность принципа максимума;
15.Сильно монотонные проверочные функции (типа Ляпунова) и соответствующее

7.1.1. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в виде устного экзамена в 4 семестре Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации в ФГБОУ ВО НИУ МГСУ.

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины.

1. Решения линейных уравнений и систем произвольного порядка с постоянными

коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.
2. Преобразование Фурье и его основные свойства. Применение для решения дифференциальных уравнений.
3. Элементы вариационного исчисления, уравнения Эйлера. Системы уравнений Гамильтона.
4. Дискретный и непрерывный спектры, их свойства. Собственные функции. Спектральное разложение оператора.
5. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям в частных производных (колебательные процессы, теплопроводность и диффузия, электромагнитное поле, уравнения гидро- и газодинамики, уравнение Шредингера).
6. Решение нелинейных дифференциальных уравнений 1-ого порядка методом характеристик. Теория Гамильтона-Якоби.
7. Обобщенные функции и их свойства. Построение фундаментального решения линейных дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами.
8. Уравнения параболического типа. Постановка основных краевых задач. Принцип максимума и единственность. Метод Фурье для краевой задачи. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности (формула Пуассона).
9. Функция Грина и ее применение к решению краевых задач. Формула Пуассона для шара и круга.
10. Формула Кирхгофа для решения уравнения Гельмгольца. Условие излучения.
11. Решение уравнения Шредингера для свободной частицы и для гармонического осциллятора. Спектр гармонического осциллятора.
12. Теория возмущений для собственных значений оператора Шредингера.
13. Метод конечных разностей. Метод конечных разностей для решения задачи Дирихле. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. Устойчивость разностных схем. Итерационные методы решения сеточных уравнений.
14. Метод ВКБ. Формула коммутации дифференциального оператора и быстро осциллирующей экспоненты.
15. Методы Лапласа и стационарной фазы для вычисления асимптотик интегралов. Связь преобразования Фурье с преобразованием Лежандра.
16.Определения инвариантных и полуинвариантных множеств. Понятие - предельных и - предельных точек движений.
17.Необходимые и достаточные условия устойчивости инвариантных множеств в терминах функционалов Ляпунова.
18.Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
19. Качественная характеристика окрестности устойчивого инвариантного множества.
20.Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с помощью функционалов Ляпунова.
21.Рекуррентные функции как наиболее общий аппарат для описания колебательных процессов в динамических системах.
22.Предельные точки движений.
23. Устойчивость по Пуассону.
24.Периодичность и квазипериодичность.
25.Условия нелокального существования траекторий при любом выборе допустимых управлений.
26.Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением.
27.Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость, теоремы Красовского и Калмана; геометрия неуправляемой системы.
28.Принцип максимума Понтрягина (необходимое условие);
29.Оптимальный синтез.

Вопросы для кандидатского минимума

1.Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений .
2.Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
3.Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации постоянных и др.)
4.Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.
5.Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению
6.Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи .
7.Задача Штурма - Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.
8.Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант .
9. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.
10.Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона –Якоби.
11.Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши – Ковалевской.
12.Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.
13.Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.)
14.Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)
15.Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)
16.Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье .
17.Пространства Соболева W_p^m . Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области .
18.Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.
19.Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства).
20.Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.
21.Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.
22.Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.
23.Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстродействия для линейных систем
24. Устойчивость и асимптотическая устойчивость. Показатель Ляпунова. Теорема об условной устойчивости по первому приближению.

25.Теорема Биркгофа..Предельные точки движений. Устойчивость по Лагранжу. Устойчивость по Пуассону. Устойчивость и асимптотическая устойчивость. Показатель Ляпунова.
26.Теорема об условной устойчивости по первому приближению.
27. Малые возмущения в линейных системах с ограниченными коэффициентами. Предел подвижности старшего показателя при малых возмущениях.
28. Согласованные и несогласованные базисы в пространстве решений линейной системы. Определение k-го показателя Ляпунова.
29. Равномерная устойчивость. Генеральный показатель. Формула генерального показателя.
30. Задача о минимальной полунепрерывной сверху мажоранте старшего показателя.
31. Ляпуновские преобразования. Спектр показателей при Ляпуновском преобразовании.
32. Приводимость. Приводимость периодической системы.
33. Почти приводимость. Генеральный и центральный показатели почти приводимой системы.
34. Почти периодические системы и их почти приводимость.
35. Верхние и нижние вспомогательные показатели. Крайние вспомогательные показатели.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся в ФГБОУ ВО НИУ МГСУ.

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные практические занятия по данной дисциплине. Присутствие посторонних лиц в ходе проведения аттестационных испытаний без разрешения ректора или проректора не допускается (за исключением работников университета, выполняющих контролирующие функции в соответствии со своими должностными обязанностями). В случае отсутствия ведущего преподавателя аттестационные испытания проводятся преподавателем, назначенным письменным распоряжением по кафедре.

Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, имеющие нарушения опорно-двигательного аппарата, допускаются на аттестационные испытания в сопровождении ассистентов-сопровождающих.

Во время аттестационных испытаний обучающиеся могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя, справочной литературой и калькуляторами.

Время подготовки ответа при сдаче зачета в устной форме должно составлять не менее 40 минут (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным). Время ответа – не более 15 минут.

При подготовке к устному зачету, студент, как правило, ведет записи в листе устного ответа, который затем (по окончании зачета) сдается преподавателю.

Преподавателю предоставляется право задавать обучающимся дополнительные вопросы в рамках программы дисциплины текущего семестра, а также, помимо теоретических вопросов, давать задачи, которые изучались на практических занятиях.

