МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.1.1	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Код направления подготовки / специальности	01.06.01
Направление подготовки / специальность	Математика и механика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Математика и механика
Год начала реализации ОПОП	2016
Уровень образования	подготовка кадров высшей квалификации
Форма обучения*	очная, заочная
Год разработки/обновления	2017

Разработчики:

должность	ученая степень, учёное звание	ФИО
Профессор	доктор физ.-мат. наук	Алероев Т.С.
Профессор	доктор тех. наук, доцент	Фриштер Л.Ю.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры прикладной математики, Протокол № 12 от 12.05.2017.

Заведующего кафедрой
(руководитель структурного подразделения) _____/Ю.В.Осипов/
Подпись, ФИО

Рабочая программа утверждена методической комиссией, Протокол № 5 от 29.05.2017

Председатель (зам. председателя)
методической комиссии _____/_Широкова О.Л./
Подпись, ФИО

Согласовано:

ЦОСП _____ _____ /_____/
Дата *Подпись, ФИО*

1. Цель освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» является формирование/углубление уровня освоения компетенций обучающегося в области исследования и решения фундаментальной и прикладной математики, механики и естествознания, в том числе для решения следующих задач:

1) формирование у аспирантов представлений о методах исследования динамических систем;

2) овладение современными методами качественного исследования систем дифференциальных уравнений.

Данная дисциплина относится к разделу дисциплин по выбору. Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин по программам специалитета или бакалавриата – магистратуры: математический анализ, функциональный анализ, линейная алгебра и дифференциальные уравнения.

Знания и умения, приобретенные аспирантами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при написании диссертационной работы. В результате изучения данного курса у аспиранта должно укрепиться целостное представление об основных понятиях и методах, о месте и роли математики в различных областях человеческой деятельности.

Программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования и с учетом рекомендаций примерной основной образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 «Математика и механика» (уровень образования - аспирантура).

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели оценивания (показатели достижения результата)	Код показателя оценивания
владением методами общей теории дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений	ПК-1.1	**Знает** методы общей теории дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений	З1
		Умеет формулировать физико-математическую постановку задачи исследования; выбирать и реализовывать методы ведения научных исследований, анализировать и обобщать результаты исследований, доводить их до практической реализации.	У1
		Имеет навыки владения математическим аппаратом общей теории дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений	Н1
способностью анализировать начально-краевые и спектральные задачи для	ПК-1.2	**Знает** начально-краевые и спектральные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений .	З2
		Умеет анализировать начально-краевые и спектральные задачи для	У2

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели оценивания (показатели достижения результата)	Код показателя оценивания
дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений		дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.	
		Владеет законами и методами анализа начально-краевых и спектральных задач для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений .	Н2
способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	УК-1	**Знает** методы критического анализа и оценки современных научных достижений, генерации новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	З3
		Умеет критически анализировать и оценивать современные научные достижения, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	У3
		Имеет навыки критического анализа и оценок современных научных достижений, генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	Н3
готовностью участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач	УК-3	**Знает** работы российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач	З4
		Умеет работать в российских и международных исследовательских коллективах по решению научных и научно-образовательных задач	У4
		Имеет навыки участия в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач	Н4

3. Указание места дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины/модули» основной образовательной программы по направлению подготовки 01.06.01 «Математика и механика» (уровень подготовки аспирантура), направленность/профиль «Математика и механика». Дисциплина является дисциплиной по выбору.

Изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» основано на знаниях, умениях и навыках, полученных при изучении обучающимися следующих дисциплин:

математический анализ, функциональный анализ, линейная алгебра и дифференциальные уравнения.

Для освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» обучающийся должен:

Знать:

- общие принципы качественного исследования линейных и нелинейных дифференциальных уравнений,
- построение асимптотик периодических решений сингулярно возмущенных уравнений,
- общие принципы построения нормальных форм обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений,
- утверждения о соответствии между решениями динамической системы и ее нормальной или квазинормальной формы;
- понятие быстрых и медленных движений релаксационных систем.

Уметь:

- исследовать решения динамические системы на устойчивость,
- находить нормальную и квазинормальную форму систем обыкновенных дифференциальных или разностных уравнений,
- исследовать квазимногочлены на устойчивость, - находить асимптотику периодических решений сингулярно возмущенных уравнений второго порядка,
- для сингулярно возмущенных уравнений с запаздыванием получать предельные уравнения.

Иметь навыки:

-методами использования в практической деятельности современных методов математики;

-способностью самостоятельно обобщать информацию и применять современные методы дифференциальных уравнений;

Дисциплина «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» является предшествующей для освоения следующих дисциплин:

механика деформируемого твердого тела, модели и расчеты зданий и сооружений, теория надежности строительных конструкций

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часов.

(1 зачетная единица соответствует 36 академическим часам)

Структура дисциплины:

Форма обучения - очная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)		Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)*
				Контактная работа с обучающимися	Самостоя-тельная	

				Лекции	Практико-ориентированные занятия			работа		Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
					Лабораторный практикум	Практические занятия	Групповые занятия - комп. практикумы	в период теор. обучения	в сессию	
1	Обыкновенные дифференциальн ые уравнения	4	1-3	4		4		24	14	
2	Дифференциаль ные уравнения в частных производных	4	4-6	4		4		24	14	Коллоквиум 1
3	Динамические системы	4	7-8	4		4		24	14	
4	Оптимальное управление	4	9-10	4		4		22	12	Коллоквиум 2
	Итого:	***4***	***10***	***16***		***16***		***94***	***54***	***Экзамен***

Форма обучения - заочная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Контактная работа с обучающимися				Самостоя-тельная работа		
				Лекции	Практико-ориентированные занятия					
					Лабораторный практикум	Практические занятия	Групповые занятия - комп. практикумы	в период теор. обучения	в сессию	
1	Обыкновенные дифференциальн ые уравнения	4		2		2		28	14	
2	Дифференциаль ные уравнения в частных производных	4		2		2		28	14	Коллоквиум 1
3	Динамические системы	4		2		2		28	14	
4	Оптимальное управление	4		2		2		26	12	Коллоквиум 2
	Итого:	***4***		***8***		***8***		***110***	***54***	***Экзамен***

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Содержание лекционных занятий

Форма обучения – очная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема и содержание занятия	Кол-во акад. часов
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Понятие дифференциального уравнения 1 и 2 порядков. Общий интеграл, общее и частное решения, задача Коши. Понятие дифференциального уравнения n-го порядка и системы дифференциальных уравнений. Общий интеграл, общее и частное решения, задача Коши. Теорема о дифференцируемости решений дифференциальных уравнений. Теоремы о продолжимости и о зависимости решений от начальных данных и параметров системы. Методы решения дифференциальных уравнений. Замена переменных. Теоремы о решениях линейных однородных уравнений. Общее решение системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная матрица однородной дифференциальной системы, определитель Вронского, матрица Коши, формула Остроградского - Лиувилля. Метод вариации произвольных постоянных Лагранжа решения линейных неоднородных систем. Интегрирующий множитель. Решение систем однородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами алгебраическим способом. Характеристическое уравнение и вид решения дифференциального уравнения в зависимости от корней характеристического уравнения. Свойства траекторий и правых предельных множеств автономных систем. Положения равновесия и предельные циклы. Классификация особых точек, периодические решения. Исследование траекторий линейных систем на плоскости: седло, фокус, узел, центр. Общие теоремы об устойчивости линейных однородных и неоднородных дифференциальных систем. Связь устойчивости линейных однородных систем с ограниченностью решений. Классификация и основные типы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Отличительные свойства решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Существование и общие свойства решений функционально - дифференциальных	4

