

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

**ПРОГРАММА-МИНИМУМ**

кандидатского экзамена по специальности

**01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела»**

по техническим наукам

Программа-минимум  
содержит 13 стр.

2007

## Введение

В основу настоящей программы положены следующие дисциплины: механика деформируемого твердого тела; механика сплошной среды; теория упругости, пластичности и ползучести. Программа разработана экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Минобразования России по машиностроению при участии Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого и Тверского государственного технического университета.

### 1. Основы механики деформируемого твердого тела (МДТТ)

Краткий исторический обзор развития. Основные проблемы и практические приложения МДТТ в машиностроении, строительстве, судостроении и др. отраслях. Различные свойства твердых, жидких и газообразных сред. Описание структуры реальных тел на макро, мезо и микро уровнях. Феноменологическое описание модели сплошной среды. Понятие о напряжениях, деформациях, перемещениях и их полях. Напряженное и деформированное состояние частицы тела. Лагранж и Эйлеровы способы описания движения и деформирования сплошной среды. Индивидуальная (полная) и местная производные по времени скалярных и векторных функций.

Элементы тензорного и векторного анализа. Индексные (тензорные) обозначения. Ранг тензора. Скаляры, векторы, диадики. Преобразование координат. Контравариантные векторы и тензоры. Метрический или фундаментальный тензор. Декартовы тензоры. Законы преобразования компонент декартовых тензоров. Сложение и умножение тензоров. Матрицы и действия над ними. Матричное представление вектора в трехмерном пространстве. Скалярное произведение вектора на тензор второго ранга и тензора на вектор. Симметрия матриц и тензоров. Главные значения и

главные направления симметричных тензоров второго ранга. Характеристическое кубическое уравнение тензора и его инварианты. Тензорные поля и дифференцирование тензоров по скалярному аргументу. Дивергенция тензора. Теорема Остроградского для векторного и тензорного полей.

Многомерные евклидовы векторные пространства в линейной алгебре. Геометрическое представление в них тензоров второго ранга. Основы дифференциальной геометрии кривых линий и поверхностей в трехмерном декартовом пространстве. Формулы Френе и их обобщение для многомерных евклидовых пространств. Естественные уравнения кривых линий. Элементы дифференциальной геометрии поверхностей. Криволинейные координатные линии на поверхности, трехгранник Дарбу. Первая и вторая квадратичные формы поверхности, свойства ее кривизны.

Основные физико-механические свойства реальных сред (упругость, вязкость, пластичность), их влияние на сопротивление материалов деформированию и разрушению. Диаграммы деформирования и их аппроксимация при простых нагружениях. Влияние различных факторов (температуры, скорости деформирования либо нагружения, ползучести и релаксации, радиоактивного облучения, давления, цикличности и др. физических воздействий) на параметры диаграмм деформирования.

## **2. Теория напряженного состояния**

Вектор напряжений на произвольной площадке. Его связь с тремя векторами напряжений на трех взаимно ортогональных площадках (формула Коши). Тензор напряжений как тривектор. Закон парности касательных напряжений и симметрия тензора напряжений. Вычисление компонент тензора напряжений при ортогональном преобразовании координат, общее определение тензора напряжений и его инвариантность. Главные оси и главные нормальные напряжения тензора. Характеристическое уравнение

для определения главных напряжений. Инварианты тензора напряжений. Главные касательные напряжения. Геометрическая интерпретация тензора напряжений (эллипсоид напряжений Ламе, круги напряжений Мора, поверхность напряжений Коши). Параметр вида напряженного состояния Надаи-Лоде. Тензор-девиатор напряжений и шаровой тензор. Их инварианты и модули. Модуль тензора напряжений. Интенсивность напряжений. Решение характеристического уравнения для определения главных напряжений в тригонометрической форме Кардана. Направляющие тензора. Простое и сложное нагружения. Напряжения на октаэдрических площадках. Угол вида напряженного состояния и его связь с параметром Надаи-Лоде. Векторное пространство напряжений Прагера и представление в нем тензора напряжений. Векторное шестимерное и пятимерное пространства напряжений Ильюшина и представление в них процессов нагружения частицы тела. Поле напряжений. Дифференциальные уравнения равновесия и движения частицы тела. Граничные и начальные условия Представления уравнений в криволинейных координатах (цилиндрических, сферических). Модель Коссера, понятие о моментных напряжениях. Тензоры напряжения Коши, Пиолы, Киргофа и Коссера.

