

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра прикладной математики

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

для выполнения работ компьютерного практикума по дисциплине

Информатика

Часть 2

**«Численные методы и программное обеспечение для решения задач
линейной алгебры и математического анализа**

Студент: _____

Институт: _____

Курс: _____

Группа: _____

Преподаватель: _____

Москва 2018

Результаты сдачи контрольных мероприятий студентом _____			
Контрольное мероприятие	Преподаватель	Отметка о зачете работы	Подпись
Практическая работа 1			
Практическая работа 2			
Практическая работа 3			
Практическая работа 4			
Практическая работа 5			
Практическая работа 6			
Практическая работа 7			
Контрольная работа			
Результат текущего контроля			

Рабочая тетрадь предназначена для студентов всех специальностей и направлений подготовки МГСУ, изучающих курс «Информатика». В тетради приведены формы для оформления результатов ручного счета, реализующих алгоритмы выполнения работы на ЭВМ.

Принятые в заданиях номера институтов МГСУ

Институты	ИСА	ИГЭС	ИИЭСМ	ИФО	ИЭУИС	ИМОЯК	Мьгищ. филиал
К	1	2	3	4	5	6	7

Составители:

профессор, доктор технических наук В.К. Ахметов
 доцент, кандидат технических наук С.П. Зоткин
 доцент, кандидат технических наук Т.Н. Горбунова,
 доцент, кандидат технических наук Г.Л. Сафина,
 доцент, кандидат экономических наук О.Л. Широкова,
 старший преподаватель, Ю.П. Галагуз,
 ассистент А.И. Нагибович

Рецензент

профессор, доктор технических наук Р.Л. Лейбов

Практическая работа № 1.

Часть 1. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.

Задание. Решить заданную СЛАУ методом Гаусса.

Варианты задания

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 & = S - G + K + 10 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 & = S - G + 4K - 2 \\ Sx_1 + Gx_2 + 2(S + G + K)x_3 & = 2 \cdot [(S - G) \cdot (S + G + K) + G] + K \cdot S \end{cases}$$

где K - номер факультета, G - номер группы, S - номер студента по журналу.

Выполнение практической работы

Вариант: $S = \underline{\hspace{2cm}}$, $G = \underline{\hspace{2cm}}$, $K = \underline{\hspace{2cm}}$

Условие: исходная система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{lll} X_1 & X_2 & X_3 = \\ X_1 & X_2 & X_3 = \\ X_1 & X_2 & X_3 = \end{array} \right.$$

Ручной счет

Расширенная матрица

$$\left[\begin{array}{ccc|c} & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \end{array} \right]$$

Прямой ход

1-й шаг

2-й шаг

$\left[\begin{array}{ccc c} & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \end{array} \right]$	$\left[\begin{array}{ccc c} & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \end{array} \right]$
---	---

Обратный ход

Система с треугольной матрицей:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \\ \quad X_2 \quad X_3 = \\ \quad \quad X_3 = \end{array} \right.$$

Вычисление неизвестных

из 3-го уравнения:	
из 2-го уравнения:	
из 1-го уравнения:	

Ответ.: $X_1 =$ _____ ; $X_2 =$ _____ ; $X_3 =$ _____ .

<i>Практическая работа № 1 Часть 1.</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение в Excel :</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет Часть 1:</i>	<i>Преподаватель</i>		

Практическая работа № 1.

Часть 2. Вычисление обратной матрицы и определителя.

Задание. Для матрицы заданной СЛАУ вычислить обратную матрицу и определитель.

Варианты задания

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 & = S - G + K + 10 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 & = S - G + 4K - 2 \\ Sx_1 + Gx_2 + 2(S + G + K)x_3 & = 2 \cdot [(S - G) \cdot (S + G + K) + G] + K \cdot S \end{cases}$$

где K - номер факультета, G - номер группы, S - номер студента по журналу.