		уравнений (ФДУ). Метод функционалов Ляпунова исследования устойчивости ФДУ.	
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка на плоскости. Канонические формы уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов. Формулировка краевых задач уравнений в частных производных гиперболического, параболического и эллиптического типов. Методы их решения. Классификация нелинейных уравнений второго порядка с n независимыми переменными. Задача Коши. Теорема Коши - Ковалевской. Корректность задач математической физики. Пример Адамара. Характеристическая система. Общее решение. Полные и особые интегралы. Постановки основных начально - краевых задач. Ударные волны. Условия на разрыве. Вязкие решения и их приложения. Уравнение Гамильтона -Якоби. Формула Хопфа - Лакса для обобщенного решения. Гармонические функции. Уравнение Пуассона. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Представление решений с помощью потенциалов. Основные краевые задачи. Основные свойства гармонических функций (Дифференцируемость и аналитичность. Теоремы о среднем. Принцип максимума. Теорема Лиувилля и теоремы Гарнака. Вариационные свойства). Функция Грина. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Постановки начально -краевых задач. Принцип максимума в ограниченной и неограниченной областях. Решение задачи Коши с помощью преобразования Фурье. Обобщенные решения. Задача Коши. Решение задачи Коши в случае n=1, формула Даламбера. Решение задачи Коши в случае n=2, формула Пуассона. Решение задачи Коши в случае n=3, формула Кирхгофа. Неоднородное уравнение. Принцип Дюамеля. Энергетические неравенства. Задача Коши для гиперболических систем. Теорема Ковалевской и ее обобщения. Нелинейные эллиптические, параболические и гиперболические уравнения с монотонными операторами. Метод компактности в теории нелинейных уравнений. Теория разрушения решений нелинейных уравнений. Уравнение Кортевега – де Фриза. Солитонные решения. Обратная задача рассеяния как метод решения задачи Коши.	4
3	Динамические системы	Определение классической динамической системы Маркова- Биркгофа как однопараметрического семейства	4

		преобразований метрического пространства. Примеры динамических систем, задаваемых автономными обыкновенными дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных. Определения инвариантных и полуинвариантных множеств. Понятие - предельных и - предельных точек движений. Функционалы Ляпунова и их производные вдоль движений. Необходимые и достаточные условия устойчивости инвариантных множеств в терминах функционалов Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема о вполне неустойчивости. Качественная характеристика окрестности устойчивого инвариантного множества. Равномерно асимптотически устойчивые и равномерно притягивающие инвариантные множества. Теорема Зубова об области притяжения. Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с помощью функционалов Ляпунова. Периодические, квазипериодические, почти периодические и рекуррентные функции. Рекуррентные функции как наиболее общий аппарат для описания колебательных процессов в динамических системах. Теорема Биркгофа. Предельные точки движений. Устойчивость по Лагранжу. Устойчивость по Пуассону. Классификация и свойства устойчивых по Пуассону точек. Периодичность и квазипериодичность.	
4	Оптимальное управление	Допустимые программные управления, траектории и процессы системы. Условия нелокального существования траекторий при любом выборе допустимых управлений. Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации. Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию. Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость, теоремы Красовского и Калмана; геометрия неуправляемой системы. Двухточечная задача быстродействия: существование оптимального	4

		процесса; критерий оптимальности (через экстремальный принцип); принцип максимума Понтрягина (необходимое условие); достаточность принципа максимума; оптимальный синтез. Сильно монотонные проверочные функции (типа Ляпунова) и соответствующее неравенство Гамильтона-Якоби	
		Итого	16

Форма обучения – заочная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема и содержание занятия	Кол-во акад. часов
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Понятие дифференциального уравнения 1 и 2 порядков. Общий интеграл, общее и частное решения, задача Коши. Понятие дифференциального уравнения n-го порядка и системы дифференциальных уравнений. Общий интеграл, общее и частное решения, задача Коши. Теорема о дифференцируемости решений дифференциальных уравнений. Теоремы о продолжимости и о зависимости решений от начальных данных и параметров системы. Методы решения дифференциальных уравнений. Замена переменных. Теоремы о решениях линейных однородных уравнений. Общее решение системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная матрица однородной дифференциальной системы, определитель Вронского, матрица Коши, формула Остроградского- Лиувилля. Метод вариации произвольных постоянных Лагранжа решения линейных неоднородных систем. Решение систем однородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами алгебраическим способом. Характеристическое уравнение и вид решения дифференциального уравнения в зависимости от корней характеристического уравнения. Свойства траекторий и правых предельных множеств автономных систем. Положения равновесия и предельные циклы. Классификация особых точек, периодические решения. Исследование траекторий линейных систем на плоскости: седло, фокус, узел, центр. Общие теоремы об устойчивости линейных однородных и неоднородных дифференциальных систем. Связь устойчивости линейных однородных систем с ограниченностью решений.. Классификация и основные типы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Отличительные свойства решений дифференциальных уравнений	2

		с запаздывающим аргументом. Существование и общие свойства решений функционально - дифференциальных уравнений (ФДУ). Метод функционалов Ляпунова исследования устойчивости ФДУ.	
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка на плоскости. Канонические формы уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов. Классификация нелинейных уравнений второго порядка с n независимыми переменными. Задача Коши. Теорема Коши -Ковалевской. Корректность задач математической физики. Пример Адамара. Характеристическая система. Общее решение. Полные и особые интегралы. Постановки основных начально - краевых задач. Ударные волны. Условия на разрыве. Вязкие решения и их приложения. Уравнение Гамильтона -Якоби. Формула Хопфа - Лакса для обобщенного решения. Гармонические функции. Уравнение Пуассона. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Представление решений с помощью потенциалов. Основные краевые задачи. Основные свойства гармонических функций (Дифференцируемость и аналитичность. Теоремы о среднем. Принцип максимума. Теорема Лиувилля и теоремы Гарнака. Вариационные свойства). Функция Грина. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Постановки начально -краевых задач. Принцип максимума в ограниченной и неограниченной областях. Решение задачи Коши с помощью преобразования Фурье. Обобщенные решения. Задача Коши. Решение задачи Коши в случае n=1, формула Даламбера. Решение задачи Коши в случае n=2, формула Пуассона. Решение задачи Коши в случае n=3, формула Кирхгофа. Неоднородное уравнение. Принцип Дюамеля. Энергетические неравенства. Задача Коши для гиперболических систем. Теорема Ковалевской и ее обобщения. Нелинейные эллиптические, параболические и гиперболические уравнения с монотонными операторами. Метод компактности в теории нелинейных уравнений. Теория разрушения решений нелинейных уравнений. Уравнение Кортевега – де Фриза. Солитонные решения. Обратная задача рассеяния как метод решения задачи Коши.	2
3	Динамические системы	Определение классической динамической системы Маркова- Биркгофа как однопараметрического семейства	2

		преобразований метрического пространства. Примеры динамических систем, задаваемых автономными обыкновенными дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных. Определения инвариантных и полуинвариантных множеств. Понятие - предельных и - предельных точек движений. Функционалы Ляпунова и их производные вдоль движений. Необходимые и достаточные условия устойчивости инвариантных множеств в терминах функционалов Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема о вполне неустойчивости. Качественная характеристика окрестности устойчивого инвариантного множества. Равномерно асимптотически устойчивые и равномерно притягивающие инвариантные множества. Теорема Зубова об области притяжения. Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с помощью функционалов Ляпунова. Периодические, квазипериодические, почти периодические и рекуррентные функции. Рекуррентные функции как наиболее общий аппарат для описания колебательных процессов в динамических системах. Теорема Биркгофа. Предельные точки движений. Устойчивость по Лагранжу. Устойчивость по Пуассону. Классификация и свойства устойчивых по Пуассону точек. Периодичность и квазипериодичность.	
4	Оптимальное управление	Допустимые программные управления, траектории и процессы системы. Условия нелокального существования траекторий при любом выборе допустимых управлений. Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации. Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию. Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость, теоремы Красовского и Калмана; геометрия неуправляемой системы. Двухточечная задача быстродействия: существование оптимального	2

