

Вопросы для подготовки к экзамену для специалистов

I курс д/о, I семестр

1. Определение вектора. Коллинеарные и компланарные векторы. Линейные операции над векторами (сумма векторов, разность векторов, умножение вектора на число). Свойства линейных операций над векторами, заданными в координатной форме.
2. Определение коллинеарных векторов. Необходимый и достаточный признак коллинеарности двух векторов. Признак коллинеарности в координатной форме.
3. Компонента вектора по оси, проекция вектора на ось (определение). Свойства проекций (одно из них с доказательством). Геометрический смысл прямоугольных координат вектора. Свойство направляющих косинусов. Орт вектора.
4. Базис на плоскости. Разложение вектора на плоскости по базису (доказательство теоремы). Базис в пространстве. Разложение вектора в пространстве по базису.
5. Определение скалярного произведения двух векторов. Свойства скалярного произведения (одно из них доказать). Физический смысл скалярного произведения. Вывод формулы для вычисления скалярного произведения в прямоугольной системе координат. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух векторов.
6. Правые и левые тройки векторов. Определение векторного произведения двух векторов. Свойства векторного произведения (одно из них доказать). Геометрический смысл моеля векторного произведения. Механический смысл векторного произведения. Вывод формулы для вычисления векторного произведения в прямоугольной системе координат. Условие равенства нулю векторного произведения (с обоснованием).
7. Определение смешанного произведения трех векторов. Свойства смешанного произведения (одно из них доказать). Вывод формулы для вычисления смешанного произведения в прямоугольной системе координат. Геометрический смысл абсолютной величины смешанного произведения (с выводом). Геометрический смысл знака смешанного произведения.
8. Определение компланарных векторов. Необходимое и достаточное условие компланарности трех векторов.
9. Уравнение линии на плоскости. Вывод уравнения прямой на плоскости по точке и направляющему вектору, по двум точкам, по точке и нормальному вектору, параметрические уравнения прямой на плоскости. Общее уравнение прямой на плоскости.
10. Угловой коэффициент прямой на плоскости. Вывод уравнение прямой на плоскости по точке и угловому коэффициенту.
11. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между двумя прямыми на плоскости (с обоснованием всех формул). Условие параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
12. Уравнение поверхности в пространстве. Вывод уравнения плоскости по точке и нормальному вектору. Общее уравнение плоскости. Геометрический смысл коэффициентов при неизвестных в общем уравнение плоскости. Исследование общего уравнения плоскости (с обоснованием всех утверждений).
13. Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.
14. Способы задания прямой в пространстве. Переход от одного способа задания прямой к другому.
15. Взаимное расположение двух прямых в пространстве (параллельность, перпендикулярность, угол между прямыми, условие принадлежности двух прямых одной плоскости).

16. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
17. Кривые второго порядка. Переход к каноническим уравнениям.
18. Определение предела функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow x_0$. Геометрическая интерпретация. Доказательство теоремы разности функции и ее предела.
19. Определение бесконечно малой величины при $x \rightarrow x_0$. Геометрическая интерпретация. Свойства бесконечно малых (с доказательством одного из свойств).
20. Определение бесконечно большой величины при $x \rightarrow x_0$. Геометрическая интерпретация. Доказательство теоремы о связи бесконечно большой и бесконечно малой.
21. Теоремы о пределах: предел суммы, произведения и частного двух функций, имеющих предел (с доказательством одной из теорем).
22. Определение предела функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow \infty$. Определение бесконечно малой величины при $x \rightarrow \infty$. Геометрические интерпретации.
23. Сравнение бесконечно малых. Символ « o » - малое. Теоремы об эквивалентных бесконечно малых величинах (с доказательством одной из них).
24. Первый замечательный предел (с доказательством). Следствие первого замечательного предела.
25. Второй замечательный предел (формулировка, схема, доказательство). Следствие второго замечательного предела. Доказать что при $x \rightarrow 0$ бесконечно малые $(e^x - 1)$ и x будут эквивалентными. Доказать, что при $x \rightarrow 0$ бесконечно малые $\ln(1+x)$ и x будут эквивалентными.
26. Понятие о приращении функции $y = f(x)$. Определение функции $y = f(x)$, непрерывной в точке. Непрерывность суммы, произведения и частного двух непрерывных функций (с доказательством одной из теорем). Два определения непрерывности функции в точке, их равносильность. Точки разрыва и их классификация.
27. Сложная функция, непрерывность сложной функции.
28. Определение производной функции $y = f(x)$, ее геометрический смысл (обоснование). Уравнение касательной и нормали к кривой $y = f(x)$. Вывод формулы для производных функции $y = e^x$, $y = \ln x$, $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = a^x$, $y = \log_a x$.
29. Правило дифференцирования суммы, произведения и частного (с выводом одного из них).
30. Сложная функция. Производная сложной функции (с выводом Понятия обратной функции). Теорема о дифференцировании взаимно обратных функций, параметрическое задание функции. Доказательств теоремы о производной функции, заданной параметрически. Производная функции, заданной неявно.
31. Связь между существованием производной в точке и непрерывностью функции $y = f(x)$ в этой точке (с доказательством). Привести пример непрерывной функции, не имеющей производной в некоторой точке.
32. Теорема Ферма, геометрическая интерпретация. Теорема Ролля, геометрическая интерпретация. Теорема Коши. Теорема Лагранжа, геометрический смысл.
33. Определение дифференцируемой функции $y = f(x)$ в точке x_0 . Определение дифференциала $df(x)$. Геометрический смысл дифференциала $df(x)$.

34. Определение функции $y = f(x)$, возрастающей (убывающей) в интервале. Доказательство достаточного признака возрастания (убывания) функции в интервале.
35. Определение точки минимума и точки максимума $y = f(x)$. Доказательство необходимого признака экстремума функции $y = f(x)$. Доказательство первого достаточного признака экстремума функции $y = f(x)$. Доказательство Второго достаточного признака экстремума функции $y = f(x)$.
36. Определение выпуклости вверх и вниз графика функции $y = f(x)$ в интервале. Достаточный признак выпуклости вверх.
37. Определение точки перегиба. Необходимый и достаточный признаки точки перегиба.
38. Асимптоты графика функции $y = f(x)$. Нахождение вертикальных и наклонных асимптот (условие существования асимптот).