Выполнение практической работы

Вариант: $S = \underline{\hspace{2cm}}$, $G = \underline{\hspace{2cm}}$, $K = \underline{\hspace{2cm}}$

Условие: исходная матрица

$$A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Ручной счет

Расширенная матрица

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right]$$

Прямой ход

1-й шаг

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ \hline & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right]$$

2-й шаг

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ \hline & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right]$$

Определитель матрицы : $\Delta =$ _____

Обратная матрица

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{13} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{23} \\ \tilde{a}_{31} & \tilde{a}_{32} & \tilde{a}_{33} \end{pmatrix}$$

Вычисление элементов 1-го столбца обратной матрицы

$$\left\{ \begin{array}{lll} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{31} = \\ & \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{31} = \\ & & \tilde{a}_{31} = \end{array} \right.$$

из 3-го уравнения:	
из 2-го уравнения:	
из 1-го уравнения:	

Вычисление элементов 2-го столбца обратной матрицы

$$\left\{ \begin{array}{lll} \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{32} = \\ & \tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{32} = \\ & & \tilde{a}_{32} = \end{array} \right.$$

из 3-го уравнения:	
из 2-го уравнения:	
из 1-го уравнения:	

Вычисление элементов 3-го столбца обратной матрицы

$$\left\{ \begin{array}{lll} \tilde{a}_{13} & \tilde{a}_{23} & \tilde{a}_{33} = \\ & \tilde{a}_{23} & \tilde{a}_{33} = \\ & & \tilde{a}_{33} = \end{array} \right.$$

из 3-го уравнения:	
из 2-го уравнения:	
из 1-го уравнения:	

Ответ: $A^{-1} =$

$\Delta =$ _____

Практическая работа № 1 Часть 2.	Фамилия И. О.	Дата	Подпись
Работу выполнил:	Студент		
Выполнение в Excel:	Преподаватель		
Ручной счет Часть 2:	Преподаватель		

Результаты счета

<i>Практическая работа № 1.</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение на ЭВМ:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Выполнение в Excel:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Защита работы</i>	<i>Преподаватель</i>		

Практическая работа № 2.

Решение системы линейных уравнений итерационными методами.

Задание. 1. Для заданной СЛАУ сделать по 3 шага по итерационным схемам методов простой итерации и Зейделя.

2. Решить СЛАУ на ЭВМ методом простой итерации или методом Зейделя (по указанию преподавателя).

Варианты задания

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 & = S - G + K + 10 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 & = S - G + 4K - 2 \\ Sx_1 + Gx_2 + 2(S + G + K)x_3 & = 2 \cdot [(S - G) \cdot (S + G + K) + G] + K \cdot S \end{cases}$$

где K - номер факультета, G - номер группы, S - номер студента по журналу.

Выполнение практической работы

Вариант: S =_____ , G =_____ , K =_____

Условие: исходная система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{llll} X_1 & X_2 & X_3 & = \\ X_1 & X_2 & X_3 & = \\ X_1 & X_2 & X_3 & = \end{array} \right.$$

Проверка условия сходимости

1-ое уравнение:	
2-ое уравнение:	
3-е уравнение:	

Преобразованная система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \\ X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \\ X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \end{array} \right.$$

Проверка условия сходимости

1-ое уравнение:	
2-ое уравнение:	
3-е уравнение:	

Ручной счет

а) Расчет по методу простой итерации.

Схема пересчета:

$$\begin{cases} X_1^{k+1} = \left(\begin{array}{cc} & X_2^k \\ & X_3^k \end{array} \right) / \\ X_2^{k+1} = \left(\begin{array}{cc} X_1^k & \\ & X_3^k \end{array} \right) / \\ X_3^{k+1} = \left(\begin{array}{cc} X_1^k & \\ & X_2^k \end{array} \right) / \end{cases}$$

Начальное приближение:

$$X_1^0 = X_2^0 = X_3^0 = 0.$$

1-й шаг (k=0)

$X_1^1 =$
$X_2^1 =$
$X_3^1 =$
$z_0 =$

2-й шаг (k=1)

$X_1^2 =$
$X_2^2 =$
$X_3^2 =$
$z_1 =$

3-й шаг (k=2)

$X_1^3 =$
$X_2^3 =$
$X_3^3 =$
$z_2 =$

Ответ: $X_1 =$ _____ ; $X_2 =$ _____ ; $X_3 =$ _____ .

б) Расчет по методу Зейделя.

