

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**УТВЕРЖДАЮ:**

Ректор

\_\_\_\_\_ А.А. Волков

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

**ПРОГРАММА**  
**к кандидатскому экзамену**  
**по научной специальности**

01.02.01

*Шифр*

Теоретическая механика

*Название специальности*

Программа одобрена на заседании методической комиссии ИФО

Протокол №\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 2016\_\_ г.

Председатель  
экзаменационной  
комиссии

\_\_\_\_\_ Степанов Р.Н., доцент, к.т.н.

\_\_\_\_\_ *И.О.Ф, ученая степень, звание*

Председатель  
методической комиссии

\_\_\_\_\_ Леонтьев А.Н., проф., к.т.н.

\_\_\_\_\_ *И.О.Ф, ученая степень, звание*

Разработчики программы

\_\_\_\_\_ Степанов Р.Н., доцент, к.т.н.

\_\_\_\_\_ *И.О.Ф, ученая степень, звание*

\_\_\_\_\_ Киселёв Ф.Б., доцент, к.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_ *И.О.Ф, ученая степень, звание*

Москва 2016

## Оглавление

Введение.....	3
Раздел 1. КИНЕМАТИКА .....	3
Раздел 2. ДИНАМИКА .....	3
Раздел 3. УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ .....	4
Раздел 4. КОЛЕБАНИЯ .....	4
Раздел 5. ВАРИАЦИОННЫЕ ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ .....	5
Раздел 6. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРУПП ЛИ.....	5
Раздел 7. ГАМИЛЬТОНОВА МЕХАНИКА .....	5
Раздел 8. ЭЛЕМЕНТЫ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ .....	5
Раздел 9. МЕХАНИКА УПРАВЛЯЕМЫХ ДВИЖЕНИЙ .....	6
Перечень вопросов к кандидатскому экзамену, осваиваемых на обязательных дисциплинах в рамках программы послевузовского профессионального образования.....	7
Литература.....	11
<i>Основная.</i> .....	11
<i>Дополнительная.</i> .....	11

## Введение

Настоящая программа содержит следующие разделы: кинематика, динамика, устойчивость движения, колебания, вариационные принципы механики, элементы теории групп Ли, гамильтонова механика, элементы небесной механики, механика управляемых движения.

Программа разработана экспертным советом Высшей аттестационной комиссии по математике и механике при участии Научно-методического совета по теоретической механике Минобрнауки РФ а также сотрудниками кафедры теоретической механики и аэродинамики НИУ МГСУ.

### РАЗДЕЛ 1. КИНЕМАТИКА

*1.1. Кинематика точки.* Естественный трехгранник Дарбу.

Криволинейные координаты и параметры Ламе.

*1.2. Кинематика системы отсчета* (кинематика абсолютно твердого тела). Свойства матрицы направляющих косинусов и кватернионов. Спиновые матрицы Паули и параметры Келли-Клейна. Угловая скорость. Кинематические уравнения для углов Эйлера, для матрицы направляющих косинусов (уравнения Пуассона) и уравнения для кватернионов. Теорема о телесном угле в кинематике вращательного движения.

*1.3. Кинематика относительного движения.*

### РАЗДЕЛ 2. ДИНАМИКА

*2.1. Геометрия масс и основные теоремы динамики.* Теоремы об изменении количества движения и момента количества движения. Теорема о движении центра масс. Реактивное движение. Уравнение Мещерского. Теорема об изменении кинетической энергии. Основные теоремы динамики для относительного движения.

2.2. *Специальные задачи динамики точки.* Задача двух тел и ее решение. Классификация траекторий. Законы Кеплера для эллиптических траекторий. Основная задача внешней баллистики.

2.3. *Классические задачи динамики твердого тела.* Случаи Эйлера, Лагранжа, Ковалевской. Стационарные движения: перманентные вращения и регулярная прецессия. Гироскоп.

2.4 *Лагранжева механика.* Принцип Даламбера-Лагранжа. Конфигурационное многообразие системы с конечным числом степеней свободы. Обобщенные координаты. Виртуальные перемещения. Голономные и неголономные системы. Уравнения Лагранжа. Уравнения Лагранжа с множителями. Уравнения Аппеля. Уравнения Рауса для систем с циклическими координатами. Первые интегралы уравнений Лагранжа.

### **РАЗДЕЛ 3. УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ**

3.1. *Основные понятия теории устойчивости движения.* Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Функции Ляпунова. Общие теоремы второго метода Ляпунова.

3.2. *Устойчивость линейных стационарных систем.* Критерий Рауса-Гурвица. Частотные критерии (критерии Михайлова, Найквиста). Теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Понятие о критических случаях. Критический случай пары чисто мнимых корней.

3.3. *Устойчивость стационарных движений механической системы.* Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия и ее обобщения. Обращение теоремы Лагранжа. Коэффициенты устойчивости Пуанкаре. Влияние структуры сил на характер устойчивости положения равновесия.