### **3. Теория деформированного состояния**

Вектор перемещения. Относительное удлинение материального волокна и угловая деформация сдвига между ортогональными волокнами. Матрица больших конечных деформаций частицы Среды. Фундаментальное уравнение теории деформаций. Тензоры Лагранжа и Эйлера для малых и нелинейных конечных деформаций. Главные оси и главные деформации. Характеристическое уравнение для определения главных деформаций. Главные сдвиги. Модули тензоров. Круги деформаций Мора. Параметр вида деформированного состояния Надаи-Лоде. Процессы сложного и простого деформирования, тензор-девиатор и шаровой тензор малых нелинейных

конечных деформаций. Направляющий тензор деформаций. Решение характеристического уравнения для определения главных деформаций в тригонометрической форме Кардана. Октаэдрические сдвиг и удлинение. Угол вида деформированного состояния и его связь с параметром Надаи-Лоде. Тензор малых линейных конечных деформаций Коши. Уравнения совместности линейных деформаций Сен-Венана. Тензор линейного поворота. Варианты теории малых нелинейных деформаций. Тензор скоростей деформаций. Векторное пространство деформаций Прагера и представление в нем тензора деформаций. Векторные шестимерное и пятимерное евклидовы пространства Ильюшина и представления в них процессов деформирования. Представление компонент тензоров деформаций в криволинейных координатах. Тензоры деформаций Грина и Альманси. Тензор дисторсии, понятие о тензоре изгиба-кручения.

#### **4. Физические законы и постановки задач МДТТ**

Векторное уравнение движения сплошной Среды. Дивергенция тензора напряжений в декартовых координатах. Динамические уравнения Эйлера-Коши. Законы сохранения массы и механической энергии. Уравнения движения жидкости.

Процессы деформирования и нагружения в частице тела и их представление в шестимерном и пятимерном векторных пространствах. Основной постулат МДТТ-постулат макроскопической определимости. Законы термодинамики. Замкнутые системы уравнений МДТТ.

Постановка задач МДТТ при конечных и дифференциальных связях между напряжениями и деформациями. Постановка задач для некоторых сред со сложными свойствами.

#### **5. Теория упругости**

Термодинамика упругого деформирования. Упругий потенциал и дополнительная работа. Формулы Грина. Законы Коши- Гука. Связи между напряжениями и деформациями для изотропной и анизотропной сред. Симметрия матрицы упругих постоянных. Частные виды упругой анизотропии. Формула Бетти. Удельные потенциальная энергия деформации и удельная дополнительная работа линейно- упругого тела. Соотношение между напряжениями и деформациями при изменении температуры для изотропного тела. Основные уравнения теории упругости. Общая постановка задачи. Постановка задачи в напряжениях. Постановка задачи теории упругости в перемещениях. Дифференциальные уравнения равновесия и движения Ламе. Принцип смягчения граничных условий Сен-Венана. Общие решения дифференциальных уравнений Коши, Максвелла и Морера. Пространственные задачи теории упругости. Задача Буссинеска о действии сосредоточенной силы на полупространство. Задача Герца о сжатии упругих тел. Задача о вдавливании осесимметричного штампа. Распространение волн в неограниченной упругой среде. Кручение стержней. Полуобратный метод Сен- Венана. Гармоническое уравнение и краевое условие для функции кручения. Решение задачи о кручении в напряжениях. Уравнение Пуассона и краевое условие для функции напряжений Прандтля. Мембранная аналогия Прандтля. Задачи о кручении стержней эллиптического, треугольного и прямоугольного поперечных сечений: вариационные принципы теории упругости. Функционалы. Возможные перемещения и изменения напряженного состояния. Вариационные принципы Лагранжа, минимума потенциальной и дополнительной энергии, обобщенный принцип минимума потенциальной энергии Васидзу, принцип Рейснера. Вариационные методы решения задач теории упругости Релея- Ритца, Лагранжа, Бубнова-Галеркина и д.р. Плоская задача теории упругости. Плоское напряженное состояние и плоская деформация. Основные уравнения в декартовых и полярных координатах. Метод решения плоских задач в напряжениях. Бигармоническое уравнение и граничные условия для функции напряжений.

Частные решения плоских задач в декартовых и полярных координатах. Комплексное представление функции напряжений и компонент тензоров напряжений и деформации. Граничные условия. Решение частных задач. Численные методы решения задач теории упругости: метод конечных разностей, метод конечных элементов, метод граничных интегральных уравнений и др.

