

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра прикладной математики

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

для выполнения работ компьютерного практикума по дисциплине

Информатика

23.05.01

Часть 2

**«Численные методы и алгоритмы линейной алгебры и
математического анализа. Элементы программирования и
использование стандартного программного обеспечения»**

Студент: _____

Институт: _____

Курс: _____

Группа: _____

Преподаватель: _____

Москва 2021

Результаты сдачи контрольных мероприятий студентом _____			
Контрольное мероприятие	Преподаватель	Отметка о зачете	Подпись
Практическая работа 1 Решение СЛАУ методом Гаусса			
Практическая работа 2 Нахождение обратной матрицы и определителя методом Гаусса			
Практическая работа 3 Решение СЛАУ итерационными методами			
Практическая работа 4 Вычисление собственных значений и собственных векторов симметричной матрицы			
Практическая работа 5 Численное интегрирование			
Практическая работа 6 Вычисление корня нелинейного уравнения.			
Практическая работа №7 Построение прямой по методу наименьших квадратов.			
Контрольная работа			
Результат текущего контроля			

Рабочая тетрадь предназначена для студентов направления подготовки **23.05.01** НИУ МГСУ, изучающих курс «Информатика». В тетради приведены формы для оформления результатов ручного счета и для результатов выполнения работы на ЭВМ

Принятые в заданиях номера институтов НИУ МГСУ

Институты	ИСА	ИГЭС	ИИЭСМ	ИФО	ИЭУИС	МФ (мытищ.филиал)
К	1	2	3	4	5	6

**** – Обозначение задач повышенной трудности**

Практическая работа № 1

Решение системы линейных уравнений методом Гаусса

Задание Решить заданную СЛАУ методом Гаусса.

Варианты задания

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 & = S - G + K + 10 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 & = S - G + 4K - 2 \\ Sx_1 + Gx_2 + 2(S + G + K)x_3 & = 2 \cdot [(S - G) \cdot (S + G + K) + G] + K \cdot S \end{cases}$$

где K - номер факультета, G - номер группы, S - номер студента по журналу

Выполнение лабораторной работы

Вариант: $S = \underline{\hspace{2cm}}$, $G = \underline{\hspace{2cm}}$, $K = \underline{\hspace{2cm}}$

Условие: исходная система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{lll} X_1 & X_2 & X_3 = \\ X_1 & X_2 & X_3 = \\ X_1 & X_2 & X_3 = \end{array} \right.$$

Ручной счет

Расширенная матрица

$$\left[\begin{array}{ccc|c} & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \end{array} \right]$$

Прямой ход

1-й шаг

2-й шаг

$\left[\begin{array}{ccc c} & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \end{array} \right]$	$\left[\begin{array}{ccc c} & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \end{array} \right]$
---	---

Обратный ход

Система с треугольной матрицей:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \\ \quad X_2 \quad X_3 = \\ \quad \quad X_3 = \end{array} \right.$$

Вычисление неизвестных

из 3-го уравнения:	
из 2-го уравнения:	
из 1-го уравнения:	

Ответ.: $X_1 =$ _____ ; $X_2 =$ _____ ; $X_3 =$ _____ .

Результаты счета ЭВМ задачи

<i>Практическая работа № 1.</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение на ЭВМ:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Выполнение в Excel:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Защита работы</i>	<i>Преподаватель</i>		

Практическая работа № 2

Вычисление обратной матрицы и определителя.

Задание. Для матрицы заданной СЛАУ вычислить обратную матрицу и определитель.

Варианты задания

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 & = S - G + K + 10 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 & = S - G + 4K - 2 \\ Sx_1 + Gx_2 + 2(S + G + K)x_3 & = 2 \cdot [(S - G) \cdot (S + G + K) + G] + K \cdot S \end{cases}$$

где K - номер факультета, G - номер группы, S - номер студента по журналу.