## Раздел 4. КОЛЕБАНИЯ

4.1. *Колебания линейных стационарных систем.* Спектральные свойства линейных систем. Нормальные координаты. Классификация линейных сил. Теоремы Релея. Вынужденные колебания. Амплитудно-частотные характеристики. Резонанс. Параметрический резонанс в линейных системах с периодическими коэффициентами.

4.2. *Колебания нелинейных систем.* Амплитудно-частотные характеристики. Бифуркации стационарных состояний. Автоколебания, как устойчивые предельные циклы на фазовой плоскости. Понятие нормальной формы Пуанкаре. Понятие о разделении движений и методах осреднения. Метод точечных отображений.

## Раздел 5. ВАРИАЦИОННЫЕ ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ

5.1 Принцип наименьшего принуждения Гаусса.

5.2 Принцип Гамильтона-Остроградского.

5.3 Принцип наименьшего действия в формах Лагранжа и Якоби.

## Раздел 6. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРУПП ЛИ

6.1 Группы преобразований. Операторы группы. Теорема единственности однопараметрической группы. Ряды Ли и Хаусдорфа.

6.2 Группы симметрий. Канонические координаты. Продолжение группы. Дифференциальные и интегральные инварианты.

## Раздел 7. ГАМИЛЬТОНОВА МЕХАНИКА

7.1. Обобщенные импульсы. Преобразования Лежандра. Уравнения Рауса и Гамильтона. Первые интегралы. Скобки Пуассона. Теорема

Лиувилля о фазовом объеме. Интегральные инварианты Пуанкаре и Пуанкаре-Картана.

- 7.2. Канонические преобразования. Локальный критерий каноничности. Производящие функции. Метод Биркгофа нормализации гамильтониана. Уравнение Гамильтона-Якоби.
- 7.3. Переменные действие-угол. Теорема Лиувилля об инвариантных торах.

## Раздел 8. ЭЛЕМЕНТЫ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ

- 8.1. Дифференциальные уравнения возмущенного движения в оскулирующих элементах в задаче двух тел.
- 8.2. Задача трех тел и ее первые интегралы. Ограниченная круговая задача трех тел. Понятие о точках либрации и их устойчивости.
- 8.3. Задача о движении небесного тела вокруг его центра масс под действием момента гравитационных сил.

## Раздел 9. МЕХАНИКА УПРАВЛЯЕМЫХ ДВИЖЕНИЙ

- 9.1. *Структурный анализ и линейный синтез управляемых систем.* Управляемость, наблюдаемость, стабилизируемость линейных систем. Критерии управляемости и наблюдаемости. Управление по принципу обратной связи. Стабилизация по первому приближению.
- 9.2. Оценивание состояния линейных систем. Фильтр Калмана. Совместная задача оценивания и управления.
- 9.3. *Инерциальная навигация.* Методы определения местоположения и ориентации объекта, движущегося в поле сил притягивающего центра. Уравнения ошибок инерциальной навигации и их свойства.
- 9.4. Принцип максимума Понтрягина. Метод динамического программирования Беллмана. Связь принципа максимума с методом Беллмана.

**Перечень вопросов к кандидатскому экзамену,  
осваиваемых на обязательных дисциплинах в рамках  
программы послевузовского профессионального  
образования**

1. Основные задачи механики управляемого движения
2. Инерциальные системы отсчета. Принцип относительности Галлилея.
3. Аксиомы динамики.
4. Уравнение движения свободных механических систем
5. Классификация связей в несвободных механических системах.
6. Возможные и действительные движения, положения, скорости.
7. Уравнение Ньютона движения несвободных механических систем.
8. Принцип освобожденности от связей.
9. Виртуальные перемещения. Работа реакций связей на виртуальных перемещениях.
10. Два понятия идеальных связей и их эквивалентность.
11. Лемма о каноническом разложении реакций связей.
12. Достаточные условия идеальности связей.
13. Необходимые условия идеальности связей.
14. Формула Лагранжа идеальности связей.
15. Аксиома идеальности связей. Понятие активных и пассивных сил.
16. Вывод уравнений Лагранжа 1-го рода для неголономных механических систем.
17. Уравнения Лагранжа 1-го рода для голономных механических систем.
18. Разрешимость уравнений Лагранжа 1-го рода относительно множителей Лагранжа.
19. Кинетическая энергия механической системы и её зависимость от переменных Лагранжа.
20. Кинетическая энергия стационарной механической системы и её свойства.

