КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВПО «МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА, АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

Варианты расчетного задания для студентов
I-го курса, обучающихся по программе бакалавриата

Москва 2014

ВАРИАНТ 1

1. $ABCDEF$ – правильный шестиугольник. Выразить векторы $\overline{CD}$ и $\overline{DE}$ через векторы $\overline{AB} = \overline{a}$ и $\overline{BC} = \overline{b}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (4, 5)$ по векторам $\overline{a} = (5, 4)$ и $\overline{b} = (1, -1)$.
3. Вычислить $(2\overline{a} - 2\overline{b}) \cdot (7\overline{a} + 2\overline{b})$, если $|\overline{a}| = 2$, $|\overline{b}| = 3$, $\overline{a} \wedge \overline{b} = 30^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{a} = (5, 2, 5)$ на ось вектора $\overline{AB}$, если $A(-1, 1, 0)$ и $B(1, 0, 2)$.
5. При каком значении α векторы $\overline{a} + \alpha\overline{b}$ и $\overline{a} - \alpha\overline{b}$ будут ортогональны, если $|\overline{a}| = 4$ и $|\overline{b}| = 6$?
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (3, 3, 3)$, приложенной в точке $B(3, -1, 5)$, относительно точки $A(4, -2, 3)$.
7. Вычислить $\left|(\overline{a} + \overline{b}) \times (\overline{a} - \overline{b})\right|^2$, если $|\overline{a}| = 2$, $|\overline{b}| = 3$ и $\overline{a} \wedge \overline{b} = \dfrac{\pi}{6}$
8. При каком значении λ векторы $\overline{a} = (3\lambda, 1, 4)$, $\overline{b} = (3, 1, -2)$ и $\overline{c} = (3, 2\lambda, -6)$ будут компланарны?
9. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2, -3)$ параллельно прямой, соединяющей точки $B\,(1, 2)$ и $C\,(-1, -5)$.
10. Составить уравнения сторон квадрата, если известны координаты вершины $A(-1, 8)$ и уравнения диагоналей AC: $5x + 4y - 27 = 0$, BD: $4x - 5y + 3 = 0$.
11. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $A(2, 1, -1)$ параллельно плоскости $x - 2y + 3z - 6 = 0$.

12. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через две заданные точки: а) $A(1, -2, 1)$ и $B(3, 1, -1)$; б) $A(3, 0, -1)$ и $B(-1, -1, 1)$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-3}$ и точку $A(2, 3, 0)$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 5 & 2 & 13 \\ 3 & -1 & 6 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x+y+z=6, \\ x-y+z=2, \\ x+y-z=0. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение.

$$\begin{cases} x+y+z=0, \\ 2x+y-z=1, \\ x+2y-z=-1, \\ 3x+5y-6z=-2. \end{cases}.$$

ВАРИАНТ 2

1. В параллелограмме $ABCD$ $\overline{AB} = \overline{a}$, $\overline{AD} = \overline{b}$. Выразить через $\overline{a}$ и $\overline{b}$ векторы $\overline{MA}$ и $\overline{MB}$, если M точка пересечения диагоналей параллелограмма.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (3, 6)$ по векторам $\overline{a} = (5, 4)$ и $\overline{b} = (1, -1)$.
3. Вычислить $(3\overline{a} - 2\overline{b}) \cdot (\overline{b} + 3\overline{c})$, если $|\overline{a}| = 2$, $|\overline{b}| = 1$, $|\overline{c}| = 8$, $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c} = \overline{b}\,\hat{}\,\overline{c} = 60^0$, $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b} = 90^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{a} = (3, 2, 2)$ на ось вектора $\overline{AB}$, если $A(1, -2, 7)$ и $B(4, 2, 7)$.
5. При каком значении α векторы $\overline{a} + \alpha\overline{b}$ и $\overline{a} - \alpha\overline{b}$ будут ортогональны, если $|\overline{a}| = 3$ и $|\overline{b}| = 5$?
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F}$ = (4, 4, 4), приложенной в точке $B(4, -2, 5)$, относительно точки $A(5, -3, 3)$.
7. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a} + \overline{b}$ и $\overline{b}$ как на сторонах, если $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 2$ и $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b} = 60^0$.
8. При каком значении λ векторы $\overline{a} = (\lambda, 3, 2)$, $\overline{b} = (2, -3, -4)$ и $\overline{c} = (-3, 12, 6)$ будут компланарны?
9. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(1, 2)$ параллельно прямой, соединяющей точки $B(-1, 0)$ и $C(2, 3)$.
10. Составить уравнения сторон квадрата, если известны координаты вершины $A(0, 6)$ и уравнения диагоналей AC: $5x + 4y - 24 = 0$, BD: $4x - 5y - 11 = 0$.

11. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $A(1, -1, 0)$ параллельно плоскости $3x+4y+2z+5=0$.

12. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через две заданные точки: а) $A(0, -2, 3)$ и В $(3, -2, 1)$; б) A $(1, 2, -4)$ и $B(0, 1, -1)$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{-3}$ и точку $A(1, 2, 3)$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по второй строке:
$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 4 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.
$$\begin{cases} x+2y+z=-2, \\ x+y+2z=0, \\ 2x+y+z=-2. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .
$$\begin{cases} x+y+z=-2, \\ x+y-z=6, \\ x-y+z=-6, \\ 2x+2y+z=0. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 3

1. В треугольнике ABC медианы $\overline{AK}=\overline{a}$ и $\overline{BM}=\overline{b}$. Выразить через $\overline{a}$ и $\overline{b}$ вектор $\overline{AB}$.
2. Разложить вектор $\overline{c}=(2,7)$ по векторам $\overline{a}=(5,4)$ и $\overline{b}=(1,-1)$.
3. Вычислить $(\overline{a}+2\overline{b}-3\overline{c})^2$, если $\left|\overline{a}\right|=3$, $\left|\overline{b}\right|=5$, $\left|\overline{c}\right|=8$, $\overline{a}\,{}^\wedge\overline{c}=\overline{b}\,{}^\wedge\overline{c}=60^0$ и $\overline{a}\,{}^\wedge\overline{b}=90^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{a}=(3,2,1)$ на ось вектора $\overline{AB}$, если $A(2, -2, 0)$ и $B(-2, 2, 2)$.
5. При каком значении α векторы $\overline{a}+\alpha\overline{b}$ и $\overline{a}-\alpha\overline{b}$ будут ортогональны, если $\left|\overline{a}\right|=4$ и $\left|\overline{b}\right|=10$?
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F}=(5,5,5)$, приложенной в точке $B(5, -3, 5)$, относительно точки $A\,(6, -4, 3)$.
7. При каком значении α векторы $(\alpha\overline{a}+5\overline{b})$ и $(3\overline{a}-\overline{b})$ будут коллинеарны, если $\overline{a}$ и $\overline{b}$ не коллинеарны.
8. При каком значении λ векторы $\overline{a}=(1, 3, \lambda)$, $\overline{b}=(4, 5, -1)$ и $\overline{c}=(2,-1,5)$ будут компланарны?
9. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2, -2)$ параллельно прямой, соединяющей точки $B(-5, 4)$ и $C(0, 2)$.
10. Составить уравнения сторон квадрата, если известны координаты вершины $A(-2, 10)$ и уравнения диагоналей AC: $5x+4y-30=0$, BD: $4x-5y+17=0$.

11. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $A(0, -1, -2)$ параллельно плоскости $5x+7y+4z+3=0$.

12. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через две заданные точки: а) $A(4, 5, 13)$ и $B(-6, 0, 1)$; б) $A(-11, 0, 10)$ и $B(1, 2, 3)$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $x=1+2t,\ y=2-t,\ z=10+2t$ и точку $A(7, 5, 3)$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x+y+2z=9, \\ x-y=-7, \\ x+2y+z=11. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} x+2y+z=-3, \\ x+y+2z=2, \\ -x+y+z=-2, \\ x+4y+4z=-3. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 4

1. В трапеции $ABCD$ отношение длины основания AD к длине основания BC равно 2. Выразить вектор $\overline{BC}$ через $\bar{a} = \overline{AC}$ и $\bar{b} = \overline{BD}$.
2. Разложить вектор $\bar{c} = (1, 8)$ по векторам $\bar{a} = (5, 4)$ и $\bar{b} = (1, -1)$.
3. Вычислить $(\bar{a} + 2\bar{b} - 3\bar{c})^2$, если $|\bar{a}| = 2$, $|\bar{b}| = 1$, $|\bar{c}| = 8$, $\bar{a} \wedge \bar{b} = 90^0$ и $\bar{a} \wedge \bar{c} = \bar{b} \wedge \bar{c} = 60^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\bar{a}$ = (1, 2, 3) на ось вектора $\overline{AB}$, если A (–3, 1, 4) и B(3, 3, 1).
5. При каком значении α векторы $\bar{a} + \alpha\bar{b}$ и $\bar{a} - \alpha\bar{b}$ будут ортогональны, если $|\bar{a}| = 4$ и $|\bar{b}| = 2$?
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (6, 6, 6)$, приложенной в точке B(6, –4, 5), относительно точки A (7, –5, 3).
7. Найти площадь треугольника с вершинами A(–1, 2, 3), B(5, 1, 4) и C(3, 2, 2).
8. При каком значении λ векторы $\bar{a} = (0, 1, \lambda)$, $\bar{b} = (1, 0, \lambda)$ и $\bar{c} = (1, 1, 2)$ будут компланарны?
9. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(–3, 2) параллельно прямой, соединяющей точки B(2, 1) и C(–5, –1).
10. В квадрате $ABCD$ задана вершина A(–1, –1) и точка пересечения диагоналей K(1,5; 2,5). Составить уравнения сторон и найти координаты остальных вершин.

11. Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат параллельно плоскости $x-2z+11=0$.

12. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $A(7, 3, -2)$ параллельно вектору $\bar{a}=(1, 2, -1)$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{4}$ и точку $A(-3, -5, 1)$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по первому столбцу:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2y+2z=10, \\ 2x-2y=-2, \\ 2x-2z=4. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение.

$$\begin{cases} x+y+2z=8, \\ x+2y+z=5, \\ -x+y+z=1, \\ 2x+3y+3z=13. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 5

1. В треугольнике ABC точка M делит сторону AC на отрезки $AM = 2$ и $MC = 3$, а точка N делит сторону BC на отрезки $BN = 3$ и $NC = 2$. Выразить вектор $\overline{MN}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AC}$ и $\overline{b} = \overline{AB}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (0, 9)$ по векторам $\overline{a} = (5, 4)$ и $\overline{b} = (1, -1)$.
3. Вычислить $(\overline{a} - \overline{b}) \cdot (3\overline{a} + \overline{c})$, если $\left|\overline{a}\right| = 1$, $\left|\overline{b}\right| = 4$, $\left|\overline{c}\right| = 2$, $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b} = \overline{b}\,\hat{}\,\overline{c} = 60^0$ и $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c} = 90^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{a} = (-1, 2, -3)$ на ось вектора $\overline{AB}$, если $A(5, -5, 5)$ и $B(5, 3, 1)$.
5. При каком значении α векторы $\overline{a} + \alpha\overline{b}$ и $\overline{a} - \alpha\overline{b}$ будут ортогональны, если $\left|\overline{a}\right| = 3$ и $\left|\overline{b}\right| = 2$?
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (-1, -1, -1)$, приложенной в точке $B(8, -6, -5)$, относительно точки $A(9, -7, 3)$.
7. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $(2\overline{a} - \overline{b})$ и $(2\overline{a} + \overline{b})$ как на сторонах, если $\overline{a} = (3, -2, -2)$, $\overline{b} = (1, -2, -1)$.
8. При каком значении λ векторы $\overline{a} = (0, 1, \lambda)$, $\overline{b} = (1, 3, 4\lambda)$ и $\overline{c} = (1, 1, 2\lambda)$ будут компланарны?
9. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2, -2)$ параллельно прямой, соединяющей точки $B(0, 7)$ и $C(7, 0)$.
10. В квадрате $ABCD$ задана вершина $A(1, 1)$ и точка пересечения диагоналей $K(2,5;\ 3,5)$. Составить уравнения сторон и найти координаты остальных вершин.

11. Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат параллельно плоскости $x + y - 2z - 11 = 0$.

12. Составить канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $A(2,\ 0,\ 2)$ параллельно прямой: $x = 2 + 2t$, $y = 3 + 3t$, $z = 7 - 4t$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\dfrac{x-3}{-3} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{2}$ и точку $A(-1,\ -1,\ 0)$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} -x - y + 3z = 5, \\ 3x - y - z = -3, \\ -x + 3y - z = -3. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} x - 2y + z = -1, \\ x - y + 2z = 3, \\ x - y - z = -6, \\ 2x - 3y + 3z = 2. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 6

1. В треугольнике ABC точка M делит сторону AC на отрезки $AM = 1$ и $MC = 3$, а точка N делит сторону AB на отрезки $AN = 3$ и $NB = 2$. Выразить вектор $\overline{MN}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AC}$ и $\overline{b} = \overline{CB}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (-1, 10)$ по векторам $\overline{a} = (5, 4)$ и $\overline{b} = (1, -1)$.
3. Вычислить $(\overline{a} - \overline{b} + \overline{c})^2$, если $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 4$, $|\overline{c}| = 2$, $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c} = 90^0$ и $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b} = \overline{b}\,\hat{}\,\overline{c} = 60^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{a} = (4, 2, -6)$ на ось вектора $\overline{AB}$, если $A(2, -2, 1)$ и $B(3, -1, 0)$.
5. Определить косинус угла между векторами $\overline{a} = (2, -4, 4)$ и $\overline{b} = (-3, 2, 6)$.
6. Найти $\overline{M_A}(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (-7, -7, -7)$, приложенной в точке $B(5, -6, 2)$, относительно точки $A(9, 3, 1)$.
7. Найти площадь треугольника с вершинами $A(2, 3, 4)$, $B(1, 0, 6)$ и $C(4, 5, -2)$.
8. При каком значении λ векторы $\overline{a} = (\lambda, 2, -3)$, $\overline{b} = (1, -1, 4)$ и $\overline{c} = (1, -2, 3)$ будут компланарны?
9. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(1, 6)$ перпендикулярно к прямой, соединяющей точки $B(-1, 4)$ и $C(-2, 3)$.
10. В квадрате $ABCD$ задана вершина $A(2, 2)$ и точка пересечения диагоналей $K(3{,}5;\ 4{,}5)$. Составить уравнения сторон и найти координаты остальных вершин .

11. Точка $P(0, -1, -2)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость. Составить уравнение этой плоскости.

12. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через две заданные точки: а) $A(3, -1, 2)$ и $B(2, 1, 1)$; б) $A(1, 1, -2)$ и $B(3, -1, 0)$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $x = -1 - t$, $y = 1 + t$, $z = 2 + 2t$ и точку $A(2, 1, -3)$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} -x + 3y + 2z = 23, \\ -x - y + 2z = 3, \\ 3x - y - 2z = -17. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение.

$$\begin{cases} x - y - z = -4, \\ x - 2y + z = -7, \\ x - y + 2z = -7, \\ 2x - 3y = -11. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 7

1. В треугольнике ABC точка M делит сторону AB на отрезки $AM = 1$ и $MB = 3$, а точка N делит сторону BC на отрезки $BN = 2$ и $NC = 3$. Выразить вектор $\overline{MN}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AB}$ и $\overline{b} = \overline{AC}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (-2, 11)$ по векторам $\overline{a} = (5, 4)$ и $\overline{b} = (1, -1)$.
3. Вычислить $(\overline{a} - 2\overline{b}) \cdot (\overline{b} - 2\overline{c})$, если $|\overline{a}| = 2$, $|\overline{b}| = 3$, $|\overline{c}| = 4$, $\overline{a} \,\hat{}\, \overline{c} = \overline{b} \,\hat{}\, \overline{c} = 90^0$ и $\overline{a} \,\hat{}\, \overline{b} = 60^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{a} = (1, -3, 1)$ на ось вектора $\overline{AB}$, если $A(-5, 7, -6)$ и $B(7, -9, 9)$.
5. Вектор $\overline{b}$ коллинеарен вектору $\overline{a} = (3, -2, 0)$. Найти $\overline{b}$, если $\overline{a} \cdot \overline{b} = 26$.
6. Найти $\overline{M_A}(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (-2, -2, -2)$, приложенной в точке $B(9, -7, 5)$, относительно точки $A(10, -8, 3)$.
7. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $(3\overline{a} - 2\overline{b})$ и $(2\overline{a} + 3\overline{b})$ как на сторонах, если $|\overline{a}| = 2$, $|\overline{b}| = 5$ и $\overline{a} \,\hat{}\, \overline{b} = 30^0$.
8. Лежат ли точки $A(1, 2, -1)$, $B(0, 1, 5)$, $C(-1, 2, 1)$ и $D(2, 1, 3)$ в одной плоскости?
9. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(1, 3)$ перпендикулярно к прямой, соединяющей точки $B(2, -1)$ и $C(-8, 2)$.
10. Известна точка пересечения диагоналей квадрата $K(1{,}5;\ 3{,}5)$ и уравнение одной из его сторон $x - 4y + 4 = 0$. Найти координаты вершин квадрата и составить уравнения его диагоналей.

11. Точка $P(-2,\ 1,\ -2)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость. Составить уравнение этой плоскости.

12. Через точки $A(12, -6, 1)$ и $B(-6, 6, -5)$ проведена прямая. Определить точки пересечения этой прямой с координатными плоскостями.

13. Найти основание перпендикуляра, опущенного из точки $A(3, 0, 4)$ на плоскость π: $2x+y+3z-6=0$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -5 \\ 4 & -1 & 1 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x+y+z=2, \\ -x+y+z=5, \\ x+y-z=-4. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} 2x+3y=1, \\ x+2y-z=1, \\ 2x+y-z=-1, \\ 5x+3y-6z=-2. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 8

1. В ромбе $ABCD$ точка M делит сторону BC на отрезки $BM = 2$ и $MC = 3$, а точка N делит сторону AD на отрезки $AN = 4$ и $ND = 1$. Выразить вектор $\overline{MN}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AB}$ и $\overline{b} = \overline{AD}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (-3, 12)$ по векторам $\overline{a} = (5, 4)$ и $\overline{b} = (1, -1)$.
3. Вычислить $(\overline{a} + \overline{b} - \overline{c})^2$, если $|\overline{a}| = 2$, $|\overline{b}| = 3$, $|\overline{c}| = 4$, $\overline{a} \wedge \overline{b} = \overline{b} \wedge \overline{c} = 60^0$ и $\overline{a} \wedge \overline{c} = 90^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{a} = (2, 3, 4)$ на ось вектора $\overline{AB}$, если A (1, 1, 1) и B(3, 3, 2).
5. Определить косинус угла между векторами $\overline{a} = (1, 1, 1)$ и $\overline{b} = (2, 2, 2)$.
6. Найти $\overline{M_A}(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (-3, -3, -3)$, приложенной в точке B(10, –8, 5), относительно точки A(11, –9, 3).
7. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $(\overline{a} - 2\overline{b})$ и $(3\overline{a} + 3\overline{b})$ как на сторонах, если $|\overline{a}| = 5$, $|\overline{b}| = 4$ и $\overline{a} \wedge \overline{b} = 45^0$.
8. Лежат ли точки A(2,–1,–1), B(5, 5, 4), C(3, 2, –1) и D(4, 1, 3) в одной плоскости?
9. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(–7, 1) и перпендикулярной к прямой, соединяющей точки B(0, –2) и C(7, 1).
10. Известна точка пересечения диагоналей квадрата K(2,5; 2,5) и уравнение одной из его сторон $4x + y - 4 = 0$. Найти координаты вершин квадрата и составить уравнения его диагоналей.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $C(3, 13, 7)$ перпендикулярно вектору $\overline{AB}$, если $A(-1, 0, 2)$ и $B(2, 0, -1)$.

12. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через две заданные точки: а) $A(2, 3, -1)$ и $B(-1, 2, 3)$; б) $A(0, 1, 2)$ и $B(2, 0, 1)$.