Упругие пластины. Основные гипотезы. Перемещение, деформации и напряжения в прямоугольных пластинах. Усилия и моменты. Дифференциальные уравнения равновесия прямоугольных пластин. Дифференциальное уравнение изогнутой поверхности пластины при действии поперечных и продольных сил. Граничные условия. Частный случай поперечного изгиба. Осесимметричный изгиб круглых пластин. Решение задач изгиба прямоугольных пластин Навье, Леви, Тимошенко. Гибкие упругие пластины. Применение вариационных и численных методов к расчету задач изгиба стержней и пластины. Потенциальная энергия. Вариационные уравнения и методы их решения. Упругие оболочки. Основные понятия и гипотезы. Элементы дифференциальной геометрии срединной поверхности оболочки. Деформации, напряжения, усилия и моменты в оболочках. Дифференциальные уравнения равновесия. Безмоментная теория оболочки вращения. Основы теории пологих оболочек. Гибкие оболочки. Применение вариационных и численных методов к расчету оболочек.

## **6. Теория пластичности**

Условия пластичности Сен-Венана и Мизеса и их экспериментальная проверка в опытах Тейлора, Квини, А.М Жукова и др. исследователей. Опыты Бриджмена по сжимаемости тел в области высоких давлений. Идеализация диаграмм деформирования и нагружения. Установления закона упрочнения материалов при простом (пропорциональном) нагружении

Рошем и Эйхингером. Гипотеза квазиизотропии пластического материалов. Опыты Ходкинсона, Вертгейна, Герстнера, Баушингера, Надаи-лоде, Шмидта, Девиса, Ленского, Зубчанинова, Дегтярева, Васина и др. по установлению закономерностей пластического деформирования материалов при простом и сложном нагружении.

*Физические законы сред обладающих свойством пластического течения.*

Теории пластического течения Сен-Венана, Мизеса, Прандтля-Рейсса, Прагера, Прагера-Драккера. Ассоциированный закон пластического течения Мизеса.

*Физические законы пластически упрочняющихся сред.*

Законы пластического упрочнения, теория малых упругопластических деформации Ильюшина. Теоремы теории малых упругопластических деформаций (о простом нагружении, о разгрузке, о единственности решения). Метод упругих решений и его разновидности (метод переменных параметров упругости, метод дополнительных деформации). Обобщение Ильюшиным теории пластического течения Сен-Венана-Мизеса на упрочняющиеся среды. Теория пластического упрочнения Прагера. Обобщение Хиллом теории пластического течения Прандтля-Рейсса на упрочняющиеся среды.

*Физические законы общей математической теории пластического течения.*

Изображение начальных и мгновенных предельных поверхностей деформирования и нагружения в векторных пространствах. Соотношение общей теории пластического течения Мелана-Прагера. Теория течения с трансляционно-изотропным упрочнением Ишлинского-Кадашевича-Новожилова. Постулаты пластичности Драккера и Ильюшина. Принцип градиентальности.

*Физические законы математической теории процессов упругопластического деформирования и нагружения Ильюшина.*

Векторные пространства тензоров и девиаторов напряжений и деформаций. Образы процессов деформирования и нагружения. Постулат



макроскопической определенности. Постулат изотропии и принцип запаздывания векторных свойств материалов. Теории пластических процессов для траекторий малой кривизны и двухзвенных ломаных. Гипотеза локальной определенности. Гипотеза компланарности Ильюшина. Соотношения теории пластических процессов для траекторий средней кривизны Малого-Кравчука. Гипотезы малого кручения, ортогональности и обобщенный принцип градиентальности Зубчанинова.

*Физические законы общей математической теории пластичности.*

О физических процессах в частице тела. Общие дифференциально-нелинейные определяющие соотношения в векторном пространстве деформаций.

Случай плоской задачи. Общие дифференциально-нелинейные определяющие соотношения в векторном пространстве напряжений. Случай плоской задачи. Локальная размерность образа процесса. Постулат физической определенности. Определяющие функции и закономерности процессов пластического деформирования.

## **7. Теория вязкоупругости и ползучести**

Линейная теория вязкоупругости. Вязко упругое поведения материалов. Простейшие механические модели вязкоупругого поведения. Свойства ползучести и релаксации и их опытное изучение. Теория наследственности Больцмана-Вольтерра. Интегральная форма связи между напряжениями и деформациями. Ядра ползучести и релаксации. Определяющие соотношения в случае сложного напряженного состояния. Деформирование вязкоупругих материалов в температурных полях. Температурно-временная аналогия. Соотношения линейной теории термовязкоупругости. Методы решения квазистатических задач линейной теории вязко упругости: операторный метод; метод преобразования Лапласа; метод аппроксимации Ильюшина. Динамические задачи вязкоупругости.

Методы решения задач о деформировании композитов как анизотропных тел. Соотношения нелинейной теории вязкоупругости. Теория длительной прочности Ильюшина.