21. Невырожденность квадратичной формы и зависимости кинетической энергии от обобщенных скоростей.
22. Вывод динамических уравнений Рауса в переменных Лагранжа для неголономных механических систем.
23. Вывод уравнений Лагранжа 2-го рода.
24. Разрешимость уравнений Лагранжа 2-го рода и динамических уравнений Рауса относительно обобщенных ускорений.
25. Понятие потенциального силового поля и его потенциала.
26. Возможные и действительные линейные перемещения механической системы.
27. Работа потенциальных сил на действительных движениях механической системы.
28. Полная механическая энергия. Закон сохранения полной механической энергии. Консервативные системы.
29. Потенциальность обобщенных сил в потенциальном силовом поле.
30. Уравнения Лагранжа 2-го рода в потенциальном поле сил. Функция Лагранжа и её свойства.
31. Уравнения Лагранжа в непотенциальном поле сил.
32. Закон изменения полной механической энергии в потенциальных и непотенциальных силовых полях.
33. Достаточные условия консервативности механической системы, вытекающие из анализа уравнений Лагранжа. (Следствие из теоремы изменения полной механической энергии).
34. Мощность и виртуальная мощность системы сил. Формула их связи.
35. Обобщенная энергия (функция Якоби). Связь с кинетическим потенциалом (теорема Якоби).
36. Связь функции Якоби с полной механической энергией.
37. Закон изменения обобщенной энергии. Интеграл Якоби.
38. Переменные Гамильтона и их связь с переменными Лагранжа.
39. Фактический смысл обобщенных импульсов.



40. Функция Гамильтона. Ее аналитическая зависимость от обобщенных координат и обобщенных импульсов.
41. Связь функции Гамильтона с обобщенной энергией.
42. Связь производных от функции Гамильтона с производными от функции Лагранжа.
43. Уравнения Гамильтона при действии непотенциальных сил.
44. Канонические уравнения Гамильтона.
45. Скорость изменения функции Гамильтона на решениях уравнений Гамильтона.
46. Переменные Рауса. Функция Рауса. Ее аналитическая зависимость от переменных Рауса.
47. Связь производных функции Рауса с производными от функции Лагранжа.
48. Связь функции Рауса с обобщенной энергией.
49. Уравнения Рауса для голономных систем в потенциальном и непотенциальном поле сил.
50. Координаты циклические и позиционные. Примеры циклических координат.
51. Понижение порядка уравнений Гамильтона при наличии циклических координат.
52. Скобки Пуассона (определение и свойства). Тождество Пуассона.
53. Представление канонических уравнений Гамильтона через скобки Пуассона.
54. Первый интеграл уравнений Гамильтона. Условия его существования.
55. Теорема Якоби-Пуассона.
56. Преобразования переменных Гамильтона (прямое и обратное), свойства их матриц Якоби.
57. Понятие канонических преобразований и их свойства.
58. Скобки Лагранжа и их свойства.

59. Матрица Лагранжа прямого преобразования и её связь с его матрицей Якоби.
60. Критерий каноничности преобразования, выраженный через матрицу Лагранжа.
61. Матрица Пуассона прямого преобразования и её связь с его матрицей Якоби.
62. Критерий каноничности преобразования, выраженный через матрицу Пуассона.
63. Условия, при которых линейная дифференциальная форма является полным дифференциалом.
64. Связь изохорной вариации функции, и её полного дифференциала.
65. Критерий каноничности преобразования, основанный на изохорных вариациях (лемма 4, теорема 3).
66. Ковариантность уравнений Гамильтона при канонических преобразованиях.
67. Диссипативные силы. Закон изменения обобщенной энергии диссипативных систем.
68. Диссипативная функция. Диссипативная функция сил сопротивления.
69. Закон изменения обобщенной энергии при движении в силовых полях с однородной диссипативной функцией.
70. Аналитические свойства гироскопических сил. Лемма. 1.
71. Лемма 2 о разложении обобщенных сил, зависящих от обобщенных скоростей.

## Литература.

№ п/п	Наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы, количество страниц	Количество экземпляров печатных изданий	Число обучающихся, одновременно изучающих дисциплину (модуль)
1	2	3	4	5
<i>Основная литература:</i>				
		НТБ НИУ МГСУ		
1	Теоретическая механика	Егорычев О. А. Приближенные поперечные колебания плоских элементов строительных конструкций [Текст] : учебное пособие / О. А. Егорычев, О. О. Егорычев, О. И. Поддаева ; Моск. гос. строит.ун-т. - 2-е изд., доп. - Москва : МГСУ, 2013. - 111 с.	25	5
<i>Дополнительная литература:</i>				
		НТБ НИУ МГСУ		
2	Теоретическая механика	Антонов, В. И. Теоретическая механика (статика) [Текст] : конспект лекций и содержание практических занятий для студентов, обучающихся по направлению подготовки 271101.65 "Строительство уникальных зданий и сооружений" (квалификация - специалист, форма обучения - очная, очно-заочная) / В. И. Антонов ; МГСУ, Каф. теоретической механики и аэродинамики. – М.: МГСУ, 2013. - 94 с.	25	5
6	Теоретическая механика	Matasov A.I. Estimators for Uncertain Dynamic Systems.Springer + Business Media B.V., Netherlands, 2013. – 411 с.	1	5