Оценка результатов устного аттестационного испытания объявляется обучающимся в день его проведения.

Результаты выполнения аттестационных испытаний, проводимых в форме, форме компьютерного тестирования, должны быть объявлены обучающимся и выставлены в зачётные книжки не позднее следующего рабочего дня после их проведения.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

№	Наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы, количество страниц	Количество экземпляров печатных изданий	Число обучающихся, одновременно изучающих дисциплину (модуль).
1	2	3	4	5
Основная литература:				
1.	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление	Пантелеев А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Пантелеев А.В., Якимова А.С., Рыбаков К.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Логос, 2010.— 383 с.	http://www.iprbookshop.ru/9280	5
2	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление	Миронова К.В. Математические методы исследования оптимального управления на классе кусочно-постоянных управлений [Электронный ресурс]/ Миронова К.В., Кузнецов А.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Горячая линия - Телеком, 2015.— 142 с	http://www.iprbookshop.ru/37124	5
3	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление	Каданцев В.Н. Устойчивость и эволюция динамических систем. Основы синергетики. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Каданцев В.Н.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Вузовское образование, 2013.— 205 с	http://www.iprbookshop.ru/13431	5
4	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление	Каданцев В.Н. Устойчивость и эволюция динамических систем. Основы синергетики. Часть 2 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Каданцев В.Н.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Вузовское образование, 2013.— 210 с	http://www.iprbookshop.ru/13432	5
Дополнительная литература:				

1	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление	Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями [Электронный ресурс]/ Егоров А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.— 432 с.	http://www.iprbookshop.ru/25703	5

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее – сеть «Интернет),необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
«Российское образование» - федеральный портал	http://www.edu.ru/index.php
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru/defaultx.asp?
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Федеральная университетская компьютерная сеть России	http://www.runnet.ru/
Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
Научно-технический журнал по строительству и архитектуре «Вестник МГСУ»	http://www.vestnikmgsu.ru/
Научно-техническая библиотека МГСУ	http://www.mgsu.ru/resources/Biblioteka/
раздел «Кафедры» на официальном сайте МГСУ	http://www.mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Курс по дисциплине предполагает изучение теории на лекционных занятиях. В ходе лекции студент ведет конспект лекций в свободной форме. Рекомендуется использовать тетрадь, разлинованную «в клетку» формата А5-А4, имеющую от 48 до 96 листов. Восприятие информации улучшается при использовании различных способов выделения текста и рисунков: подчеркивание, выделение цветовым маркером, отметки на полях. Рекомендуется выбрать единую систему ведения конспекта лекций. Для закрепления знаний после лекции до следующей лекции по предмету (желательно не позднее следующего дня) рекомендуется перечитать лекционный материал и записать вопросы, которые не ясны из прочитанного. По этим вопросам необходимо обратиться к учебному пособию, если в результате работы с учебным пособием остались вопросы - следует обратиться за разъяснениями к лектору. После самостоятельной работы над лекцией, студент должен четко понимать изложенный в ней материал и ориентироваться в нем.

Вопросы, отнесенные на самостоятельное изучение, даются преподавателем в ходе лекций или практических занятий. Аспиранту рекомендуется:

1) Уяснить и записать вопрос;

2) Просмотреть рекомендованную литературу и наметить общую структуру изучения вопроса в виде плана или схемы;

3) Изучить информацию по вопросу. При изучении рекомендуется вести конспект (возможно, использовать лекционную тетрадь), куда вноситься ключевая информация, формулы и рисунки.

4) Перечитать сделанные в конспекте записи. Убедиться в ясности изложенного. При необходимости дополнить записи, изучить дополнительные источники. После работы

над вопросами для самостоятельного изучения студент должен четко понимать материал по вопросу и ориентироваться в нем. В случае необходимости допускается консультация с преподавателем.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

11.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема	Информационные технологии	Степень обеспеченности (%)
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Решение обыкновенных дифференциальных уравнений	слайд-шоу	100%

11.2. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема	Наименование программного обеспечения	Тип лицензии
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Модели, полученные из основных законов природы.	Microsoft Office, MATLAB R2015b	Open License
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	Алгоритм построения математической модели.	Microsoft Office, MATLAB R2015b	Open License
3	Динамические системы	Методы осреднения и правдоподобия.	Microsoft Office, MATLAB R2015b	Open License
4	Оптимальное управление	Моделирование механических систем и электрических цепей	Microsoft Office, MATLAB R2015b	Open License

11.3. Перечень информационных справочных систем

Информационно-библиотечные системы

Наименование ИБС	Электронный адрес ресурса
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru/defaultx.asp?
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Научно-техническая библиотека МГСУ	http://www.mgsu.ru/resources/Biblioteka/

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю):

Учебные занятия по дисциплине «Математическое моделирование» проводятся в следующих оборудованных учебных кабинетах, оснащенных соответствующим оборудованием и программным обеспечением:

№ п/п	Вид учебного занятия	Наименование оборудования	№ и наименование оборудованных учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий
1	2	3	4
1	Лекции.	Стационарные/мобильные (переносные) наборы демонстрационного оборудования	Аудитории/аудитория проведения занятий лекционного типа в соответствии с перечнем аудиторного фонда
2	Практические занятия	Мобильные (переносные) наборы демонстрационного оборудования	Аудитории/аудитория проведения занятий семинарского типа в соответствии с перечнем аудиторного фонда

Аспирант должен иметь доступ к основной литературе, к работе с ПК и в Интернете при выполнении самостоятельной работы по дисциплине.

Программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации)"