Выполнение практической работы

Вариант: $S = \underline{\hspace{2cm}}$, $G = \underline{\hspace{2cm}}$, $K = \underline{\hspace{2cm}}$

Условие: исходная матрица

$$A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Ручной счет

Расширенная матрица

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right]$$

Прямой ход

1-й шаг

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ \hline & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right]$$

2-й шаг

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ \hline & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right]$$

Определитель матрицы : $\Delta =$ _____

Обратная матрица

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{13} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{23} \\ \tilde{a}_{31} & \tilde{a}_{32} & \tilde{a}_{33} \end{pmatrix}$$

Вычисление элементов 1-го столбца обратной матрицы

$$\left\{ \begin{array}{lll} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{31} = \\ & \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{31} = \\ & & \tilde{a}_{31} = \end{array} \right.$$

из 3-го уравнения:	
из 2-го уравнения:	
из 1-го уравнения:	

Вычисление элементов 2-го столбца обратной матрицы

$$\left\{ \begin{array}{lll} \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{32} = \\ & \tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{32} = \\ & & \tilde{a}_{32} = \end{array} \right.$$

из 3-го уравнения:	
из 2-го уравнения:	
из 1-го уравнения:	

Вычисление элементов 3-го столбца обратной матрицы

$$\left\{ \begin{array}{lll} \tilde{a}_{13} & \tilde{a}_{23} & \tilde{a}_{33} = \\ & \tilde{a}_{23} & \tilde{a}_{33} = \\ & & \tilde{a}_{33} = \end{array} \right.$$

из 3-го уравнения:	
из 2-го уравнения:	
из 1-го уравнения:	

Ответ: $A^{-1} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

$\Delta = \underline{\hspace{2cm}}$

Результаты счета

<i>Практическая работа № 2.</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение на ЭВМ:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Выполнение в Excel:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Защита работы</i>	<i>Преподаватель</i>		

Практическая работа № 3

Решение системы линейных уравнений итерационными методами

Задание

1. Для заданной СЛАУ сделать по 3 шага по итерационным схемам методов простой итерации и Зейделя.
2. Решить СЛАУ на ЭВМ методом простой итерации или методом Зейделя (по указанию преподавателя).
3. Выполнить расчеты в Excel.

Варианты задания

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 & = S - G + K + 10 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 & = S - G + 4K - 2 \\ Sx_1 + Gx_2 + 2(S + G + K)x_3 & = 2 \cdot [(S - G) \cdot (S + G + K) + G] + K \cdot S \end{cases}$$

где K - номер факультета, G - номер группы, S - номер студента по журналу

Выполнение практической работы

Вариант: S =_____ , G =_____ , K =_____

Условие: исходная система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \\ X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \\ X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \end{array} \right.$$

Проверка условия сходимости

1-ое уравнение:	
2-ое уравнение:	
3-е уравнение:	

Преобразованная система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \\ X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \\ X_1 \quad X_2 \quad X_3 = \end{array} \right.$$

Проверка условия сходимости

1-ое уравнение:	
2-ое уравнение:	
3-е уравнение:	

Ручной счет задачи 3

а) Расчет по методу простой итерации

Схема пересчета:

$$\begin{cases} X_1^{k+1} = (& X_2^k & X_3^k) / \\ X_2^{k+1} = (& X_1^k & X_3^k) / \\ X_3^{k+1} = (& X_1^k & X_2^k) / \end{cases}$$

Начальное приближение:

$$X_1^0 = X_2^0 = X_3^0 = 0.$$

1-й шаг (k=0)

$X_1^1 =$
$X_2^1 =$
$X_3^1 =$
$z_0 =$

2-й шаг (k=1)

$X_1^2 =$
$X_2^2 =$
$X_3^2 =$
$z_1 =$

3-й шаг (k=2)

$X_1^3 =$
$X_2^3 =$
$X_3^3 =$
$z_2 =$

Ответ: $X_1 \approx$ _____ ; $X_2 \approx$ _____ ; $X_3 \approx$ _____ .