13. Найти основание перпендикуляра, опущенного из точки $A(1, 1, 3)$ на плоскость π: $z-1=0$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 13 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2x+y+z=0, \\ x+y+2z=-1, \\ x+2y+z=1. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} x+y+z=-2, \\ x+y-z=6, \\ -x+y+z=-6, \\ 2x+2y+z=0. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 9

1. В треугольнике ABC AK и BM – медианы. Выразить вектор $\overline{BC}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AK}$ и $\overline{b} = \overline{BM}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (-4, 13)$ по векторам $\overline{a} = (5, 4)$ и $\overline{b} = (1, -1)$.
3. Вычислить $(\overline{a} + \overline{b} + \overline{c}) \cdot (2\overline{a} - \overline{b})$, если $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 2$, $|\overline{c}| = 5$, $\overline{a}{}^\wedge\overline{b} = \overline{a}{}^\wedge\overline{c} = \overline{b}{}^\wedge\overline{c} = 60^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{a} = (1, 2, 3)$ на ось вектора $\overline{AB}$, если $A(0, 0, 0)$ и $B(4, 4, 2)$.
5. Определить косинус внутреннего угла при вершине A треугольника ABC, если $A(1, 2, 1)$, $B(3, -1, 1)$, $C(0, 2, -1)$.
6. Найти $\overline{M_A}(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (-4, -4, -4)$, приложенной в точке $B(11, -9, 5)$, относительно точки $A(12, -10, 3)$.
7. Найти α и β, при которых вектор $\overline{c} = (\alpha, 3, \beta)$ коллинеарен вектору $\overline{a} \times \overline{b}$, если $\overline{a} = (3, -1, 1)$, $\overline{b} = (1, 2, 0)$.
8. Лежат ли точки $A(0, 1, -2)$, $B(-2, 4, 1)$, $C(5, 3, 7)$ и $D(4, 0, 3)$ в одной плоскости?
9. Найти точку A, симметричную точке $B(-2, 1)$ относительно прямой $3x + 2y - 1 = 0$.
10. Известна точка пересечения диагоналей квадрата $K(1{,}5;\ 2{,}5)$ и уравнение одной из его сторон $x - 4y = 0$. Найти координаты вершин квадрата и составить уравнения его диагоналей.
11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\overline{AB}$, если $A(-1, 2, -3)$ и $B(0, -1, 1)$

12. Через точки $A(0,\ -1,\ -2)$ и $B(2,\ 1,\ 0)$ проведена прямая. Определить точки пересечения этой прямой с координатными плоскостями.

13. Найти основание перпендикуляра, опущенного из точки $A(-3,\ 2,\ 2)$ на плоскость π: $2x-3y-4z=0$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 8 & 7 & -1 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x+y+2z=9, \\ 2x+y+z=14, \\ x+2y+z=13. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение.

$$\begin{cases} 2x+y+z=-3, \\ x+y+2z=2, \\ x-y+z=-2, \\ 4x+y+4z=-3. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 10

1. В параллелограмме *ABCD* выразить векторы $\overline{MC}$ и $\overline{MD}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AB}$ и $\overline{b} = \overline{AD}$, если M – точка пересечения диагоналей параллелограмма.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (-5, 14)$ по векторам $\overline{a} = (5, 4)$ и $\overline{b} = (1, -1)$.
3. Вычислить $(\overline{a} - \overline{b} + \overline{c})^2$, если $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 2$, $|\overline{c}| = 5$, $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b} = \overline{a}\,\hat{}\,\overline{c} = \overline{b}\,\hat{}\,\overline{c} = 60^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{a} = (2, 3, 4)$ на ось вектора $\overline{AB}$, если $A(1, 1, 1)$ и $B(3, 5, 5)$.
5. Определить косинус угла между векторами $\overline{a} = (2, 1, 3)$ и $\overline{b} = (-3, 3, 1)$.
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (-5, 5, -5)$, приложенной в точке $B(12, -10, 5)$, относительно точки $A(13, -11, 3)$.
7. Найти координаты вектора $\overline{d}$, коллинеарного вектору $\overline{a} \times \overline{b}$, если $\overline{d} \cdot \overline{c} = 15$, $\overline{a} = (-2, 1, 0)$, $\overline{b} = (1, 1, 3)$ и $\overline{c} = (0, -1, 3)$.
8. Лежат ли точки $A(-1, -1, -1)$, $B(1, -2, -2)$, $C(0, -2, -1)$ и $D(2, -3, -2)$ в одной плоскости?
9. Найти точку A, симметричную точке $B(1, 2)$ относительно прямой $3x + 5y - 4 = 0$.
10. Известна точка пересечения диагоналей квадрата $K(2{,}5;\ 4{,}5)$ и уравнение одной из его сторон $x - 4y + 24 = 0$. Найти координаты вершин квадрата и составить уравнения его диагоналей.
11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1, 2, 0)$ параллельно векторам $\overline{a} = (1, -1, 0)$ и $\overline{b} = (0, 4, -2)$.

12. Составить канонические и параметрические уравнения прямой, заданной как пересечение двух плоскостей $5x - y - 9 = 0$ и $x + y - 2z + 1 = 0$.

13. Найти основание перпендикуляра, опущенного из точки $A(3,\ 0,\ -2)$ на плоскость π: $2x - y - 3z + 2 = 0$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по первому столбцу:

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} -2x + 2y = 2, \\ -2y - 2z = -6, \\ -2x + 2z = 8. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение.

$$\begin{cases} x + y + 2z = 8, \\ 2x + y + z = 5, \\ x - y + z = 1, \\ 3x + 2y + 3z = 13. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 11

1. $ABCDEF$ – правильный шестиугольник. Выразить через векторы $\bar{a}=\overline{AB}$ и $\bar{b}=\overline{BC}$ векторы $\overline{AC}$ и $\overline{BD}$.

2. Разложить вектор $\bar{c}=(3,-1)$ по векторам $\bar{a}=(2,-3)$ и $\bar{b}=(1,2)$.

3. Вычислить $(\bar{a}-\bar{b})\cdot(\bar{a}+2\bar{c})$, если $|\bar{a}|=1$, $|\bar{b}|=2$, $|\bar{c}|=3$, $\bar{a}\,\hat{}\,\bar{b}=\bar{a}\,\hat{}\,\bar{c}=60^0$ и $\bar{b}\,\hat{}\,\bar{c}=90^0$.

4. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если $A(-2, 3, -4)$, $B(3, 2, 5)$, $C(1, -1, 2)$ и $D(3, 2, -4)$.

5. При каком значении α векторы $\bar{a}+2\alpha\bar{b}$ и $\bar{a}-\bar{b}$ будут ортогональны, если $|\bar{a}|=3$ и $|\bar{b}|=\sqrt{2}$, $\bar{a}\,\hat{}\,\bar{b}=135^0$.

6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F}=(3,-3,3)$, приложенной в точке $B(5, -3, 1)$, относительно точки $A(4, -2, 3)$.

7. Является ли четырехугольник с вершинами в точках $A(2, -1, 3)$, $B(1, 2, -1)$, $D(-4, 7, 5)$ и $C(-5, 10, 1)$ параллелограммом? Если – да, то найти его площадь.

8. Лежат ли точки $A(-1, -1, -1)$, $B(-2, 1, -2)$, $C(-1, 0, -2)$ и $D(3, 2, 1)$ в одной плоскости?

9. Определить острый угол между высотой и медианой треугольника ABC, проведенными из вершины A, если координаты вершин известны: $A(-2, 3)$, $B(5, 7)$ и $C(-3, -2)$.

10. Найти площадь ромба и координаты его вершин, если одна из его сторон и одна из диагоналей лежат соответственно на прямых L_1: $y-2x+2=0$ и L_2: $x-4=0$, а длина диагонали равна 12. Сколько решений имеет задача?

11. Составить уравнение плоскости , проходящей через точки $A(1, 2, -1)$ и $B(0, 3, 2)$ параллельно вектору $\bar{a}$ = (3, 4, 7).

12. Составить параметрические и канонические уравнения прямой, заданной как пересечение двух плоскостей: $2x - y - z - 1 = 0$ и $x + 2y + z - 2 = 0$.

13. Найти проекцию точки $A(1,\ 2,\ -3)$ на прямую, заданную как пересечение двух плоскостей: $-x + y - 2z + 1 = 0$ и $y + 4z + 2 = 0$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \\ 5 & 13 & 5 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} -3x + y + z = 0, \\ x + y - 3z = 4, \\ x - 3y + z = -4. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} -2x + y + z = -1, \\ -x + y + 2z = 3, \\ -x + y - z = -6, \\ -3x + 2y + 3z = 2. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 12

1. В треугольнике ABC точка M делит сторону AB на отрезки $AM = 3$ и $MB = 1$, а точка N делит сторону BC на отрезки $BN = 3$ и $NC = 2$. Выразить вектор $\overline{MN}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AB}$ и $\overline{b} = \overline{AC}$.

2. Разложить вектор $\overline{c} = (4, 1)$ по векторам $\overline{a} = (2, -3)$ и $\overline{b} = (1, 2)$.

3. Вычислить $(2\overline{a} - 3\overline{b})^2$, если $|\overline{a}| = 2$, $|\overline{b}| = 3$ и $\overline{a}\hat{\ }\overline{b} = 60^0$.

4. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если $A(1, 1, 1)$, $B(2, 3, 4)$, $C(0, 1, 2)$ и $D(2, 3, 1)$.

5. При каком значении α векторы $\overline{a} = (2\alpha, -3\alpha, 2)$ и $\overline{b} = (3, -3, -1)$ будут ортогональны?

6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (4, -4, 4)$, приложенной в точке $B(6, -4, 1)$, относительно точки $A(5, -3, 3)$.

7. При каком значении α вектор $\overline{a} = (1, 0, \alpha)$ ортогонален вектору $\overline{b} \times \overline{c}$, если $\overline{b} = (1, 1, 2)$ и $\overline{c} = (-1, -2, 1)$.

8. Лежат ли точки $A(1, 1, 1)$, $B(2, 0, 1)$, $C(3, 1, -1)$ и $D(4, -2, -2)$ в одной плоскости?

9. Определить острый угол между высотой и медианой треугольника ABC, проведенными из вершины A, если координаты вершин известны: $A(-1, 1)$, $B(6, 5)$ и $C(-2, -4)$.

10. Найти площадь ромба и координаты его вершин, если одна из его сторон и одна из диагоналей лежат соответственно на прямых L_1: $y - 2x - 2 = 0$ и L_2: $x - 3 = 0$, а длина диагонали равна 12. Сколько решений имеет задача?