Схема пересчета:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1^{k+1} = \left(\right. \\ X_2^{k+1} = \left(\right. \\ X_3^{k+1} = \left(\right. \end{array} \right. \begin{array}{l} X_2^k \\ X_1^{k+1} \\ X_1^{k+1} \end{array} \left. \begin{array}{l} X_3^k \\ X_3^k \\ X_2^{k+1} \end{array} \right) //$$

Начальное приближение:

$$X_1^0 = X_2^0 = X_3^0 = 0.$$

1-й шаг (k=0)

$X_1^1 =$
$X_2^1 =$
$X_3^1 =$
$z_0 =$

2-й шаг (k=1)

$X_1^2 =$
$X_2^2 =$
$X_3^2 =$
$z_1 =$

3-й шаг (k=2)

$X_1^3 =$
$X_2^3 =$
$X_3^3 =$
$z_2 =$

Ответ: $X_1 =$ _____ ; $X_2 =$ _____ ; $X_3 =$ _____ .

Результаты счета

<i>Практическая работа № 2</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение на ЭВМ:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Выполнение в Excel:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Защита работы</i>	<i>Преподаватель</i>		

Практическая работа № 3.

Вычисление собственных значений и собственных векторов симметричной матрицы

Задание. Вычислить собственные значения и собственные векторы симметричной матрицы A на ЭВМ по стандартной подпрограмме eig и определить максимальное по модулю собственное число и соответствующий ему собственный вектор степенным методом (ручной счет).

Варианты задания

$$A = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} p & m & 2S \\ m & 2p + S & m \\ 2S & m & p \end{bmatrix},$$

где

$$p = 2(G + S), \quad m = -p + S,$$

S - номер студента по списку в журнале, G - номер группы.

Выполнение практической работы

Вариант: $S = \underline{\hspace{2cm}}$, $G = \underline{\hspace{2cm}}$

Условие: исходная матрица для вычисления на ЭВМ

$$6A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Исходная матрица для ручного счёта: $A = 1/6A$.

$$A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Ручной счет

Начальное приближение: $\bar{u}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

0-й шаг: $\alpha_0 = \underline{\hspace{10em}}$

$$\bar{w}^{(0)} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}; \quad \bar{u}^{(1)} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

1-й шаг: $\alpha_1 = \underline{\hspace{10em}}$

$$\bar{w}^{(1)} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}; \quad \bar{u}^{(2)} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

2-й шаг: $\alpha_2 = \underline{\hspace{10em}}$

$$\bar{w}^{(2)} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}; \quad \bar{u}^{(3)} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

3-й шаг:

$$\alpha_3 = \underline{\hspace{10em}} \quad \bar{w}^{(3)} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix};$$

Оценка погрешности: $\underline{\hspace{10em}}$

Ответ: $\lambda_1 \approx \underline{\hspace{10em}}; \quad \bar{x}^1 = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}.$

Результаты счета

<i>Практическая работа № 3</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение на ЭВМ:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Выполнение в Excel:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Защита работы</i>	<i>Преподаватель</i>		

Практическая работа № 4.

Численное интегрирование

Задание. 1. Вычислить определенный интеграл от полинома третьей степени:

$$s = \int_0^3 f(x) dx$$

вручную по формулам методов прямоугольников, трапеций, Симпсона, приняв $n=4$.

2. Вычислить заданный интеграл на ЭВМ по стандартной подпрограмме quad.

Варианты задания

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3,$$

где

$$a_0 = -\tilde{S}(\tilde{G}^2 + \tilde{S}^2), \quad a_1 = (\tilde{G} + \tilde{S})^2, \quad a_2 = -(2\tilde{G} + \tilde{S}), \quad a_3 = 1,$$
$$\tilde{G} = \frac{G}{10}, \quad \tilde{S} = \frac{S}{10},$$

S - номер студента по журналу, G - номер группы.