		процесса; критерий оптимальности (через экстремальный принцип); принцип максимума Понтрягина (необходимое условие); достаточность принципа максимума; оптимальный синтез. Сильно монотонные проверочные функции (типа Ляпунова) и соответствующее неравенство Гамильтона-Якоби	
		Итого	8

5.2. Лабораторный практикум

Учебным планом лабораторный практикум не предусмотрен

5.3. Перечень практических занятий

Форма обучения – очная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема и содержание занятия	Кол-во акад. часов
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	1.1. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений 1, 2 порядков. Сведение уравнений n-го порядка к нормальной системе. Краевые задачи и собственные значения. Метод функции Грина. Метод Коши решения линейного неоднородного уравнения. 1.2.Автономные системы. Три типа траекторий. Фазовый портрет линейной системы второго порядка. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема о вполне неустойчивости. 1.3.Первые интегралы систем дифференциальных уравнений. 1.4.Квазилинейные уравнения 1-го порядка в частных производных. Нелинейные уравнения в частных производных первого порядка.	4
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	2.1.Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка на плоскости. 2.2. Канонические формы уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов. Формулировка краевых задач гиперболического, параболического и эллиптического типов, методы их решения. Классификация нелинейных уравнений второго порядка с n независимыми переменными. Задача Коши. Теорема Коши-Ковалевской. Корректность задач математической физики. Пример Адамара. Характеристическая система. Общее решение. Полные и особые интегралы. Постановки основных начально- краевых задач. Ударные волны. Условия на разрыве. Вязкие решения и их приложения. Уравнение Гамильтона-Якоби. Формула Хопфа- Лакса для	4

		обобщенного решения. Гармонические функции. Уравнение Пуассона. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Представление решений с помощью потенциалов. Основные краевые задачи. Основные свойства гармонических функций (Дифференцируемость и аналитичность. Теоремы о среднем. Принцип максимума. Теорема Лиувилля и теоремы Гарнака. Вариационные свойства. Функция Грина. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Постановки начально - краевых задач. Принцип максимума в ограниченной и неограниченной областях. Решение задачи Коши с помощью преобразования Фурье. Обобщенные решения. Задача Коши. Решение задачи Коши в случае n=1, формула Даламбера. Решение задачи Коши в случае n=2, формула Пуассона. Решение задачи Коши в случае n=3, формула Кирхгофа. Неоднородное уравнение. Принцип Дюамеля. Энергетические неравенства. Задача Коши для гиперболических систем. Теорема Ковалевской и ее обобщения. 2.3.Нелинейные эллиптические, параболические и гиперболические уравнения с монотонными операторами. Метод компактности в теории нелинейных уравнений. Теория разрушения решений нелинейных уравнений. 2.4.Уравнение Кортевега – де Фриза. Солитонные решения. Обратная задача рассеяния как метод решения задачи Коши.	
3	Динамические системы	3.1.Определение классической динамической системы Маркова - Биркгофа как однопараметрического семейства преобразований метрического пространства. Примеры динамических систем, задаваемых автономными обыкновенными дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных. 3.2.Определения инвариантных и полуинвариантных множеств. Понятие - предельных и - предельных точек движений. Функционалы Ляпунова и их производные вдоль движений. Необходимые и достаточные условия устойчивости инвариантных множеств в терминах функционалов Ляпунова. 3.3.Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема о вполне неустойчивости. Качественная характеристика окрестности устойчивого инвариантного множества. Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств	4

		движений с помощью функционалов Ляпунова. 3.4.Теорема Биркгофа. Предельные точки движений. Устойчивость по Лагранжу. Устойчивость по Пуассону. Классификация и свойства устойчивых по Пуассону точек. Периодичность и квазипериодичность.	
4	Оптимальное управление	4.1.Допустимые программные управления, траектории и процессы системы. Условия нелокального существования траекторий при любом выборе допустимых управлений. Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации. Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением 4.2. Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию. 4.3. Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость. 4.4. Двухточечная задача быстродействия: существование оптимального процесса; критерий оптимальности (через экстремальный принцип); принцип максимума Понтрягина (необходимое условие); достаточность принципа максимума; оптимальный синтез.	4
		Итого	16

Форма обучения – заочная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема и содержание занятия	Кол-во акад. часов
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	1.1. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений 1, 2 порядков. Сведение уравнений n-го порядка к нормальной системе. Краевые задачи и собственные значения. Метод функции Грина. Метод Коши решения линейного неоднородного уравнения. 1.2.Автономные системы. Три типа траекторий. Фазовый портрет линейной системы второго порядка. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема о вполне неустойчивости. 1.3. Первые интегралы систем дифференциальных уравнений. 1.4. Квазилинейные уравнения 1-го порядка в частных производных. Нелинейные уравнения в частных производных первого порядка.	2
2	Дифференциальные уравнения в частных	2.1.Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка на	2

	производных	плоскости. 2.2.Канонические формы уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов. Классификация нелинейных уравнений второго порядка с n независимыми переменными. Задача Коши. Теорема Коши-Ковалевской. Корректность задач математической физики. Пример Адамара. Характеристическая система. Общее решение. Полные и особые интегралы. Постановки основных начально- краевых задач. Ударные волны. Условия на разрыве. Вязкие решения и их приложения. Уравнение Гамильтона-Якоби. Формула Хопфа- Лакса для обобщенного решения. Гармонические функции. Уравнение Пуассона. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Представление решений с помощью потенциалов. Основные краевые задачи. Основные свойства гармонических функций (Дифференцируемость и аналитичность. Теоремы о среднем. Принцип максимума. Теорема 4 16 Лиувилля и теоремы Гарнака. Вариационные свойства). Функция Грина. Формулы Грина. Фундаментальное решение. Постановки начально -краевых задач. Принцип максимума в ограниченной и неограниченной областях. Решение задачи Коши с помощью преобразования Фурье. Обобщенные решения. Задача Коши. Решение задачи Коши в случае n=1, формула Даламбера. Решение задачи Коши в случае n=2, формула Пуассона. Решение задачи Коши в случае n=3, формула Кирхгофа. Неоднородное уравнение. Принцип Дюамеля. Энергетические неравенства. Задача Коши для гиперболических систем. Теорема Ковалевской и ее обобщения. 2.3.Нелинейные эллиптические, параболические и гиперболические уравнения с монотонными операторами. Метод компактности в теории нелинейных уравнений. Теория разрушения решений нелинейных уравнений. 2.4.Уравнение Кортевега – де Фриза. Солитонные решения. Обратная задача рассеяния как метод решения задачи Коши.	
3	Динамические системы	3.1.Определение классической динамической системы Маркова - Биркгофа как однопараметрического семейства преобразований метрического пространства. Примеры динамических систем, задаваемых автономными обыкновенными дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных. 3.2.Определения инвариантных и полуинвариантных множеств. Понятие -	2