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4,\ 3,\ \ 2)$ и $B(2,\ \ 1,\ \ -1)$ параллельно прямой $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$.

12. Составить параметрические и канонические уравнения прямой, заданной как пересечение двух плоскостей $3x+y-4z+1=0$ и $2x-y+3z-1=0$.

13. Найти проекцию точки $A(-3,\ 2,\ 1)$ на прямую, заданную как пересечение двух плоскостей: $-x+y-z+2=0$ и $x-2y+3z+4=0$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2x+y+z=3, \\ x-y+z=6, \\ -x+y+z=0. \end{cases}.$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} -x+y-z=-4, \\ -2x+y+z=-7, \\ -x+y+2z=-7, \\ -3x+2y=-11. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 13

1. В треугольнике ABC точка M делит сторону AB на отрезки $AM = 2$ и $MB = 3$, а точка N делит сторону BC на отрезки $BN = 1$ и $NC = 2$. Выразить вектор $\overline{MN}$ через векторы $\bar{a} = \overline{AB}$ и $\bar{b} = \overline{AC}$.
2. Разложить вектор $\bar{c} = (5, 3)$ по векторам $\bar{a} = (2, -3)$ и $\bar{b} = (1, 2)$.
3. Вычислить $(3\bar{a} - 2\bar{b}) \cdot (\bar{b} + 3\bar{c})$, если $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 5$, $|\bar{c}| = 8$, $\bar{a}\,\hat{}\,\bar{b} = 90^0$, $\bar{a}\,\hat{}\,\bar{c} = \bar{b}\,\hat{}\,\bar{c} = 60^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если $A(1, 2, 3)$, $B(3, 5, 0)$, $C(2, 3, 4)$ и $D(3, 4, 5)$.
5. При каком значении α векторы $\bar{a} = (\alpha, -3\alpha, 1)$ и $\bar{b} = (1, 2, -10)$ будут ортогональны?
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (5, -5, 5)$, приложенной в точке $B(7, -5, 1)$, относительно точки $A(6, -4, 3)$.
7. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $(3\bar{a} + 2\bar{b})$ и $(2\bar{a} - 3\bar{b})$, если $|\bar{a}| = 5$, $|\bar{b}| = 2$ и $\bar{a}\,\hat{}\,\bar{b} = 60^0$.
8. Определить x, при котором точки $A(x, 0, 0)$, $B(5, 2, 1)$, $C(3, -1, 2)$ и $D(2, 0, 1)$ лежат в одной плоскости.
9. Определить острый угол между высотой и медианой треугольника ABC, проведенными из вершины A, если координаты вершин известны: $A(-3, 5)$, $B(4, 9)$ и $C(-4, 0)$.
10. Найти площадь ромба и координаты его вершин , если одна из его сторон и одна из диагоналей лежат соответственно на прямых L_1: $y - 2x - 6 = 0$ и L_2: $x - 2 = 0$, а длина диагонали равна 12. Сколько решений имеет задача?

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1, 2, 7)$ и $B(2, 7, -1)$ параллельно вектору $\bar{a} = (2, 1, 3)$.

12. Составить параметрические и канонические уравнения прямой, заданной как пересечение двух плоскостей $3x - z - 4 = 0$ и $x + y - 2z + 1 = 0$.

13. Найти проекцию точки $A(-3, 3, 3)$ на прямую, заданную как пересечение двух плоскостей: $3x + 4y - 2z + 7 = 0$ и $x + 2y + 1 = 0$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -5 & 3 & 3 \\ 7 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x + 2y + z = 6, \\ 2x + y + z = 3, \\ x + y + 2z = -1. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае овместности найти ее решение .

$$\begin{cases} x + y + z = 0, \\ 3x - 2y + 3z = 0, \\ x - y + 2z = -1, \\ 3x - 6y + 5z = -2. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 14

1. В параллелограмме $ABCD$ выразить через векторы $\bar{a} = \overline{AB}$ и $\bar{b} = \overline{AD}$ векторы $\overline{MC}$ и $\overline{MD}$, если M – точка пересечений диагоналей.

2. Разложить вектор $\bar{c} = (6, 5)$ по векторам $\bar{a} = (2, -3)$ и $\bar{b} = (1, 2)$.

3. Определить угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если $|\bar{a}| = 1$, $|\bar{b}| = 2$ и $(\bar{a} - \bar{b})^2 + (\bar{a} + 2\bar{b})^2 = 20$.

4. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если $A(2, 3, 4)$, $B(0, 0, 0)$, $C(2, 1, 1)$ и $D(2, 3, 1)$.

5. При каком значении α векторы $\bar{a} = (2\alpha, 3, 2)$ и $\bar{b} = (1, 2, -3\alpha)$ будут ортогональны?

6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (6, -6, 6)$, приложенной в точке $B(8, -6, 1)$, относительно точки $A(7, -5, 3)$.

7. Найти координаты вектора $\bar{c}$, если он ортогонален векторам $\bar{a} = (0, 1, 2)$, $\bar{b} = (2, 0, 1)$, образует тупой угол с осью OX и $|\bar{c}| = \sqrt{7}$.

8. Определить x, при котором точки $A(x, 0, 0)$, $B(1, 1, 0)$, $C(0, 1, 1)$ и $D(1, 0, 1)$ лежат в одной плоскости.

9. В треугольнике ABC найти координаты центра тяжести, длину и уравнение медианы BK, если известны координаты вершин: $A(5, 6)$, $B(-2, 2)$ и $C(-3, -3)$.

10. Составить уравнения сторон ромба $ABCD$ и найти его площадь, если известны уравнения сторон AB: $y + 2x + 2 = 0$, BC: $2x - y - 6 = 0$ и координаты вершины $D(-1, -4)$.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1, 0, 2)$ и $B(3, 2, 5)$ параллельно оси OZ.

12. Составить параметрические и канонические уравнения прямой, заданной как пересечение двух плоскостей $2x+5y-9z-9=0$ и $x-5y+8z-13=0$.

13. Найти проекцию точки $A(-1,\ 5,\ 1)$ на прямую, заданную как пересечение двух плоскостей: $2x+y-3z+8=0$ и $2x+3y-z+4=0$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 3 & 11 & -2 \\ 3 & 11 & 4 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x+2y+z=11, \\ 2x+y+z=5, \\ x+y+2z=12. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} x+y+z=-2, \\ -x+y+z=6, \\ x-y+z=-6, \\ x+2y+2z=0. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 15

1. В трапеции $ABCD$ отношение длины основания AD к длине основания BC равно 2. Выразить вектор $\overline{AB}$ через $\overline{a}=\overline{AC}$ и $\overline{b}=\overline{BD}$.

2. Разложить вектор $\overline{c}=(7,7)$ по векторам $\overline{a}=(2,-3)$ и $\overline{b}=(1,2)$.

3. Определить угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$, как на сторонах, если $|\overline{a}|=1$, $|\overline{b}|=3$ и $\overline{a}\hat{\ }\overline{b}=45^0$.

4. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если $A(2, 3, 5)$, $B(1, 1, 1)$, $C(2, 3, 0)$ и $D(1, 2, 3)$.

5. При каком значении α векторы $\overline{a}=(1,3\alpha,2)$ и $\overline{b}=(2,3\alpha,-3)$ будут ортогональны?

6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F}=(7,-7,7)$, приложенной в точке $B(9, -7, 1)$, относительно точки $A(8, -6, 3)$.

7. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}=(1,\alpha,1)$ и $\overline{b}=(2,1,0)$ как на сторонах равна $\sqrt{6}$. Определить α.

8. Определить x, при котором точки $A(x, 0, 0)$, $B(1, 1, 1)$, $C(2, 1, 0)$ и $D(1, 0, 2)$ лежат в одной плоскости.

9. В треугольнике ABC найти координаты центра тяжести, длину и уравнение медианы BK, если известны координаты вершин: $A(6, 4)$, $B(-1, 0)$ и $C(-2, -5)$.

10. Составить уравнения сторон ромба $ABCD$ и найти его площадь, если известны уравнения сторон AB: $y+2x-2=0$, BC: $2x-y+2=0$ и координаты вершины $D(0, -2)$.

11. Составить уравнение плоскости , проходящей через точки $A(1,\,1,\,-4)$ и $B(-3,\,-1,\,2)$ параллельно оси OZ.

12. Составить параметрические и канонические уравнения прямой, заданной как пересечение двух плоскостей $x+4y-7z+8=0$ и $5x+2y-5z-2=0$.

13. Найти проекцию точки $A(-2,\ 1,\ -1)$ на прямую, заданную как пересечение двух плоскостей: $x+4y+2z-3=0$ и $2x+5y+z=0$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x+2y+z=8, \\ 2x+y+z=7, \\ x+y+2z=9. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} x+2y+z=-3, \\ 2x+y+z=2, \\ x+y-z=-2, \\ 4x+4y+z=-3. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 16

1. В параллелограмме $ABCD$ точка M делит сторону BC на отрезки $BM = 1$ и $MC = 4$, а точка N делит сторону AD, параллельную BC, на отрезки $AN = 3$ и $ND = 2$. Выразить вектор $\overline{MN}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AB}$ и $\overline{b} = \overline{AD}$.

2. Разложить вектор $\overline{c} = (8, 9)$ по векторам $\overline{a} = (2, -3)$ и $\overline{b} = (1, 2)$.

3. Определить угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$, как на сторонах, если $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 2$ и $\overline{a} \wedge \overline{b} = 60^0$.

4. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если $A(2, 3, 3)$, $B(2, 1, 1)$, $C(7, 3, 4)$ и $D(1, 1, 1)$.

5. При каком значении α векторы $\overline{a} = (\alpha - 4, \alpha, 4)$ и $\overline{b} = (\alpha, -1, 1)$ будут ортогональны?

6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (8, -8, 8)$, приложенной в точке $B(10, -8, 1)$, относительно точки $A(9, -7, 3)$.

7. Найти координаты вектора $\overline{c}$, если он ортогонален векторам $\overline{a} = (1, -2, 3)$, $\overline{b} = (2, 1, 1)$, образует острый угол с осью OZ и $|\overline{c}| = 2$.