б) Расчет по методу Зейделя

Схема пересчета:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1^{k+1} = \left(\begin{array}{cc} X_2^k & X_3^k \end{array} \right) / \\ X_2^{k+1} = \left(\begin{array}{cc} X_1^{k+1} & X_3^k \end{array} \right) / \\ X_3^{k+1} = \left(\begin{array}{cc} X_1^{k+1} & X_2^{k+1} \end{array} \right) / \end{array} \right.$$

Начальное приближение:

$$X_1^0 = X_2^0 = X_3^0 = 0.$$

1-й шаг (k=0)

$X_1^1 =$
$X_2^1 =$
$X_3^1 =$
$z_0 =$

2-й шаг (k=1)

$X_1^2 =$
$X_2^2 =$
$X_3^2 =$
$z_1 =$

3-й шаг (k=2)

$X_1^3 =$
$X_2^3 =$
$X_3^3 =$
$z_2 =$

Ответ: $X_1 \approx$ _____ ; $X_2 \approx$ _____ ; $X_3 \approx$ _____ .

Результаты счета ЭВМ задачи 3

<i>Практическая работа № 3.</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение на ЭВМ:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Выполнение в Excel:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Защита работы</i>	<i>Преподаватель</i>		

Практическая работа № 4

Вычисление собственных значений и собственных векторов симметричной матрицы

Задание. Вычислить собственные значения и собственные векторы симметричной матрицы A на ЭВМ по стандартной подпрограмме eig и определить максимальное по модулю собственное число и соответствующий ему собственный вектор степенным методом (ручной счет). Выполнить расчет в Excel.

Варианты задания

$$A = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} p & m & 2S \\ m & 2p + S & m \\ 2S & m & p \end{bmatrix},$$

где

$$p = 2(G + S), \quad m = -p + S,$$

S - номер студента по списку в журнале, G - номер группы.

Выполнение практической работы

Вариант: $S = \underline{\hspace{2cm}}$, $G = \underline{\hspace{2cm}}$

Условие: исходная матрица для вычисления на ЭВМ

$$6A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Исходная матрица для ручного счёта: $A = 1/6A$.

$$A = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Ручной счет

Начальное приближение: $\bar{u}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

0-й шаг: $\alpha_0 = \underline{\hspace{10em}}$

$$\bar{w}^{(0)} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}; \quad \bar{u}^{(1)} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

1-й шаг: $\alpha_1 = \underline{\hspace{10em}}$

$$\bar{w}^{(1)} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}; \quad \bar{u}^{(2)} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

2-й шаг: $\alpha_2 = \underline{\hspace{10em}}$

$$\bar{w}^{(2)} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}; \quad \bar{u}^{(3)} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

3-й шаг:

$$\alpha_3 = \underline{\hspace{10em}} \quad \bar{w}^{(3)} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix};$$

Оценка погрешности: $\underline{\hspace{10em}}$

Ответ: $\lambda_1 \approx \underline{\hspace{10em}};$ $\bar{x}^1 = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}.$

Результаты счета

<i>Практическая работа № 4</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение на ЭВМ:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Выполнение в Excel:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Защита работы</i>	<i>Преподаватель</i>		

Практическая работа № 5
Численное интегрирование

Задание 5.

1. Вычислить определенный интеграл от полинома третьей степени:

$$s = \int_0^3 f(x) dx$$

вручную по формулам методов прямоугольников, трапеций, Симпсона, приняв $n=4$.

2. Вычислить заданный интеграл на ЭВМ по стандартной подпрограмме quad и в Excel.

Варианты задания

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3,$$

где

$$a_0 = -\tilde{S}(\tilde{G}^2 + \tilde{S}^2), \quad a_1 = (\tilde{G} + \tilde{S})^2, \quad a_2 = -(2\tilde{G} + \tilde{S}), \quad a_3 = 1,$$