		предельных и - предельных точек движений. Функционалы Ляпунова и их производные вдоль движений. Необходимые и достаточные условия устойчивости инвариантных множеств в терминах функционалов Ляпунова. 3.3.Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости 4 17 по первому приближению. Теорема о вполне неустойчивости. Качественная характеристика окрестности устойчивого инвариантного множества. Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с помощью функционалов Ляпунова. 3.4.Теорема Биркгофа. Предельные точки движений. Устойчивость по Лагранжу. Устойчивость по Пуассону. Классификация и свойства устойчивых по Пуассону точек. Периодичность и квазипериодичность.	
4	Оптимальное управление	4.1.Допустимые программные управления, траектории и процессы системы. Условия нелокального существования траекторий при любом выборе допустимых управлений. Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации. Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением 4.2.Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию. 4.3.Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость. 4.4.Двухточечная задача быстродействия: существование оптимального процесса; критерий оптимальности (через экстремальный принцип); принцип максимума Понтрягина (необходимое условие); достаточность принципа максимума; оптимальный синтез.	2
		Итого	8

5.4. Групповые занятия – компьютерные практикумы

Учебным планом групповые занятия – компьютерный практикум не предусмотрен

5.5. Самостоятельная работа

Форма обучения – очная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Виды самостоятельной работы	Кол-во акад. часов

			в период теор. обучения	в сессию
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Общий интеграл, общее и частное решения, задача Коши. Ломаные Эйлера, теорема Арцела, принцип сжатых отображений, теоремы о существовании и единственности решения для систем дифференциальных уравнений. Теоремы о продолжимости и о зависимости решений от начальных данных и параметров системы. Замена пременных. Устойчивость линейной однородной дифференциальной системы с постоянной матрицей, критерий Гурвица. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближении. Функции Ляпунова и теоремы об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теремы Барбашина -Красовского, принцип инвариантности Ла -Салля и притяжение для автономных систем. Классификация и основные типы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Уравнения Каратеодори. Понятие разрывной системы и основные подходы к определению решения разрывных систем. Скользящие режимы. Существование и общие свойства решений разрывных систем, представленных в форме дифференциальных включений. Исследование простейших систем с сухим трением и двухпозиционным реле.	24	
		Подготовка и сдача экзамена		14
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	Неравенства Гёльдера, Фридрихса. Средние функции. Обобщенные производные. Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Прямое произведение обобщенных функций. Свертка обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста. Преобразование Фурье и Лапласа обобщенных функций. Обобщенные решения дифференциальных уравнений. Пространства Соболева Wpm. Теоремы вложения, следы	24	

		функций из Wpm на границе области. Характеристическая система. Общее решение. Полные и особые интегралы. Метод Лагранжа – Шарпи. Преобразования Лежандра и Эйлера. Постановки основных начально - краевых задач. Ударные волны. Условия на разрыве. Вязкие решения и их приложения. Уравнение Гамильтона-Якоби. Формула Хопфа-Лакса для обобщенного решения. Подгодовка к сдаче коллоквиума.		
		Подготовка и сдача экзамена		14
3	Динамические системы	Равномерно асимптотически устойчивые и равномерно притягивающие инвариантные множества. Теорема Зубова об области притяжения. Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с помощью функционалов Ляпунова. Теорема Барбашина-Красовского-ЛаСалля. Периодические, квазипериодические, почти периодические и рекуррентные функции. Рекуррентные функции как наиболее общий аппарат для описания колебательных процессов в динамических системах. Теорема Биркгофа. Общая (неполная общая) система Зубова как двухпараметрическое семейство преобразований метрического пространства (подмножества метрического пространства). Примеры задания общей системы Зубова невтономными обыкновенными дифференциальными уравнениями с единственностью и без единственности решений. Аксиоматическое определение системы процессов Матросова. Примеры систем процессов с возмущениями и управлениями.	24	
		Подготовка и сдача экзамена		14
4	Оптимальное управление	Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации. Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением	22	

		(решения в смысле Филиппова и Красовского). Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию. Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость, теоремы Красовского и Калмана; геометрия неуправляемой системы. Подгодовка к сдаче коллоквиума.		
		Подготовка и сдача экзамена		12
		Итого	***94***	***54***

Форма обучения – заочная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Виды самостоятельной работы	Кол-во акад. часов	
			в период теор. обучения	в сессию
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Общий интеграл, общее и частное решения, задача Коши. Ломаные Эйлера, теорема Арцела, принцип сжатых отображений, теоремы о существовании и единственности решения для систем дифференциальных уравнений. Теоремы о продолжимости и о зависимости решений от начальных данных и параметров системы. Замена пременных. Устойчивость линейной однородной дифференциальной системы с постоянной матрицей, критерий Гурвица. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближении. Функции Ляпунова и теоремы об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теремы Барбашина-Красовского, принцип инвариантности Ла-Салля и притяжение для автономных систем. Классификация и основные типы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Уравнения Каратеодори. Понятие разрывной системы и основные подходы к определению решения разрывных систем. Скользящие режимы. Существование и общие свойства решений разрывных систем, представленных в форме дифференциальных включений.	28	

		Исследование простейших систем с сухим трением и двухпозиционным реле. Подготовка к сдачи экзамена.		
		Сдача экзамена		14
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	Неравенства Гёльдера, Фридрихса. Средние функции. Обобщенные производные. Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Прямое произведение обобщенных функций. Свертка обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста. Преобразование Фурье и Лапласа обобщенных функций. Обобщенные решения дифференциальных уравнений. Пространства Соболева Wpm. Теоремы вложения, следы функций из Wpm на границе области. Характеристическая система. Общее решение. Полные и особые интегралы. Метод Лагранжа – Шарпи. Преобразования Лежандра и Эйлера. Постановки основных начально - краевых задач. Ударные волны. Условия на разрыве. Вязкие решения и их приложения. Уравнение Гамильтона-Якоби. Формула Хопфа-Лакса для обобщенного решения. Подгодовка к сдаче коллоквиума. Подготовка в сдачи экзамена.	28	14
		Сдача экзамена		14
3	Динамические системы	Равномерно асимптотически устойчивые и равномерно притягивающие инвариантные множества. Теорема Зубова об области притяжения. Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с помощью функционалов Ляпунова. Теорема Барбашина-Красовского-ЛаСалля. Периодические, квазипериодические, почти периодические и рекуррентные функции. Рекуррентные функции как наиболее общий аппарат для описания колебательных процессов в динамических системах. Теорема Биркгофа. Общая (неполная общая) система Зубова как двухпараметрическое семейство преобразований метрического	28	

		пространства (подмножества метрического пространства). Примеры задания общей системы Зубова невтономными обыкновенными дифференциальными уравнениями с единственностью и без единственности решений. Аксиоматическое определение системы процессов Матросова. Примеры систем процессов с возмущениями и управлениями. Подготовка в сдачи экзамена.		
		Сдача экзамена		14
4	Оптимальное управление	Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации. Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением (решения в смысле Филиппова и Красовского). Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию. Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость, теоремы Красовского и Калмана; геометрия неуправляемой системы. Подгодовка к сдаче коллоквиума. Подготовка в сдачи экзамена.	26	12
		Сдача экзамена		12
		Итого	***110***	***54***

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Основные принципы организации самостоятельной работы обучающихся изложены в Положении об организации самостоятельной работы обучающихся (НИУ МГСУ).

Самостоятельная работа по курсу является залогом усвоения знаний и прохождения промежуточных аттестаций, предусмотренных рабочей программой по дисциплине. Ключевые цели самостоятельных внеаудиторных занятий заключается в закреплении, расширении знаний, формировании умений и навыков самостоятельного умственного труда, развитии самостоятельного мышления и способностей к самоорганизации.

Выполняемая в процессе изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» аспирантами самостоятельная работа является по дидактической цели познавательной и обобщающей; по характеру познавательной деятельности и типу решаемых задач – познавательной и исследовательской; по характеру коммуникативного взаимодействия аспирантов –

индивидуальной; по месту выполнения – домашней; по методам научного познания – теоретической.