8. Определить x, при котором точки $A(x, 0, 0)$, $B(2, 1, 1)$, $C(2, 2, 0)$ и $D(2, 0, 2)$ лежат в одной плоскости.

9. В треугольнике ABC найти координаты центра тяжести, длину и уравнение медианы BK, если известны координаты вершин: $A(4, 8)$, $B(-3, 4)$ и $C(-4, -1)$.

10. Составить уравнения сторон ромба $ABCD$ найти его площадь, если известны уравнения сторон AB: $y + 2x - 2 = 0$, BC: $2x - y - 2 = 0$ и координаты вершины $D(1, 4)$.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5,\ 3,\ 1)$ и $B(1,\ 1,\ 2)$ параллельно оси OZ.

12. Через точку $A(5,\ 0,\ 1)$ провести прямую , параллельную двум плоскостям $2x+3y-z+4=0$ и $x+4y+2z-3=0$.

13. Найти проекцию точки $A(-1,\ 1,\ 3)$ на прямую, заданную как пересечение двух плоскостей: $x-2z+5=0$ и $2x+3y-z+4=0$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по первому столбцу:

$$\begin{vmatrix} 7 & 1 & 18 \\ 8 & 1 & 19 \\ 6 & -2 & 12 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} -2x \qquad +2z = 4, \\ -2x+2y \qquad = -6, \\ \qquad -2y-2z = -2. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} 2x + y + z = 8, \\ x + 2y + z = 5, \\ x + y - z = 1, \\ 3x+3y+2z = 13. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 17

1. AK и BM – медианы треугольника ABC. Выразить через векторы $\bar{a} = \overline{AK}$ и $\bar{b} = \overline{BM}$ вектор $\overline{CA}$.
2. Разложить вектор $\bar{c} = (9, 11)$ по векторам $\bar{a} = (2, -3)$ и $\bar{b} = (1, 2)$.
3. Найти угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если $|\bar{a}| = |\bar{b}| = 1$ и векторы $(2\bar{a} + \bar{b})$ и $(\bar{a} - 3\bar{b})$ ортогональны.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если $A(1, 1, 2)$, $B(2, 3, 1)$, $C(0, -1, 2)$ и $D(2, 0, 3)$.
5. При каком значении α векторы $\bar{a} = (2\alpha, 4\alpha, 1)$ и $\bar{b} = (2, 4, 2)$ будут ортогональны?
6. Найти $\overline{M_A}(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (-2, 2, -2)$, приложенной в точке $B(11, -9, 1)$, относительно точки $A(10, -8, 3)$.
7. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a} = (3, 0, 1)$ и $\bar{b} = (\alpha, 2, 2)$ как на сторонах равна $\sqrt{76}$. Определить α.
8. Определить x, при котором точки $A(x, 0, 0)$, $B(2, 2, 2)$, $C(3, 0, 3)$ и $D(0, 4, 2)$ лежат в одной плоскости.
9. В треугольнике ABC известны координаты вершин: $A(3, 7)$, $B(-4, 3)$ и $C(-5, -2)$. Составить уравнение высоты BK и определить острый угол между этой высотой и стороной AB.
10. Составить уравнения сторон ромба $ABCD$ и найти его площадь, если известны уравнения сторон AB: $y + 2x + 2 = 0$, BC: $2x - y + 6 = 0$ и координаты вершины $D(-2, 6)$.
11. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось OY и точку $A(2, -1, 6)$.

12. Через точку $A(-3,\ 4,\ -3)$ провести прямую, параллельную двум плоскостям $3x+4y-2z+7=0$ и $x-2z+5=0$.

13. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины D треугольной пирамиды $ABCD$ на основание ABC, если $A(2,\ 3,\ 7)$, $B(2,\ 2,\ 6)$, $C(-1,\ 2,\ 3)$ и $D(7,\ 0,\ 8)$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 6 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x-3y+z=-14, \\ -3x+y+z=-2, \\ x+y-3z=14. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} x-2y+z=-1, \\ 2x-y+z=3, \\ -x-y+z=-6, \\ 3x-3y+2z=2. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 18

1. *ABCDEF* – правильный шестиугольник. Выразить векторы $\overline{AE}$ и $\overline{ED}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AB}$ и $\overline{b} = \overline{BC}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (10, 13)$ по векторам $\overline{a} = (2, -3)$ и $\overline{b} = (1, 2)$.
3. Определить угол между векторами $\overline{a}$ и $(2\overline{a} - \overline{b})$, если $|\overline{a}| = |\overline{b}| = 1$ и $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b} = 120^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось вектора $\overline{CD}$, если $A(4, 8, -5)$, $B(8, 8, 10)$, $C(1, 3, 1)$ и $D(2, 0, 2)$.
5. Найти вектор $\overline{b}$, если он коллинеарен вектору $\overline{a} = (0, 3, 4)$, образует тупой угол с осью *OZ* и $|\overline{b}| = 50$.
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (-3, 3, -3)$, приложенной в точке $B(12, -10, 1)$, относительно точки $A\,(11, -9, 3)$.
7. Найти координаты вектора $\overline{c}$, если он ортогонален векторам $\overline{a} = (0, 0, 1)$, $\overline{b} = (8, -15, 3)$, образует острый угол с осью *OX* и $|\overline{c}| = 51$.
8. Определить x, при котором точки $A(x, 0, 0)$, $B(1, 2, 2)$, $C(3, 2, 0)$ и $D(2, 0, 3)$ лежат в одной плоскости.
9. В треугольнике *ABC* известны координаты вершин: $A(4, 5)$, $B(-3, 1)$ и $C(-4, -4)$. Составить уравнение высоты *BK* и определить острый угол между этой высотой и стороной *AB*.
10. В прямоугольном треугольнике известно уравнение гипотенузы $2x + 3y = 1$ и координаты двух вершин $(-1, 1)$ и $(-2, -1)$. Найти координаты третьей вершины.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось OY и точку $A(-1, 3, -3)$.

12. Через точку $A(-1, 3, -2)$ провести прямую, параллельную двум плоскостям $2x+5y+z=0$ и $y+z-2=0$.

13. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины D треугольной пирамиды $ABCD$ на основание ABC, если $A(3, 4, 7)$, $B(-1, 1, 8)$, $C(1, -3, 2)$ и $D(1, 6, 2)$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 4 & -3 & 4 \\ 5 & 2 & 2 \\ 4 & 14 & -2 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x-3y+z=1, \\ -3x+y+z=1, \\ x+y-3z=-2. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} -x-y+z=-4, \\ x-2y+z=-7, \\ 2x-y+z=-7, \\ -3y+2z=-11. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 19

1. В трапеции $ABCD$ отношение длины основания AD к длине основания BC равно 3. Выразить вектор $\overline{CD}$ через $\overline{a} = \overline{AC}$ и $\overline{b} = \overline{BD}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (11, 15)$ по векторам $\overline{a} = (2, -3)$ и $\overline{b} = (1, 2)$.
3. Найти модуль вектора $(\overline{a} + \overline{b} + \overline{c})$, если $|\overline{a}| = 3$, $|\overline{b}| = 2$, $|\overline{c}| = 5$, $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b} = \overline{b}\,\hat{}\,\overline{c} = 90^0$ и $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c} = 60^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ ось, составляющую с координатными осями углы $\alpha = 60^0$, $\beta = 120^0$, $\gamma > 90^0$, если $A(3, -4, -2)$, $B(2, 5, -2)$.
5. Найти вектор $\overline{b}$, коллинеарный вектору $\overline{a} = (-2, -2, 1)$, если он образует острый угол с осью OY и $|\overline{b}| = 27$
6. Найти $\overline{M_A}(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (-4, 4, -4)$, приложенной в точке $B(13, -11, 1)$, относительно точки $A(12, -10, 3)$.
7. В треугольнике ABC с вершинами $A(2,-1, 6)$, $B(3, 0, 5)$ и $C(5, 2, 6)$ найти длину высоты AM.
8. Можно ли векторы $\overline{a} = (1, 0, 2)$, $\overline{b} = (-1, 1, 0)$ и $\overline{c} = (1, -1, 2)$ взять за базисные в трехмерном пространстве?
9. В треугольнике ABC известны координаты вершин: $A(2, 9)$, $B(-5, 5)$ и $C(-6, 0)$. Составить уравнение высоты BK и определить острый угол между этой высотой и стороной AB.
10. Известна точка пересечения диагоналей квадрата $K(1{,}5; 2{,}5)$ и уравнение одной из его сторон $x - 4y = 0$. Найти координаты вершин квадрата и составить уравнения его диагоналей.

11. Составить уравнение плоскости , проходящей через ось OY и точку $A(1, 4, 3)$.

12. Через точку $A(1,\ 2,\ -1)$ провести прямую, параллельную двум плоскостям $2x+3y-z+4=0$ и $x+3y+z-1=0$.

13. Составить уравнение высоты , опущенной из вершины D треугольной пирамиды $ABCD$ на основание ABC, если $A(0, 0, 6)$, $B(1, 3, 8)$, $C(3, 5, 8)$ и $D(3, 4, 4)$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 6 & 2 & 2 \\ 6 & -4 & 8 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x+y+z=-2, \\ x+y-z=6, \\ x-y+z=-6. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} 3y+2z=-1, \\ -x+y+2z=1, \\ -x+2y+z=-1, \\ -6x+5y+3z=-2. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 20

1. В треугольнике ABC точка M делит сторону AC на отрезки $AM = 3$ и $MC = 4$, а точка N делит сторону BC на отрезки $BN = 2$ и $NC = 3$. Выразить вектор $\overline{MN}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AB}$ и $\overline{b} = \overline{AC}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (12, 17)$ по векторам $\overline{a} = (2, -3)$ и $\overline{b} = (1, 2)$.
3. Найти модуль вектора $(\overline{a} - \overline{b} + \overline{c})$, если $|\overline{a}| = 3$, $|\overline{b}| = 2$, $|\overline{c}| = 5$, $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b} = \overline{b}\,\hat{}\,\overline{c} = 90^0$ и $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c} = 60^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями углы $\alpha = 60^0$, $\beta = 120^0$, $\gamma \leq 90^0$, если $A(1, 2, 3)$, $B(3, 4, 1)$.
5. Показать, что векторы $\overline{a} = 3\overline{i} + 4\overline{j} + 7\overline{k}$ и $\overline{b} = 2\overline{i} - 5\overline{j} + 2\overline{k}$ ортогональны.
6. Найти $\overline{M_A}(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (-5, 5, -5)$, приложенной в точке $B(14, -12, 1)$, относительно точки $A(13, -11, 3)$.
7. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a} = (2, -1, 2)$ и $\overline{b} = (1, \alpha, -1)$ как на сторонах равна $3\sqrt{2}$. Определить α.
8. Можно ли векторы $\overline{a} = (-1, 1, 0)$, $\overline{b} = (1, -1, 1)$ и $\overline{c} = (0, 2, 1)$ взять за базисные в трехмерном пространстве?
9. В треугольнике ABC известны координаты вершин: $A(4, 9)$, $B(-3, 5)$ и $C(-4, 0)$. Составить уравнение высоты AK и найти острый угол между этой высотой и стороной AC.
10. Даны две противоположные вершины ромба $A(4, 1)$ и $C(-2, 5)$. Составить уравнения диагоналей ромба и найти координаты остальных вершин, если одна из вершин лежит на оси OX.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось OY и точку $A(-1, 0, -3)$.