$$\tilde{G} = \frac{G}{10}, \quad \tilde{S} = \frac{S}{10},$$

S - номер студента по журналу, G - номер группы

Выполнение работы

Вариант: $S=$ _____ , $G=$ _____

Условие: вычислить интеграл $\int_0^3 f(x) dx$, где $f(x) =$ _____

Ручной счет

$n=4$; $h=$ _____

а) Вычисление интеграла методом прямоугольников

i	x_i	y_i
1		
2		
3		
4		

$$\int_0^3 f(x)dx \approx \underline{\hspace{15cm}}$$

Ответ: $\int_0^3 f(x)dx \approx \underline{\hspace{15cm}}$

б) Вычисление интеграла методом трапеций



i	x_i	y_i
0		
1		
2		
3		
4		

$$\int_0^3 f(x)dx \approx \underline{\hspace{15cm}}$$

Ответ: $\int_0^3 f(x)dx \approx \underline{\hspace{15cm}}$

в) Вычисление интеграла методом Симпсона



i	x_i	y_i
0		
1		
2		
3		
4		

$$\int_0^3 f(x)dx \approx \underline{\hspace{15cm}}$$

Ответ: $\int_0^3 f(x)dx \approx \underline{\hspace{15cm}}$

Практическая работа № 6
Решение нелинейного уравнения

Задание 6.

1. Вычислить корень полинома на отрезке $x \in [0;3]$ методом половинного деления и методом Ньютона вручную. В критериях окончания счета для обоих методов принять $\varepsilon = 0.1$.

2. Вычислить корень полинома на отрезке $x \in [0;3]$ на ЭВМ методом половинного деления или методом Ньютона (по указанию преподавателя). В критериях окончания счета на ЭВМ для обоих методов принять $\varepsilon = 0.001$.

3. Выполнить расчет в Excel.

Варианты задания

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3,$$

где

$$a_0 = -\tilde{S}(\tilde{G}^2 + \tilde{S}^2), \quad a_1 = (\tilde{G} + \tilde{S})^2, \quad a_2 = -(2\tilde{G} + \tilde{S}), \quad a_3 = 1,$$

$$\tilde{G} = \frac{G}{10}, \quad \tilde{S} = \frac{S}{10},$$

S - номер студента по журналу, G - номер группы.

Выполнение лабораторной работы

Вариант: $S = \underline{\hspace{2cm}}$, $G = \underline{\hspace{2cm}}$

$f(x) = \underline{\hspace{15cm}}$ на отрезке $\underline{\hspace{3cm}}$.

Ручной счет.

а) Вычисление корня методом половинного деления.

k	a	b	$C=(a+b)/2$	$f(a)$	$f(b)$	$f(c)$	$b-a$
0							
1							
2							
3							
4							
5							

Ответ : $x \approx \underline{\hspace{3cm}}$

Результаты счета ЭВМ

<i>Практическая работа №6</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение на ЭВМ:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Выполнение в Excel:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Защита работы</i>	<i>Преподаватель</i>		

Практическая работа № 7

Построение прямой по методу наименьших квадратов

Задание. Построить оптимальную прямую, наименее удаленную от заданных точек. Для расчета на ЭВМ следует взять $n=12$ точек. Для ручного счета $n=4$ точки. Точки берутся из таблицы подряд, начиная с номера S студента по журналу.

Варианты задания

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
x_i	2	3	3	5	6	7	13	13	11	10	9	8	2	2	4	5	6	7	8	8	3	9	11
y_i	1	2	3	4	7	7	15	17	11.5	10	8	6.5	1	3	4	5.5	6	6.5	7	9	3	8	10

N	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
x_i	13	14	14	8	5	7	12	2	1	8	15	12	12	7	5	9	6	7	7	5
y_i	12	13	14	9	6	7	11	1	1	7	15	13	12	6.5	5	8	6	6.5	8	4

Выполнение практической работы

Вариант: $S=$ _____ , $G=$ _____

Условие:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i												
y_i												

Ручной счет

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1				
2				
3				
4				
Σ				

Получившаяся система уравнений относительно коэффициентов искомой прямой a и b :