В ходе организации самостоятельной работы аспирантов преподавателем решаются следующие задачи:

1) углублять и расширять их профессиональные знания;
2) формировать у них интерес к учебно-познавательной деятельности;
3) научить аспирантов овладевать приемами процесса познания;
4) развивать у них самостоятельность, активность, ответственность;
5) развивать познавательные способности будущих специалистов.

Самостоятельная работа включает как изучение текущих и дополнительных теоретических вопросов, так и совершенствование навыков по решению практических задач. Теоретические знания являются базой для понимания принципов построения математических моделей, математической формализации задач расчетного проектирования.

На практических занятиях решаются задачи по темам лекционного курса. Часть задач выносится на самостоятельное решение. Самостоятельное решение задач также необходимо при подготовке к текущей аттестации.

Студент должен обладать основными методами исследования и решения задач математического моделирования. Необходима выработка первичных навыков математического моделирования инженерных задач (перевод задачи из реального мира на математический язык, построение математической модели, выбор нужного математического метода ее решения, интерпретация и оценка полученного результата) на примерах задач специальности (теоретическая механика, физика, сопротивление материалов, строительная механика, гидравлика и др.), развитие с этой целью необходимой интуиции в вопросах приложения математики.

При подготовке к сдаче экзамена рекомендуется пользоваться записями, сделанными на практических и лекционных занятиях, а также в ходе текущей самостоятельной работы. Сначала необходимо повторить теоретическую часть, а затем переходить к решению задач.

Для подготовки к написанию коллоквиума надо повторить теоретический материал, изложенный на лекциях, затем приступить к решению задач. Вначале надо изучить задачи, разобранные на практических занятиях, а затем самостоятельно решить аналогичные задачи и примеры.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) для проведения промежуточной аттестации, а также текущего контроля обучающихся является Приложением 1 к рабочей программе дисциплины (модуля).

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации, а также текущего контроля по дисциплине (модуля) хранятся на кафедре, ответственной за преподавание данной дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Для освоения дисциплины обучающийся может использовать:

– учебно-методическую литературу, имеющуюся в НТБ НИУ МГСУ,
– учебную литературу, размещённую в Электронных библиотечных системах ЭБС АСВ и IPRbooks,
– методическую литературу, размещённую в ЭБС НИУ МГСУ.

Перечень используемой литературы ежегодно обновляется с учётом уровня развития науки и техники и представлен в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее – сеть «Интернет), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
«Российское образование» - федеральный портал	http://www.edu.ru/index.php
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru/defaultx.asp?
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Федеральная университетская компьютерная сеть России	http://www.runnet.ru/
Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
Научно-технический журнал по строительству и архитектуре «Вестник МГСУ»	http://www.vestnikmgsu.ru/
Научно-техническая библиотека НИУ МГСУ	http://www.mgsu.ru/resources/Biblioteka/
раздел «Кафедры» на официальном сайте НИУ МГСУ	http://www.mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Курс по дисциплине предполагает изучение теории на лекционных занятиях. В ходе лекции студент ведет конспект лекций в свободной форме. Рекомендуется использовать тетрадь, разлинованную «в клетку» формата А5-А4, имеющую от 48 до 96 листов. Восприятие информации улучшается при использовании различных способов выделения текста и рисунков: подчеркивание, выделение цветовым маркером, отметки на полях. Рекомендуется выбрать единую систему ведения конспекта лекций. Для закрепления знаний после лекции до следующей лекции по предмету (желательно не позднее следующего дня) рекомендуется перечитать лекционный материал и записать вопросы, которые не ясны из прочитанного. По этим вопросам необходимо обратиться к учебному пособию, если в результате работы с учебным пособием остались вопросы - следует обратиться за разъяснениями к лектору. После самостоятельной работы над лекцией, студент должен четко понимать изложенный в ней материал и ориентироваться в нем.

Вопросы, отнесенные на самостоятельное изучение, даются преподавателем в ходе лекций или практических занятий. Аспиранту рекомендуется:

1) Уяснить и записать вопрос;

2) Просмотреть рекомендованную литературу и наметить общую структуру изучения вопроса в виде плана или схемы;

3) Изучить информацию по вопросу. При изучении рекомендуется вести конспект (возможно, использовать лекционную тетрадь), куда вноситься ключевая информация, формулы и рисунки.

4) Перечитать сделанные в конспекте записи. Убедиться в ясности изложенного. При необходимости дополнить записи, изучить дополнительные источники. После работы 36 над вопросами для самостоятельного изучения студент должен четко понимать материал по вопросу и ориентироваться в нем. В случае необходимости допускается консультация с преподавателем.

Перечень вопросов по разделам дисциплины (модуля) для самостоятельного изучения обучающимися приведён в таблице.

Форма обучения – очная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Вопросы для самостоятельного изучения (в период теоретического обучения)
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Общий интеграл, общее и частное решения, задача Коши. Ломаные Эйлера, теорема Арцела, принцип сжатых отображений, теоремы о существовании и единственности решения для систем дифференциальных уравнений. Теоремы о продолжимости и о зависимости решений от начальных данных и параметров системы. Замена пременных. Устойчивость линейной однородной дифференциальной системы с постоянной матрицей, критерий Гурвица. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближении. Функции Ляпунова и теоремы об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теремы Барбашина-Красовского, принцип инвариантности Ла-Салля и притяжение для автономных систем. Классификация и основные типы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Уравнения Каратеодори. Понятие разрывной системы и основные подходы к определению решения разрывных систем. Скользящие режимы. Существование и общие свойства решений разрывных систем, представленных в форме дифференциальных включений. Исследование простейших систем с сухим трением и двухпозиционным реле.
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	Неравенства Гёльдера, Фридрихса. Средние функции. Обобщенные производные. Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Прямое произведение обобщенных функций. Свертка обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста. Преобразование Фурье и Лапласа обобщенных функций. Обобщенные решения дифференциальных уравнений. Пространства Соболева Wpm. Теоремы вложения, следы функций из Wpm на границе области. Характеристическая система. Общее решение. Полные и особые интегралы. Метод Лагранжа – Шарпи. Преобразования Лежандра и Эйлера. Постановки основных начально - краевых задач. Ударные волны. Условия на разрыве. Вязкие решения и их приложения. Уравнение Гамильтона-Якоби. Формула Хопфа- Лакса для обобщенного решения.
3	Динамические системы	Равномерно асимптотически устойчивые и равномерно притягивающие инвариантные множества. Теорема Зубова об области притяжения. Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с помощью функционалов Ляпунова. Теорема Барбашина-Красовского-ЛаСалля. Периодические, квазипериодические, почти периодические и рекуррентные функции. Рекуррентные функции как наиболее общий аппарат для описания колебательных процессов в динамических системах. Теорема Биркгофа. Общая (неполная общая) система Зубова как двухпараметрическое семейство преобразований метрического пространства (подмножества метрического пространства). Примеры задания общей системы Зубова

		невтономными обыкновенными дифференциальными уравнениями с единственностью и без единственности решений. Аксиоматическое определение системы процессов Матросова. Примеры систем процессов с возмущениями и управлениями.
4	Оптимальное управление	Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации. Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением (решения в смысле Филиппова и Красовского). Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию. Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость, теоремы Красовского и Калмана; геометрия неуправляемой системы.