12. Составить уравнение медианы треугольника ABC, проведенной из вершины $A(-1, 2, 2)$, если $B(3, 7, 0)$ и $C(1, 3, -2)$.

13. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины D треугольной пирамиды $ABCD$ на основание ABC, если $A(1, 0, 5)$, $B(1, 4, 1)$, $C(1, -2, 3)$ и $D(6, 1, 7)$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 6 & 6 & 1 \\ 4 & 10 & 0 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x+y+2z=11, \\ x+2y+z=11, \\ 2x+y+z=10. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение

$$\begin{cases} x-y+z=6, \\ x+y+z=-2, \\ x+y-z=-6, \\ 2x+y+2z=0. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 21

1. AM и BN – медианы треугольника ABC. Выразить вектор $\overline{BC}$ через векторы $\overline{a} = \overline{BN}$ и $\overline{b} = \overline{AM}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (5, -3)$ по векторам $\overline{a} = (-2, 1)$ и $\overline{b} = (3, -2)$.
3. Найти модуль вектора $(\overline{a} + \overline{b} - \overline{c})$, если $\left|\overline{a}\right| = 3$, $\left|\overline{b}\right| = 2$, $\left|\overline{c}\right| = 5$, $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b} = \overline{b}\,\hat{}\,\overline{c} = 90^0$ и $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c} = 60^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями углы $\alpha = 45^0$, $\beta = 45^0$, $\gamma \le 90^0$, если $A(2, 3, 1)$, $B(1, 0, 3)$.
5. Найти вектор $\overline{b}$, если он коллинеарен вектору $\overline{a} = (2, 1, -1)$ и $\overline{a} \cdot \overline{b} = 3$.
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (3, 3, -3)$, приложенной в точке $B(0, 1, 2)$, относительно точки $A(2, -1, -2)$.
7. Определить координаты вектора $\overline{c}$, если он ортогонален векторам $\overline{a} = (4, -2, -3)$, $\overline{b} = (0, 1, 3)$, образует острый угол с осью OY и $\left|\overline{c}\right| = 26$.
8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках $A(2, -1, 1)$, $B(5, 5, 4)$, $C(3, 2, -1)$ и $D(4, 1, 3)$.
9. В треугольнике ABC известны координаты вершин: $A(4, 1)$, $B(1, -3)$ и $C(2 ,-5)$. Найти угол ACB и составить уравнение средней линии, параллельной стороне AB.
10. В параллелограмме $ABCD$ известны уравнения сторон AD: $x - y + 2 = 0$ и AB: $x - 5y - 6 = 0$ и координаты точки пересечения диагоналей $K(2, 0)$. Составить уравнения двух других сторон и диагоналей параллелограмма.

11. Составить уравнение плоскости , проходящей через точки $A(1, 4, 1)$, $B(2, 3, -1)$ и $C(0, -1, 0)$.

12. Составить уравнение медианы треугольника ABC, проведенной из вершины $A(-2, 1, 3)$, если $B(2, 6, 1)$ и $C(0, 2, -1)$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1, -1, \ 2)$ параллельно прямым: $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-1}{3}$ и $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{5}$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по третьей строке:
$$\begin{vmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 4 & 4 & 4 \\ 4 & 2 & 6 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.
$$\begin{cases} 2x + y + z = 9, \\ x + y + 2z = 13, \\ x + 2y + z = 14. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .
$$\begin{cases} x + y + 2z = -3, \\ x + 2y + z = 2, \\ -x + y + z = -2, \\ x + 4y + 4z = -3. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 22

1. В треугольнике ABC точка N делит сторону AB на отрезки $AN = 2$ и $NB = 3$, а точка M делит сторону AC на отрезки $AM = 3$ и $MC = 1$. Выразить вектор $\overline{MN}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AC}$ и $\overline{b} = \overline{CB}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (7, -4)$ по векторам $\overline{a} = (-2, 1)$ и $\overline{b} = (3, -2)$.
3. Найти модуль вектора $(\overline{b} + \overline{c} - \overline{a})$, если $|\overline{a}| = 3$, $|\overline{b}| = 2$, $|\overline{c}| = 5$, $\overline{a}\,^\wedge\,\overline{b} = \overline{b}\,^\wedge\,\overline{c} = 90^0$ и $\overline{a}\,^\wedge\,\overline{c} = 60^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями углы $\alpha = 45^0$, $\beta = 45^0$, $\gamma \le 90^0$, если $A(3, 0, 1)$, $B(2, 5, 4)$.
5. Найти угол между векторами $\overline{p}$ и $\overline{q}$, если $\overline{p} = 3\overline{a} - 4\overline{b} + \overline{c}$, $\overline{q} = 2\overline{a} + 2\overline{b} - \overline{c}$, $|\overline{a}| = 2$, $|\overline{b}| = 1$, $|\overline{c}| = 4$ и векторы $\overline{a}$, $\overline{b}$, $\overline{c}$ взаимно перпендикулярны.
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (4, 4, -4)$, приложенной в точке $B(1, 0, 2)$, относительно точки $A(3, -2, -2)$.
7. При каких α и β, вектор $\overline{c} = (\alpha, 3, \beta)$ будет коллинеарен вектору $\overline{a} \times \overline{b}$, если $\overline{a} = (3, -1, 1)$, $\overline{b} = (1, 2, 0)$.
8. Вычислить объем треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(1, 2, 3)$, $B(6, 0, 0)$, $C(1, 4, 9)$ и $D(1, 8, 3)$.
9. В треугольнике ABC известны координаты вершин: $A(4, 5)$, $B(-3, 1)$ и $C(-4, -4)$. Найти угол ABC и составить уравнение средней линии, параллельной стороне AB.
10. В параллелограмме $ABCD$ известны уравнения сторон AD: $x - y - 2 = 0$, AB: $x - 5y + 6 = 0$ и точка пересечения

диагоналей $K(0;\ 0)$. Составить уравнения диагоналей и двух других сторон параллелограмма.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1, 0, 1)$ и $B(2, 3, 4)$ параллельно оси OZ.

12. Составить уравнение медианы треугольника ABC, проведенной из вершины $A(2, 5, -1)$, если $B(3, 3, 1)$ и $C(-1, 5, -1)$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3, 0, -2)$ параллельно прямым: $x = 2t+1,\ y = -t+2,\ z = t$ и $x = -t+1,\ y = 3t-1,\ z = 2t+1$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по первому столбцу:

$$\begin{vmatrix} 5 & 0 & -2 \\ 7 & 0 & -4 \\ 8 & -2 & 2 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} -2y-2z=4, \\ -2x+2z=-8, \\ -2x+2y=4. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение.

$$\begin{cases} x+2y+z=8, \\ x+y+2z=5, \\ -x+y+z=1, \\ 2x+3y+3z=13. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 23

1. В треугольнике ABC точка M делит сторону BC на отрезки $BM = 1$ и $MC = 3$, а точка N делит сторону AC на отрезки $AN = 4$ и $NC = 2$. Выразить вектор $\overline{MN}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AB}$ и $\overline{b} = \overline{AC}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (9, -5)$ по векторам $\overline{a} = (-2, 1)$ и $\overline{b} = (3, -2)$.
3. Определить угол между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если $|\overline{a}| = |\overline{b}| = 1$ и векторы $(\overline{a} + 3\overline{b})$ и $(7\overline{a} - 5\overline{b})$ ортогональны.
4. Найти вектор $\overline{b}$, коллинеарный вектору $\overline{a} = (2, 1, -1)$, если $\overline{a} \cdot \overline{b} = 24$.
5. Вычислить проекцию вектора $(3\overline{a} - 2\overline{b})$ на ось вектора $\overline{c}$, если $\overline{a} = (-2, 1, 1)$, $\overline{b} = (1, 5, 0)$ и $\overline{c} = (4, 4, -2)$.
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (5, 5, -5)$, приложенной в точке $B(2, -1, 2)$, относительно точки $A(4, -3, -2)$.
7. Найти проекцию вектора $\overline{c} = (1, 2, -1)$ на ось вектора $\overline{a} \times \overline{b}$, если $\overline{a} = (1, 0, 2)$, $\overline{b} = (-1, 0, 5)$.
8. Вычислить объем треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(2, 1, 3)$, $B(4, -2, 0)$, $C(1, 3, -8)$ и $D(7, 5, 2)$.
9. В треугольнике ABC с вершинами: $A(1, -3)$, $B(0, -1)$ и $C(3, 3)$ найти угол BAC и составить уравнение средней линии, параллельной стороне BC.
10. В параллелограмме $ABCD$ известны уравнения сторон AB: $x - 5y - 5 = 0$, AD: $x - y - 5 = 0$ и точка пересечения диагоналей $K(1; -2)$. Составить уравнения диагоналей и двух других сторон параллелограмма .

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1, 2, 0)$, $B(2, 5, 0)$ и $C(0, 3, 2)$.