Выполнение практической работы

Вариант: $S = \underline{\hspace{2cm}}$, $G = \underline{\hspace{2cm}}$

Условие: вычислить интеграл $\int_0^3 f(x) dx$, где $f(x) = \underline{\hspace{10cm}}$

Ручной счет

$n=4$; $h = \underline{\hspace{3cm}}$

а) Вычисление интеграла методом прямоугольников

i	x_i	y_i
1		
2		
3		
4		

$$\int_0^3 f(x)dx \approx \underline{\hspace{15em}}$$

Ответ: $\int_0^3 f(x)dx \approx \underline{\hspace{15em}}$

б) Вычисление интеграла методом трапеций

i	x_i	y_i
0		
1		
2		
3		
4		

$$\int_0^3 f(x)dx \approx \underline{\hspace{15em}}$$

Ответ: $\int_0^3 f(x)dx \approx \underline{\hspace{15em}}$

в) Вычисление интеграла методом Симпсона

i	x_i	y_i
0		
1		
2		
3		
4		

$$\int_0^3 f(x)dx \approx \underline{\hspace{15em}}$$

Ответ: $\int_0^3 f(x)dx \approx \underline{\hspace{15em}}$

Практическая работа № 5.

Вычисление корня нелинейного уравнения

Задание. 1. Вычислить корень полинома на отрезке $x \in [0;3]$ методом половинного деления и методом Ньютона вручную. В критериях окончания счета для обоих методов принять $\varepsilon = 0.1$.

2. Вычислить корень полинома на отрезке $x \in [0;3]$ на ЭВМ методом половинного деления или методом Ньютона (по указанию преподавателя). В критериях окончания счета на ЭВМ для обоих методов принять $\varepsilon = 0.001$.

Варианты задания

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3,$$

где

$$a_0 = -\tilde{S}(\tilde{G}^2 + \tilde{S}^2), \quad a_1 = (\tilde{G} + \tilde{S})^2, \quad a_2 = -(2\tilde{G} + \tilde{S}), \quad a_3 = 1,$$
$$\tilde{G} = \frac{G}{10}, \quad \tilde{S} = \frac{S}{10},$$

S - номер студента по журналу, G - номер группы.

Выполнение практической работы

Вариант: $S = \underline{\hspace{2cm}}$, $G = \underline{\hspace{2cm}}$

$f(x) = \underline{\hspace{10cm}}$ на отрезке $\underline{\hspace{3cm}}$.

Ручной счет.

а) Вычисление корня методом половинного деления.

k	a	b	$C=(a+b)/2$	$f(a)$	$f(b)$	$f(c)$	$b-a$
0							
1							
2							
3							
4							
5							

Ответ : $x \approx \underline{\hspace{3cm}}$

Практическая работа № 6.

Построение прямой по методу наименьших квадратов

Задание. Построить оптимальную прямую, наименее удаленную от заданных точек. Для расчета на ЭВМ следует взять $n=12$ точек. Для ручного счета $n=4$ точки. Точки берутся из таблицы подряд, начиная с номера S студента по журналу.

Варианты задания

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
x_i	2	3	3	5	6	7	13	13	11	10	9	8	2	2	4	5	6	7	8	8	3	9	11
y_i	1	2	3	4	7	7	15	17	11.5	10	8	6.5	1	3	4	5.5	6	6.5	7	9	3	8	10

N	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
x_i	13	14	14	8	5	7	12	2	1	8	15	12	12	7	5	9	6	7	7	5
y_i	12	13	14	9	6	7	11	1	1	7	15	13	12	6.5	5	8	6	6.5	8	4

Выполнение практической работы

Вариант: $S=$ _____ , $G=$ _____

Условие:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i												
y_i												

Ручной счет

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1				
2				
3				
4				
Σ				

Получившаяся система уравнений относительно коэффициентов искомой прямой a и b :