Форма обучения – заочная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Вопросы для самостоятельного изучения (в период теоретического обучения)
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Общий интеграл, общее и частное решения, задача Коши. Ломаные Эйлера, теорема Арцела, принцип сжатых отображений, теоремы о существовании и единственности решения для систем дифференциальных уравнений. Теоремы о продолжимости и о зависимости решений от начальных данных и параметров системы. Замена пременных. Устойчивость линейной однородной дифференциальной системы с постоянной матрицей, критерий Гурвица. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближении. Функции Ляпунова и теоремы об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теремы Барбашина-Красовского, принцип инвариантности Ла-Салля и притяжение для автономных систем. Классификация и основные типы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Уравнения Каратеодори. Понятие разрывной системы и основные подходы к определению решения разрывных систем. Скользящие режимы. Существование и общие свойства решений разрывных систем, представленных в форме дифференциальных включений. Исследование простейших систем с сухим трением и двухпозиционным реле.
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	Неравенства Гёльдера, Фридрихса. Средние функции. Обобщенные производные. Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Прямое произведение обобщенных функций. Свертка обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста. Преобразование Фурье и Лапласа обобщенных функций. Обобщенные решения дифференциальных уравнений. Пространства Соболева Wpm. Теоремы вложения, следы функций из Wpm на границе области. Характеристическая система. Общее решение. Полные и особые интегралы.

		Метод Лагранжа – Шарпи. Преобразования Лежандра и Эйлера. Постановки основных начально - краевых задач. Ударные волны. Условия на разрыве. Вязкие решения и их приложения. Уравнение Гамильтона-Якоби. Формула Хопфа- Лакса для обобщенного решения.
3	Динамические системы	Равномерно асимптотически устойчивые и равномерно притягивающие инвариантные множества. Теорема Зубова об области притяжения. Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с помощью функционалов Ляпунова. Теорема Барбашина-Красовского-ЛаСалля. Периодические, квазипериодические, почти периодические и рекуррентные функции. Рекуррентные функции как наиболее общий аппарат для описания колебательных процессов в динамических системах. Теорема Биркгофа. Общая (неполная общая) система Зубова как двухпараметрическое семейство преобразований метрического пространства (подмножества метрического пространства). Примеры задания общей системы Зубова невтономными обыкновенными дифференциальными уравнениями с единственностью и без единственности решений. Аксиоматическое определение системы процессов Матросова. Примеры систем процессов с возмущениями и управлениями.
4	Оптимальное управление	Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации. Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением (решения в смысле Филиппова и Красовского). Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию. Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость, теоремы Красовского и Калмана; геометрия неуправляемой системы.

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) приведён в п.6.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

11.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Информационные технологии
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты Электронные

		образовательные ресурсы.
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты Электронные образовательные ресурсы.
3	Динамические системы	Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты Электронные образовательные ресурсы.
4	Оптимальное управление	Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты Электронные образовательные ресурсы.

11.2. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса

При освоении дисциплины используется лицензионное и открытое программное обеспечение, указанное в Приложении 3 к рабочей программе.

11.3. Перечень информационных справочных систем

Информационно-библиотечные системы

Наименование ИБС	Электронный адрес ресурса
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru/defaultx.asp?
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Научно-техническая библиотека НИУ МГСУ	http://www.mgsu.ru/resources/Biblioteka/

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю):

Учебные занятия по дисциплине проводятся в оборудованных учебных кабинетах, оснащенных соответствующим оборудованием и программным обеспечением. Перечень материально-технического обеспечения дисциплины (модуля) приведён в Приложении 4 к рабочей программе.

Приложение 1 к рабочей программе

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.1.1	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Код направления подготовки / специальности	01.06.01
Направление подготовки / специальность	Математика и механика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Математика и механика
Год начала реализации ОПОП	2016
Уровень образования	Подготовка кадров высшей квалификации
Форма обучения	Очная, заочная
Год разработки/обновления	2017

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации и текущего контроля обучающихся по дисциплине (модулю)

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Формирование компетенций при изучении дисциплины (модуля) происходит поэтапно, по мере освоения обучающимися разделов дисциплины (модуля).

Код компетенции по ФГОС	Этапы формирования компетенций (разделы теоретического обучения)			
	1	2	3	4
ПК-1.1	+	+	+	+
ПК-1.2	+	+	+	+
УК-1	+	+	+	+
УК-3	+	+	+	+

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оценивание формирования компетенций осуществляется посредством прохождения обучающимися форм промежуточной аттестации и текущего контроля.

Оценивание формирования компетенций производится на основе показателей оценивания, указанных в п.2. рабочей программы.

2.1.Описание показателей и форм оценивания компетенций

Формами оценивания компетенций являются мероприятия промежуточной аттестации и текущего контроля по дисциплине (модулю), указанные в учебном плане и в п.4 рабочей программы.

Взаимосвязь форм и показателей оценивания компетенций приведена в таблице.

Код компетенции по ФГОС	Показатели освоения (Код показателя оценивания)	Формы оценивания			Обеспеченность оценивания компетенции
		Текущий контроль		Промежуточная аттестация	
		Коллоквиум 1	Коллоквиум 1	Экзамен	
1	2				
ПК-1.1	З1	+	+	+	+
	У1	+	+	+	+
	Н1	+	+	+	+
ПК-1.2	З2	+	+	+	+
	У2	+	+	+	+
	Н2	+	+	+	+
УК-1	З3	+	+	+	+
	У3	+	+	+	+
	Н3	+	+	+	+
УК-3	З4	+	+	+	+
	У4	+	+	+	+
	Н4	+	+	+	+
ИТОГО			+	+	+

2.2.Описание шкалы и критериев оценивания

При проведении промежуточной аттестации в форме экзамена, дифференцированного зачёта, защиты курсовых работ/курсовых проектов используется четырёх балльная шкала оценивания:

Уровень освоения	Оценка
Минимальный	«2» (неудовлетворительно)
Пороговый	«3» (удовлетворительно)
Углубленный	«4» (хорошо)
Продвинутый	«5» (отлично)

При проведении промежуточной аттестации в форме зачёта используется бинарная шкала:

Уровень освоения	Оценка
Ниже порогового	Не зачтено
Пороговый	Зачтено

Критериями оценивания уровня освоения компетенций являются:

Показатели оценивания	Критерии оценивания
Знания	Знание методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, формулировок краевых задач, теорем существования.
	Знание основных методов решения краевых задач, закономерностей и соотношений, принципов
	Объём освоенного материала и применяемых методов решения.

	Полнота решений поставленных задач
	Оценка и анализ методов решения и полученных данных.
	Чёткость изложения и интерпретации знаний, описание моделей, оценка качеств математических, физических и технических инженерных задач.
Умения	Освоение методик - умение решать практические задачи.
	Умение использовать теоретические знания для выбора математической модели решения задач, методов их решения.
	Умение тестировать решение и анализировать результаты
	Умение качественно обосновать выбор модели и метода решения задач, умение оформлять решение задач и полученные результаты.
Навыки	Навыки решения стандартных/нестандартных постановок задач выбор математических подходов решений
	Навыки применения знаний курса дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления.
	Качество выполнения трудовых действий
	Самостоятельность планирования и оценки выполнения трудовых действий

3. *Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций*

3.1.Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся НИУ МГСУ.