12. Составить канонические уравнения прямой, заданной как пересечение двух плоскостей: $x+y+z-3=0$ и $2x-y+3z=0$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат параллельно двум прямым: $\frac{x}{3}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-3}{2}$ и $x=2t+1$, $y=-t-2$, $z=3t$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 5 & 2 & 14 \\ 2 & 6 & 26 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x+y-3z=-4, \\ x-3y+z=-4, \\ -3x+y+z=0. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} x+y-2z=-1, \\ x+2y-z=3, \\ x-y-z=-6, \\ 2x+3y-3z=2. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 24

1. AM и BN – медианы треугольника ABC. Выразить вектор $\overline{BC}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AM}$ и $\overline{b} = \overline{BN}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (11, -6)$ по векторам $\overline{a} = (-2, 1)$ и $\overline{b} = (3, -2)$.
3. Определить модуль вектора $(\overline{p} + 2\overline{q})$, если $\overline{p} = \overline{a} - \overline{b}$, $\overline{q} = \overline{a} + 2\overline{b}$, $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 3$ и $\overline{a}\,^\wedge\,\overline{b} = 120^0$.
4. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями углы $\alpha = \beta > 90^0$, $\gamma = 90^0$, если $A(1, 1, 1)$, $B(1, 3, 5)$.
5. Найти угол между векторами $(2\overline{a} - 3\overline{b} + \overline{c})$ и $(\overline{a} + 2\overline{b} + \overline{c})$, если, $|\overline{a}| = |\overline{b}| = |\overline{c}| = 1$, $\overline{a} \perp \overline{b}$, $\overline{a} \perp \overline{c}$, $\overline{b} \perp \overline{c}$.
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (6, 6, -6)$, приложенной в точке $B(3, -2, 2)$, относительно точки $A(5, -4, -2)$.
7. Найти проекцию вектора $\overline{c} = (2, 3, 1)$ на ось вектора $\overline{a} \times \overline{b}$, если $\overline{a} = (2, 1, 3)$, $\overline{b} = (0, 1, 3)$.
8. Вычислить объем треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(1, 1, 1)$, $B(4, 4, -2)$, $C(2, 0, 2)$ и $D(0, 2, 2)$.
9. В треугольнике ABC известны координаты двух вершин $A(2, -2)$ и $B(3, -1)$ и точки пересечения медиан $E(1, 0)$. Составить уравнение высоты треугольника, проведенной из вершины C.
10. В параллелограмме $ABCD$ известны уравнения сторон AB: $x - 5y + 17 = 0$; AD: $x - y + 1 = 0$ и точка пересечения диагоналей $K(-1; 2)$. Составить уравнения диагоналей и двух других сторон параллелограмма.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0, -1, 0)$, $B(2, 1, -2)$ и $C(1, 4, 1)$.

12. Составить канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $A(0, -3, 1)$ параллельно прямой $x = y = z$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(0, -1, 2)$ параллельно прямым: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$ и $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-5}{3}$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 5 & -3 & 4 \\ 9 & 2 & 2 \\ 16 & 14 & -2 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} -3x + y + z = 9, \\ x + y - 3z = -7, \\ x - 3y + z = -11. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} x - y - z = -4, \\ x + y - 2z = -7, \\ x + 2y - z = -7, \\ 2x - 3z = -11. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 25

1. $ABCDEF$ – правильный шестиугольник. Выразить через векторы $\overline{a} = \overline{AB}$ и $\overline{b} = \overline{BC}$ векторы $\overline{AD}$ и $\overline{AE}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (13, -7)$ по векторам $\overline{a} = (-2, 1)$ и $\overline{b} = (3, -2)$.
3. Вычислить длины диагоналей параллелограмма построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$, как на сторонах, если $|\overline{a}| = 3$, $|\overline{b}| = 5$ и $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b} = 60^0$.
4. Показать, что точки $A(1,\ 3,\ -1)$, $B(2,\ 0,\ 3)$, $C(4,\ -1,\ 5)$, $D(3,\ 2,\ 1)$ являются вершинами параллелограмма и найти проекцию диагонали AC на сторону AB.
5. При каком значении α векторы $\overline{a} + \alpha\overline{b}$ и $2\overline{a} - \overline{b}$ будут ортогональны, если $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = \sqrt{3}$ и $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b} = 30^0$?
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (7, 7, -7)$, приложенной в точке $B(4, -3, 2)$, относительно точки $A(6, -5, -2)$.
7. Треугольник ABC построен на векторах $\overline{AB} = 3\overline{a} - 4\overline{b}$ и $\overline{BC} = \overline{a} + 5\overline{b}$. Найти площадь треугольника, если векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ ортогональны и по модулю равны 1.
8. Объем тетраэдра равен 3. Определить x, если его вершины $A(5, 0, 3)$, $B(3, 3, -2)$, $C(4, 2, 2)$ и $D(x, 0, 0)$.
9. В треугольнике ABC известны координаты вершин $A(3, -4)$ и $B(4, -3)$ и точки пересечения медиан $E(2, -2)$. Составить уравнение высоты треугольника, проведенной из вершины C.
10. В равнобочной трапеции $ABCD$ стороны BC и AD параллельны. Известны координаты вершин $A(5,\ 0)$, $B(4,\ -2)$ $C(2, 4)$. Найти координаты вершины D и площадь трапеции.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0, 3, 2)$, $B(1, 0, -1)$ и $C(1, 5, -1)$.

12. Составить канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через начало координат параллельно прямой $x = 3t + 1$, $y = -t + 2$, $z = 5t + 7$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{4}$ параллельно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{1} = \frac{z}{-1}$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 7 & 2 \\ 4 & 15 & 4 \\ 10 & 26 & 10 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x - y + z = -1, \\ x + y + z = 7, \\ x + y - z = 1. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение .

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1, \\ 2x + y - z = 1, \\ x + 2y - z = -1, \\ 4x + 7y - 7z = -3. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 26

1. В треугольнике ABC точка M делит сторону AB на отрезки $AM = 3$ и $MB = 1$, а точка N делит сторону BC на отрезки $BN = 3$ и $NC = 2$. Выразить вектор $\overline{MN}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AB}$ и $\overline{b} = \overline{AC}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (15, -8)$ по векторам $\overline{a} = (-2, 1)$ и $\overline{b} = (3, -2)$.
3. Вычислить длины диагоналей параллелограмма построенного на векторах $(\overline{a} + 3\overline{b})$ и $(\overline{a} + \overline{b})$, если $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 2$ и $\overline{a} \wedge \overline{b} = 60^0$.
4. Показать, что точки $A(1, 0, 1)$, $B(1, 3, 2)$, $C(-2, 1, 2)$ и $D(-2, -2, 1)$ являются вершинами параллелограмма и найти проекцию диагонали AC на сторону AB.
5. Вектор $\overline{b}$ коллинеарен вектору $\overline{a} = (1, -2, 3)$. Найти $\overline{b}$, если $\overline{a} \cdot \overline{b} = -42$.
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (8, 8, -8)$, приложенной в точке $B(5, -4, 2)$, относительно точки $A(7, -6, -2)$.
7. Найти площадь треугольника с вершинами $A(2, 0, 1)$, $B(3, 1, -2)$ и $C(3, 2, 0)$.
8. Объем тетраэдра равен 12. Определить x, если вершины $A(0, -2, -3)$, $B(1, 2, 6)$, $C(1, 6, 0)$ и $D(x, 0, 0)$.
9. В треугольнике ABC известны координаты вершин $A(1, 0)$ и $B(2, 1)$ и точки пересечения медиан $E(0, 2)$. Составить уравнение высоты треугольника, исходящей из вершины C.
10. В равнобочной трапеции $ABCD$ стороны BC и AD параллельны. Известны координаты вершин $A(0;\ 2{,}5)$, $B(2, 4)$ и $C(-2, 6)$. Найти координаты вершины D и площадь трапеции.

11. Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат перпендикулярно к двум плоскостям $3x - y + z + 1 = 0$ и $2x + y - z = 0$.

12. Составить канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через начало координат перпендикулярно плоскости $3x - 4y + 5z - 12 = 0$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $x = y = z$ параллельно прямой $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+5}{-1}$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по второй строке:

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 6 & -2 & 1 \\ 10 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} -2x - 2y = -8, \\ 2y - 2z = 16, \\ 2x - 2z = 4. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение.

$$\begin{cases} x + y + z = -2, \\ 3x + 3y = 6, \\ 2x + 2z = -8, \\ 2x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 27

1. В трапеции $ABCD$ длина основания AD в два раза больше длины основания BC. Выразить вектор $\overline{DA}$ через векторы $\overline{a}=\overline{AC}$ и $\overline{b}=\overline{BD}$.

2. Разложить вектор $\overline{c}=(17,-9)$ по векторам $\overline{a}=(-2,1)$ и $\overline{b}=(3,-2)$.

3. Вычислить длины диагоналей параллелограмма построенного на векторах $(2\overline{a}+\overline{b})$ и $(\overline{a}+2\overline{b})$, если $|\overline{a}|=1$, $|\overline{b}|=2$, $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b}=120^0$.

4. Показать, что точки $A(1,\ 1,\ 2)$, $B(4,\ 2,\ 2)$, $C(5,\ 5,\ 3)$ и $D(2,\ 4,\ 3)$ являются вершинами параллелограмма и найти проекцию диагонали AC на сторону AB.

5. Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, образующую с координатными осями углы $\alpha=60^0$, $\beta=120^0$, $\gamma>90^0$, если $A(3, -4, -2)$ и $B(2, 5, -2)$.

6. Найти $\overline{M_A}(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F}=(-2,-2,2)$, приложенной в точке $B(6, -5, 2)$, относительно точки $A(8, -7, -2)$.

7. Даны векторы $\overline{a}=(x,1,2)$ и $\overline{b}=(-1,1,1)$. Определить x, если проекция вектора $\overline{a}\times\overline{b}$ на ось вектора $\overline{c}=(2,6,3)$ равна 1.

8. Объем тетраэдра равен 2. Определить x, если вершины $A(4, 3, -3)$, $B(2, -1, 1)$, $C(0, 1, 1)$ и $D\,(x, 0, 0)$.

9. Две стороны параллелограмма лежат на прямых $5x-12y-65=0$ и $5x-12y+26=0$. Определить длину высоты, проведенной к одной из сторон.

10. В равнобочной трапеции $ABCD$ стороны BC и AD параллельны. Известны координаты вершин $A(0;\ 5)$, $B(-2,\ 4)$, $C(4, 2)$. Найти координаты вершины D и площадь трапеции.

11. Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат и перпендикулярна двум плоскостям: $-x+2y+3z-1=0$ и $2x+y+2z=0$.

12. Составить канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $A(-3,\ 2,\ 0)$ параллельно вектору $\overline{a}$ = (–4, 7, 6).

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-3}$ параллельно прямой $x=t+1$, $y=-t$, $z=5t-7$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по третьей строке:
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы .
$$\begin{cases} x+y+z=-3, \\ x+y-z=3, \\ x-y+z=1. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение.
$$\begin{cases} x+y+2z=2, \\ x+2y+z=-3, \\ -x+y+z=-2, \\ 2x+3y+3z=-1. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 28

1. В ромбе $ABCD$ точка M делит сторону AB на отрезки $AM = 1$ и $MB = 4$, а точка N делит сторону CD на отрезки $CN = 2$ и $ND = 3$. Выразить вектор $\overline{MN}$ через векторы $\overline{a} = \overline{AB}$ и $\overline{b} = \overline{BC}$.
2. Разложить вектор $\overline{c} = (19, -10)$ по векторам $\overline{a} = (-2, 1)$ и $\overline{b} = (3, -2)$.
3. Вычислить $(2\overline{a} + \overline{b}) \cdot (\overline{a} + 2\overline{b})$, если $|\overline{a}| = 2$, $|\overline{b}| = 3$ и $\overline{a}\,^\wedge\,\overline{b} = 60^0$.
4. Показать, что точки $A(2, 1, 2)$, $B(1, 4, 4)$, $C(-3, 2, 4)$ и $D(-2, -1, 2)$ являются вершинами параллелограмма и найти проекцию диагонали AC на сторону AB.
5. Вычислить $|\overline{a} + \overline{b} + \overline{c}|$, если $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 3$, $|\overline{c}| = 4$ и $\overline{a}\,^\wedge\,\overline{b} = \overline{a}\,^\wedge\,\overline{c} = 60^0$, $\overline{b}\,^\wedge\,\overline{c} = 90^0$.
6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (-3, -3, 3)$, приложенной в точке $B(7, -6, 2)$, относительно точки $A(9, -8, -2)$.
7. Найти вектор $\overline{d}$, если он ортогонален векторам $\overline{a} = (-2, 1, 0)$ и $\overline{b} = (-1, 0, 2)$ и его проекция на ось вектора $\overline{c} = (-2, 6, -3)$ равна -12.
8. Объем тетраэдра равен 48. Определить x, если вершины $A(4, -3, -3)$, $B(1, 2, -11)$, $C(7, 4, -1)$ и $D(x, 0, 0)$.

9 В треугольнике ABC известны координаты вершин $B(-4, 3)$, $C(-2, -1)$ и точка пересечения медиан $E(0, 2)$. Составить уравнение высоты треугольника, исходящей из вершины A.

10. В равнобочной трапеции $ABCD$ стороны BC и AD параллельны. Даны координаты вершин $A(2{,}5; 0)$, $B(4, 2)$ и $C(6, -2)$. Найти координаты вершины D и площадь трапеции.

11. Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат и перпендикулярна двум плоскостям: $2x - y + 3z - 1 = 0$ и $x + 2y + z = 0$.

12. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей а) через начало координат и точку $A(2, -4, 5)$; б) через точки $A(0, -1, 3)$ и $B(2, 4, 0)$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $x = t$, $y = 3t - 1$, $z = -2t + 1$ параллельно прямой $x = y = z$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по первому столбцу:

$$\begin{vmatrix} -3 & 4 & 4 \\ 2 & 5 & 2 \\ 14 & 4 & -2 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы .

$$\begin{cases} -2x \quad -2z = -6, \\ 2x - 2y \quad = -8, \\ \quad -2y + 2z = -2. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение.

$$\begin{cases} x + 2y + z = 5, \\ x + y + 2z = 8, \\ -x + y + z = 1, \\ 3x + 5y + 4z = 18. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 29

1. В треугольнике ABC AD – биссектриса угла BAC. Выразить вектор $\overline{AD}$ через $\overline{a} = \overline{AB}$ и $\overline{b} = \overline{AC}$, если $AB = 2$ и $AC = 3$.

2. Разложить вектор $\overline{c} = (21, -11)$ по векторам $\overline{a} = (-2, 1)$ и $\overline{b} = (3, -2)$.

3. Вычислить $(\overline{a} + \overline{b}) \cdot (\overline{b} + \overline{c})$, если $\left|\overline{a}\right| = 1$, $\left|\overline{b}\right| = 2$, $\left|\overline{c}\right| = 4$, $\overline{a}\,^\wedge\,\overline{b} = \overline{b}\,^\wedge\,\overline{c} = 60^0$ и $\overline{a}\,^\wedge\,\overline{c} = 90^0$.

4. Показать, что точки $A(2, -1, -1)$, $B(4, 3, 1)$, $C(0, 2, 1)$ и $D(-2, -2, -1)$ являются вершинами параллелограмма и найти проекцию диагонали AC на сторону AB.

5. Определить косинус угла между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $2\overline{a} + \overline{b} - \overline{c}$ и $2\overline{a} - 3\overline{b} + \overline{c}$, если $\overline{a}$, $\overline{b}$, $\overline{c}$ единичные и взаимно ортогональные векторы.

6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (-4, -4, 4)$, приложенной в точке $B(8, –7, 2)$, относительно точки $A(10, –9, –2)$.

7. Найти координаты вектора $\overline{d} = (\overline{a} \cdot \overline{b}) \cdot (\overline{a} \times \overline{c})$, если $\overline{a} = (1, 3, 2)$, $\overline{b} = (-2, -1, 0)$ и $\overline{c} = (-1, 1, 4)$.

8. Объем тетраэдра равен 20. Определить x, если вершины $A(2, 16, –7)$, $B(0, 13, 1)$, $C(2, 7, 1)$ и $D(x, 0, 0)$.

9. В треугольнике ABC известны координаты вершин $A(3, 8)$ $B(–2, 4)$ и $C(–3, 0)$. Составить уравнение высоты AK и найти острый угол между этой высотой и стороной AC.

10. В квадрате $ABCD$ задана вершина $A(2, 1)$ и точка пересечения диагоналей $K(–1; –4)$. Составить уравнения сторон квадрата и найти его площадь.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1, 0, -3)$ и перпендикулярной к двум плоскостям: $x + y - z + 3 = 0$ и $2x - 3y + 5 = 0$.

12. Составить канонические и параметрические уравнения прямой, заданной как пересечение двух плоскостей: $x + y + z - 3 = 0$ и $x - y + 3z - 1 = 0$.

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+3}{-2}$ и точку $A(2, -3, 4)$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} 6 & 6 & 1 \\ 5 & -1 & 0 \\ 2 & -4 & -2 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x + y - z = 7, \\ x - y + z = -9, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение

$$\begin{cases} x - y + 2z = 3, \\ x - 2y + z = -1, \\ x - y - z = -6, \\ 3x - 4y + 2z = -4. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 30

1. В параллелограмме $ABCD$ выразить через векторы $\overline{a} = \overline{AB}$ и $\overline{b} = \overline{AD}$ векторы $\overline{CM}$ и $\overline{DM}$, если M – точка пересечений диагоналей параллелограмма.

2. Разложить вектор $\overline{c} = (23, -12)$ по векторам $\overline{a} = (-2, 1)$ и $\overline{b} = (3, -2)$.

3. Вычислить $(2\overline{a} + \overline{b}) \cdot (\overline{b} - \overline{c})$, если $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 2$, $|\overline{c}| = 4$, $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{b} = \overline{b}\,\hat{}\,\overline{c} = 60^0$ и $\overline{a}\,\hat{}\,\overline{c} = 90^0$.

4. Показать, что точки $A(2,\ 1,\ 1)$, $B(3,\ 4,\ 3)$, $C(-1,\ 2,\ 3)$ и $D(-2,\ -1,\ 1)$ являются вершинами параллелограмма и найти проекцию диагонали AC на сторону AB.

5. Найти косинус угла между векторами $(\overline{a} + 2\overline{b})$ и $(2\overline{a} - \overline{b})$, если $|\overline{a}| = 1$, $|\overline{b}| = 2$, $\overline{a}$ и $\overline{b}$ ортогональны.

6. Найти $\overline{M}_A(\overline{F})$ – момент силы $\overline{F} = (-5, -5, 5)$, приложенной в точке $B(9,\ -8,\ 2)$, относительно точки $A(11,\ -10,\ -2)$.

7. Найти вектора $\overline{d}$, если он ортогонален векторам $\overline{a} = (4, 3, 1)$, $\overline{b} = (-3, 1, 2)$ и $|\overline{d}| = 1$.

8. Объем тетраэдра равен 29. Определить x, если вершины $A(2,\ 0,\ 5)$, $B(2,\ 6,\ 32)$, $C(0,\ -1,\ 10)$ и $D(x,\ 0,\ 0)$.

9. Найти точку A, симметричную точке $B(1,\ -2)$ относительно прямой $2x - 3y + 5 = 0$.

10. В квадрате $ABCD$ задана вершина $A(1,\ 2)$ и точка пересечения диагоналей $K(-4;\ -1)$. Составить уравнения сторон квадрата и найти его площадь.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2, -5, 0)$ перпендикулярно к двум плоскостям: $2x+z=0$ и $3x+y-5=0$.

12. Составить канонические и параметрические уравнения прямой, заданной как пересечение плоскостей: $x+3y-z=0$ и $x-2y+3z-5=0$.

13. Через точку $A(1, 0, 2)$ провести плокость параллельно прямым $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{5}$ и $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z}{-1}$.

14. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников, разложив по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 5 & 15 & -3 \\ 6 & 22 & 2 \\ 6 & 22 & 8 \end{vmatrix}.$$

15. Решить систему уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) записать систему в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} -2y-2z=10, \\ -2x+2z=-10, \\ -2x+2y=-8. \end{cases}$$

16. Исследовать систему уравнений на совместность и в случае совместности найти ее решение

$$\begin{cases} x-2y+z=-7, \\ x-y-z=-4, \\ x-y+2z=-7, \\ 3x-4y+2z=-18. \end{cases}$$