$$\left\{ \begin{array}{l} a + b = \\ a + b = \end{array} \right.$$

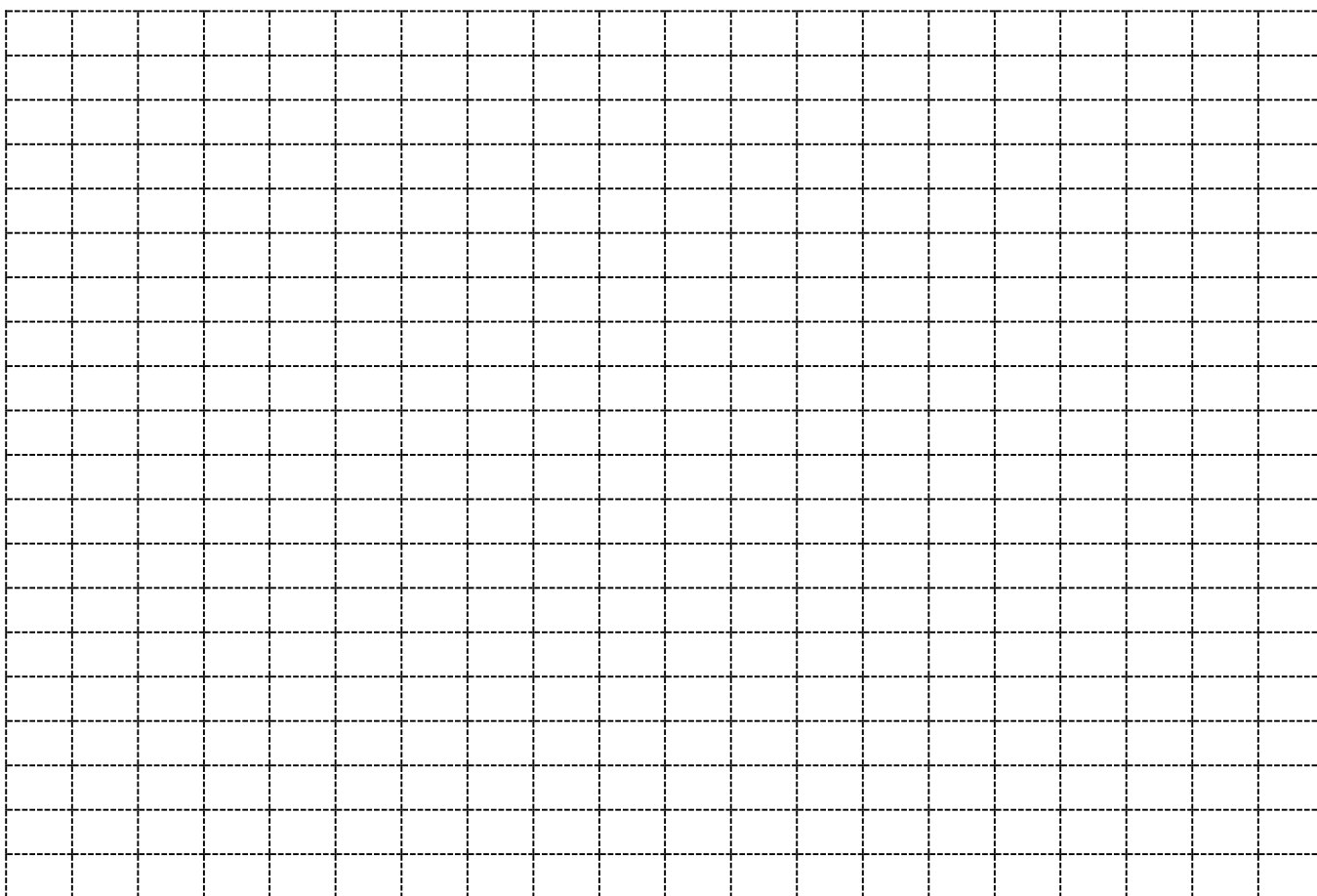
$$\Delta = \underline{\hspace{10em}}$$

$$a = \underline{\hspace{10em}} = \qquad b = \underline{\hspace{10em}} =$$

Ответ: Искомая прямая : $y = \underline{\hspace{10em}}$.

Результаты счета

График оптимальной прямой и экспериментальные точки



<i>Практическая работа №6</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение на ЭВМ:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Выполнение в Excel:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Защита работы</i>	<i>Преподаватель</i>		

Ручной счет

Графическое решение задачи (построение многоугольника ограничений, прямой $z=0$ и определение точки максимума).

<i>Практическая работа № 7</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение на ЭВМ:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Выполнение в Excel:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Защита работы</i>	<i>Преподаватель</i>		