Перечень типовых вопросов/заданий для проведения экзамена в 4 семестре (очная форма обучения):

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Вопросы / задания
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	1. Решения линейных уравнений и систем произвольного порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных. 2. Преобразование Фурье и его основные свойства. Применение для решения дифференциальных уравнений. 3. Элементы вариационного исчисления, уравнения Эйлера. Системы уравнений Гамильтона. 4. Дискретный и непрерывный спектры, их свойства. Собственные функции. Спектральное разложение оператора.
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	5. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям в частных производных (колебательные процессы, теплопроводность и диффузия, электромагнитное

		поле, уравнения гидро- и газодинамики, уравнение Шредингера). 6. Решение нелинейных дифференциальных уравнений 1-ого порядка методом характеристик. Теория Гамильтона-Якоби. 7. Обобщенные функции и их свойства. Построение фундаментального решения линейных дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами. 8. Уравнения параболического типа. Постановка основных краевых задач. Принцип максимума и единственность. Метод Фурье для краевой задачи. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности (формула Пуассона). 9. Функция Грина и ее применение к решению краевых задач. Формула Пуассона для шара и круга.
3	Динамические системы	10. Формула Кирхгофа для решения уравнения Гельмгольца. Условие излучения. 11. Решение уравнения Шредингера для свободной частицы и для гармонического осциллятора. Спектр гармонического осциллятора. 12. Теория возмущений для собственных значений оператора Шредингера. 13. Метод конечных разностей. Метод конечных разностей для решения задачи Дирихле. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. Устойчивость разностных схем. Итерационные методы решения сеточных уравнений. 14. Метод ВКБ. Формула коммутации дифференциального оператора и быстро осциллирующей экспоненты. 15. Методы Лапласа и стационарной фазы для вычисления асимптотик интегралов. Связь преобразования Фурье с преобразованием Лежандра. 16.Определения инвариантных и полуинвариантных множеств. Понятие - предельных и - предельных точек движений. 17.Необходимые и достаточные условия устойчивости инвариантных множеств в терминах функционалов Ляпунова. 18.Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. 19. Качественная характеристика окрестности устойчивого инвариантного множества. 20.Свойства - предельных множеств движений. Локализация - предельных множеств движений с помощью функционалов Ляпунова. 21.Рекуррентные функции как наиболее общий аппарат для описания колебательных процессов в динамических системах. 22.Предельные точки движений.

		23. Устойчивость по Пуассону. 24.Периодичность и квазипериодичность.
4	Оптимальное управление	25.Условия нелокального существования траекторий при любом выборе допустимых управлений. 26.Значение разрывных позиционных управлений и формализация понятия решения управляемой системы, замкнутой разрывным позиционным управлением. 27.Формула Коши; определение и свойства множества достижимости; экстремальный принцип; точечная и полная управляемость, теоремы Красовского и Калмана; геометрия неуправляемой системы. 28.Принцип максимума Понтрягина (необходимое условие); 29.Оптимальный синтез.

3.2. Текущий контроль

Перечень проводимых мероприятий текущего контроля:

Коллоквиум (К)

К 1 «Дифференциальные уравнения (обыкновенные и в частных производных)»

К 2 «Динамические системы и оптимальное управление»

Типовые контрольные задания мероприятий текущего контроля:

Вопросы к К 1 «Дифференциальные уравнения (обыкновенные и в частных производных)»

1. Теорема существования и единственности начальной задачи для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Непрерывность и дифференцируемость решений по параметрам и начальным данным.

2. Автономные системы дифференциальных уравнений. Положения равновесия, предельные циклы. Устойчивость, теорема Ляпунова. Седло, узел, фокус, центр.

3. Ряды Фурье и их основные свойства. Применение для решения дифференциальных уравнений.

4. Ограниченные и неограниченные операторы. Самосопряженные и унитарные операторы в гильбертовых пространствах.

5. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода. Метод последовательных приближений. Теоремы Фредгольма. Эрмитовы ядра. Теорема Гилберта-Шмидта. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению с помощью функции Грина.

6. Понятие о характеристиках уравнений в частных производных. Теорема Ковалевской.

7. Классификация и канонические формы уравнений в частных производных второго порядка. Постановка основных краевых задач: задача Коши, 1-ая, 2-ая, 3-я краевые задачи, смешанные задачи. Корректность постановки задач.

8. Фундаментальное решение многомерного волнового уравнения. Метод спуска. Решение задачи Коши для волнового уравнения.

9. Уравнение Лапласа. Основные свойства гармонических функций (формула Грина, теорема о среднем, принцип максимума, теорема о внутренней устранимой особенности). Решение задач Дирихле и Неймана (внутренней и внешней) методом потенциалов.

10. Уравнение Гельмгольца. Фундаментальное решение. Метод отражений для полуплоскости и шара.

11. Пространства Соболева. Теоремы вложения.

12. Задача рассеяния. Безотражательные потенциалы. Туннельное расщепление спектра.

13. Нелинейные уравнения. Уравнения газовой динамики (ударные волны, слабые разрывы, автомодельные решения).

14. Уравнения с малым параметром. Регулярное и сингулярное возмущения. Метод Пуанкаре.

15. Псевдодифференциальные операторы и их основные свойства. Формулы

Вопросы к К 2 «Динамические системы и оптимальное управление»

1. Определение классической динамической системы Маркова-Биркгофа как однопараметрического семейства преобразований метрического пространства.

2.Функционалы Ляпунова и их производные вдоль движений.

3.Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия.

4.Теорема о вполне неустойчивости.

5. Равномерно асимптотически устойчивые и равномерно притягивающие инвариантные множества.

6.Периодические, квазипериодические, почти периодические и рекуррентные функции.

7.Теорема Биркгофа.

8.Устойчивость по Лагранжу.

9.Классификация и свойства устойчивых по Пуассону точек.

10.Допустимые программные управления, траектории и процессы системы.

11.Понятие синтезирующего (позиционного) управления и его применение к задачам управляемости и стабилизации.

12. Стандартная (каноническая) задача с концевыми ограничениями на траекторию.

13.Двухточечная задача быстродействия: существование оптимального процесса; критерий оптимальности (через экстремальный принцип);

14.Достаточность принципа максимума;

15.Сильно монотонные проверочные функции (типа Ляпунова) и соответствующее

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура промежуточной аттестации регламентируется с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся в НИУ МГСУ.

4.1. Процедура оценивания при проведении промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме экзамена/дифференцированного зачета

Промежуточная аттестация по дисциплине «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» проводится в форме экзамена (дифференцированного зачёта) в 4 семестре.

Используется четырёх балльная шкала оценивания освоения, указанная в п.2.2.

Оценка выставляется преподавателем интегрально по всем показателям и критериям оценивания.

Код показателя оценивания	Оценка			
	«2» (неудовлетв.)	Пороговый уровень освоения	Углубленный уровень освоения	Продвинутый уровень освоения
		«3» (удовлетвор.)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
Знания З-1, З-2, З-3, З-4	не знает терминов и определений	знает термины и определения, но допускает неточности формулировок	знает термины и определения	знает термины и определения, может сформулировать их самостоятельно
	не знает основные закономерности и соотношения, принципы построения знаний	знает основные закономерности, соотношения, принципы построения знаний	знает основные закономерности, соотношения, принципы построения знаний, способен их интерпретировать и использовать	знает основные закономерности, соотношения, принципы построения знаний, способен самостоятельно получить их получить и использовать
	не знает значительной части материала дисциплины	знает только основной материал дисциплины, не усвоил его деталей	знает материал дисциплины в запланированном объёме	обладает твёрдым и полным знанием материала дисциплины, владеет дополнительными знаниями
	Ответ не дан	дана только часть ответа на вопрос	ответ не полон, некоторые моменты в ответе не отражены	дан полный, развёрнутый ответ
	допускает грубые ошибки при изложении ответа на вопрос	В ответе имеются существенные ошибки	В ответе имеются несущественные неточности	Ответ верен
	Неверно излагает и интерпретирует знания. Изложение материала логически не выстроено. Не способен проиллюстрировать изложение поясняющими схемами, рисунками и примерами	Допускает неточности в изложении и интерпретации знаний. Имеются нарушения логической последовательности в изложении. Поясняющие рисунки, схемы выполнены не полно отражают материал.	Грамотно и по существу излагает материал. Логическая последовательность изложения не нарушена. Поясняющие рисунки, схемы и примеры корректны и понятны.	Логически, грамотно и точно излагает материал дисциплины, интерпретируя его самостоятельно, способен самостоятельно его анализировать и делать выводы. Поясняющие схемы, рисунки и примеры точны и раскрывают глубину полученных знаний.
Умения У1 У2 У3 У4	Не умеет выполнять поставленные практические задания, выбрать типовой алгоритм решения	Умеет выполнять практические задания, но не всех типов. Способен решать задачи только по заданному алгоритму	Умеет выполнять типовые практические задания, предусмотренные программой	Умеет выполнять практические задания повышенной сложности
	Не может увязывать теорию с практикой, не может ответить на простые вопросы по выполнению заданий,	Испытывает затруднения в применении теории при решении задач, при обосновании решения	Правильно применяет полученные знания при выполнении заданий и обосновании решения.	Умеет применять теоретическую базу дисциплины при выполнении практических заданий, предлагать собственный