$$\left\{ \begin{array}{l} a + b = \\ a + b = \end{array} \right.$$

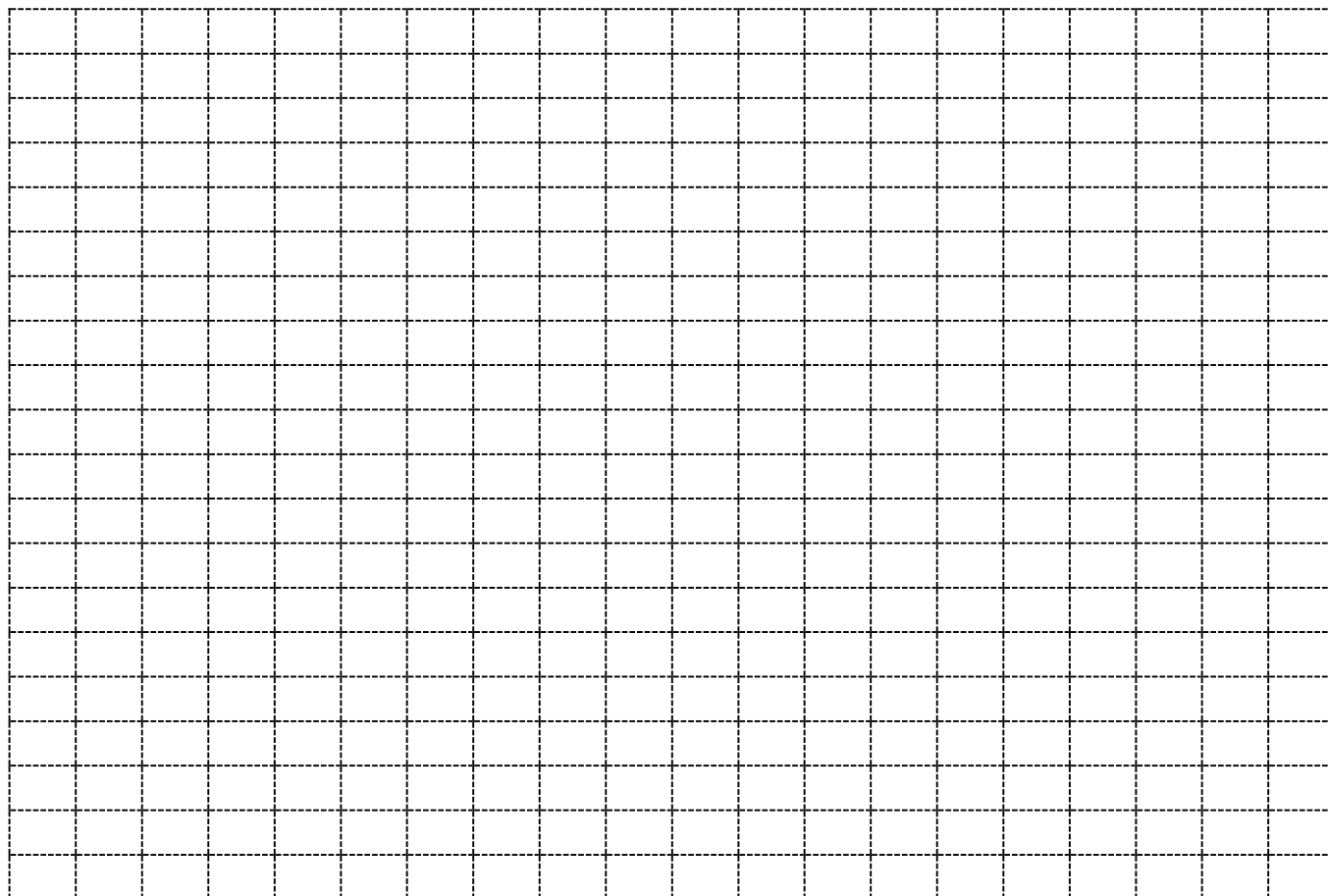
$$\Delta = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$a = \underline{\hspace{4cm}} = \qquad b = \underline{\hspace{4cm}} =$$

Ответ: Искомая прямая : $y = \underline{\hspace{4cm}}$.

Результаты счета

График оптимальной прямой и экспериментальные точки



<i>Практическая работа №7</i>	<i>Фамилия И. О.</i>	<i>Дата</i>	<i>Подпись</i>
<i>Работу выполнил:</i>	<i>Студент</i>		
<i>Выполнение на ЭВМ:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Выполнение в Excel:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Ручной счет:</i>	<i>Преподаватель</i>		
<i>Защита работы</i>	<i>Преподаватель</i>		