	не может обосновать выбор метода решения задач		Грамотно обосновывает ход решения задач	метод решения. Грамотно обосновывает ход решения задач,
	Допускает грубые ошибки при выполнении заданий, нарушающие логику решения	Допускает ошибки при выполнении заданий, нарушения логики решения. Испытывает затруднения с выводами	Допускает некоторые ошибки при выполнении заданий, не нарушающие логику решения. Делает выводы по результатам решения	Не допускает ошибок при выполнении заданий, правильно обосновывает принятое решение. Самостоятельно анализирует задания и решение
	Не способен проиллюстрировать решение поясняющими схемами, рисунками	Поясняющие рисунки и схемы содержат ошибки, оформлены небрежно	Поясняющие рисунки и схемы корректны и понятны.	Поясняющие рисунки и схемы верны и аккуратно оформлены
Навыки Н1 Н2 Н3 Н4	Не обладает навыками выполнения поставленных задач	Испытывает трудности при выполнении отдельных поставленных задач	Не испытывает затруднений при выполнении стандартных задач. Решение нестандартных задач представляет для него сложности.	Не испытывает затруднений при выполнении стандартных задач. Использует полученные навыки при решении сложных, нестандартных задач
	Не выполняет трудовые действия или выполняет очень медленно, не достигая поставленных задач	Выполняет трудовые действия медленно, с отставанием от установленного графика.	Выполняет трудовые действия, выполняет все поставленные задания.	Выполняет трудовые действия быстро, выполняя все поставленные задания.
	Выполняет трудовые действия некачественно	Выполняет с недостаточным качеством	Выполняет трудовые действия качественно	Выполняет трудовые действия качественно даже при выполнении сложных заданий
	Не может самостоятельно планировать и выполнять собственные трудовые действия	Выполняет трудовые действия только с помощью наставника	Самостоятельно выполняет трудовые действия с консультацией у наставника	Выполняет трудовые действия самостоятельно, без посторонней помощи

4.2. Процедура оценивания при проведении промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Зачета

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) в форме зачёта не проводится.

4.3. Процедура оценивания при проведении промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме защиты курсовой работы/проекта

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) в форме защиты курсовой работы/курсового проекта не проводится.

Приложение 2 к рабочей программе

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.1.1	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Код направления подготовки / специальности	01.06.01
Направление подготовки / специальность	Математика и механика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Математика и механика
Год начала реализации ОПОП	2016
Уровень образования	Подготовка кадров высшей квалификации
Форма обучения	Очная, заочная
Год разработки/обновления	2017

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)*

№ п/п	Наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы, количество страниц	Количество экземпляров печатных изданий в библиотеке НИУ МГСУ	Число обучающихся, одновременно изучающих дисциплину (модуль)
1	2	3	4	5
Основная литература:				
		ЭБС АСВ		
1	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление	Пантелеев А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Пантелеев А.В., Якимова А.С., Рыбаков К.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Логос, 2010.— 383 с.	http://ww w.iprbookshop.ru/ 9280	5
2	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление	Каданцев В.Н. Устойчивость и эволюция динамических систем. Основы синергетики. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Каданцев В.Н.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Вузовское образование, 2013.— 205 с	http://ww w.iprbookshop.ru/ 13431	5

3	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление	Каданцев В.Н. Устойчивость и эволюция динамических систем. Основы синергетики. Часть 2 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Каданцев В.Н.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Вузовское образование, 2013.— 210 с	http://ww w.iprboo kshop.ru/ 13432	5
Дополнительная литература:				
		НТБ НИУ МГСУ		
1	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление	Самохин М.В., Каган М.Л. Математика в инженерном вузе. Алгебра и геометрия, М., Стройиздат. 2003г.	839	150
		ЭБС АСВ		
2	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление	Боронина Е.Б. Математический анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Боронина Е.Б.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Научная книга, 2012.— 159 с	http://www.iprbookshop.ru/6298	150

Согласовано:

НТБ _____ _____ /_____/

дата *Подпись, ФИО*

Приложение 3 к рабочей программе

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.1.1	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Код направления подготовки / специальности	01.06.01
Направление подготовки / специальность	Математика и механика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Математика и механика
Год начала реализации ОПОП	2016
Уровень образования	Подготовка кадров высшей квалификации
Форма обучения	Очная, заочная
Год разработки/обновления	2017

Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема	Наименование программного обеспечения	Тип лицензии
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Модели, полученные из основных законов природы.	Microsoft Office	Open License
			MATLAB R2015b	Платное ПО
2	Дифференциальные уравнения в частных производных	Алгоритм построения математической модели.	Microsoft Office	Open License
			MATLAB R2015b	Платное ПО
3	Динамические системы	Методы осреднения и правдоподобия.	Microsoft Office	Open License
			MATLAB R2015b	Платное ПО
4	Оптимальное управление	Моделирование механических систем и электрических цепей	Microsoft Office	Open License
			MATLAB R2015b	Платное ПО

Приложение 4 к рабочей программе

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.1.1	Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Код направления подготовки / специальности	01.06.01
Направление подготовки / специальность	Математика и механика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Математика и механика
Год начала реализации ОПОП	2016
Уровень образования	Аспирантура
Форма обучения	Очная, заочная
Год разработки/обновления	2017

Перечень материально-технического обеспечения по дисциплине (модулю):

№ п/п	Вид учебного занятия	Наименование оборудования	№ и наименование оборудованных учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий
1	2	3	4
1	Лекции	Стационарные / мобильные (переносные) наборы демонстрационного оборудования	Аудитории / аудитория для проведения занятий лекционного типа в соответствии с перечнем аудиторного фонда
2	Практические занятия	Мобильные (переносные) наборы демонстрационного оборудования	Аудитории / аудитория для проведения занятий семинарского типа в соответствии с перечнем аудиторного фонда
3	Самостоятельная работа	32 персональных компьютера с конфигурацией: 2,6 ГГЦ, HDD 160Гб. RAM 2Гб, Video RAM 256 Мб, DVD – R/RW, монитор19”, 48 персональных компьютеров с конфигурацией: 3 ГГЦ, HDD 160Гб. RAM 2Гб, Video RAM 256 Мб, DVD – R/RW, монитор19”, 40 персональных компьютеров с конфигурацией: 2,9 ГГЦ, HDD 250Гб. RAM 4Гб, Video RAM 512 Мб, DVD – R/RW, монитор19”	Помещение для самостоятельной работы (129337, г.Москва, Ярославской ш., д.26, кор.2) Учебный корпус (библиотека) комн.10, комн.4