Неограниченная ползучесть материалов. Определяющие соотношения одномерной ползучести. Теории старения, течения, упрочнения. Кривые ползучести и изохронные кривые деформирования. Ползучесть при сложном напряженном состоянии. Определяющие соотношения при вязкопластических деформациях для начально-изотропного тела. Использование соотношений типа деформационной теории пластичности и теории пластического течения для определения составляющих деформаций ползучести. Постановка задач теории ползучести. Плоская задача. Вариационные принципы. Численные методы решения краевых задач ползучести и вязкоупругости.

## **8. Механика разрушения**

Вязкое и хрупкое разрушение. Феноменологическая теория прочности. Предельные поверхности разрушения изотропных и анизотропных сред. Механизмы вязкого и хрупкого разрушений. Линейная механика разрушения. Три независимых типа трещин. Поля и концентрация напряжений и деформаций в окрестности кончика трещины. Коэффициенты интенсивности напряжений. Концепция квазихрупкого разрушения Гриффитса, Ирвина, Орована. Устойчивое и неустойчивое развитие трещин. Критический коэффициент интенсивности. Область применения линейной теории.

Основы нелинейной механики разрушения. Пластическая зона в вершине трещины. Модель Леонова-Панисюка-Дагдейла. Деформационный джи-интеграл и критерий разрушения материала. Применение теории разрушения к задачам усталостного разрушения. Экспериментальные методы.

Определение характеристик трещиностойкости. Микромеханика разрушения.

## **9. Теория устойчивости**

Концепция устойчивости упругих и вязкопластических систем. Устойчивость упругих и упругопластических сжатых стержней. Решений Эйлера, Энгессера, Кармана. Концепция устойчивости Шенли. Постановка задач об устойчивости стержней за пределом упругости в догружающихся и разгружающихся конструкциях Ильюшина Зубчанинова. Методы временных поддерживающих систем и упругопластической тренировки для повышения устойчивости конструкций. Выпучивание стержней за пределом упругости при продольном изгибе.

Теория устойчивости оболочек и пластины в пределах и за пределом упругости. Теория устойчивости Ильюшина. Ее обобщение на случай использования частных теорий пластичности при сложном нагружении. Теории устойчивости оболочек и пластины за пределом упругости Зубчанинова при сложном нагружении. Бифуркации оболочек и пластин в условиях ползучести. Выпучивание и устойчивость сжатых элементов конструкций в условиях ползучести.

## **10. Механика композиционных материалов. Основы мезомеханики**

Механика армированного слоя. Микромеханика монослоя. Микромеханика упругих свойств монослоя. Микромеханика ползучести моно слоя. Микромеханика кратковременной и длительной прочности. Диссипативные свойства монослоя. Термоупругие свойства слоистых композитов. Диссипативные свойства слоистых композитов. Свойства конструкционных композиционных материалов.

Мезомеханика структурно- неоднородных сред. Мезомеханика разрушения. Физическая мезомеханика материалов. Мезомеханика функциональных материалов с эффектом памяти формы. Структурно-аналитическая теория прочности Лихачева – Малинина. Структурно-аналитическая теория мезомеханики материалов.

### Литература

1. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987. 542с.
2. Демидов С.П. Теория упругости. М.: Высшая школа, 1979. 432с.
3. Зубчанинов В.Г. Механика сплошных деформируемых сред. Тверь: ТГТУ, 2000. 703с.
4. Зубчанинов В.Г. Математическая теория пластичности. Тверь: ТГТУ, 2002. 300с.
5. Ивлев Д.Д. Теория идеальной пластичности. М.: Наука, 1996. 232с.
6. Ильюшин А.А. Пластичность. М.: Гостехиздат, 1998. 376с.
7. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории пластичности. М.: АН СССР, 1963. 272с.
8. Ильюшин А.А. Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости . М.: Наука, 1970. 280с.
9. Ильюшин А.А. Ленский В.С. Сопротивление материалов. М.: Физматгиз, 1959.
10. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969. 420с.
11. Керштейн И.М., Ключников В.Д, Ломакин Е. В., Шестериков С.А. Основы экспериментальной механики разрушения М.: МГУ, 1989.
12. Ключников В.Д. Математическая теория пластичности. М.: МГУ. 1979.
13. Лихачев В.А., Малинин В.Г. Структурно-аналитическая теория прочности. С.-П Наука, 1993. 471с.

14. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 416с.
15. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1986. 400с.
16. Морозов Е.М., Партон В.З. Механика упруго пластического разрушения. М.: Наука, 1985.
17. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 648с.
18. Новожилов В.В. Вопросы механики сплошной среды. Л.: Судостроение, 1989. 397с.
19. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Л.: Судостроение, 1962.
20. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир. 1980.
21. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упругопластического разрушения. М.: Наука. 1974. 416с.
22. Прагер В., Ходж Ф.Г. Теория идеально- пластических тел. М.: ИЛ, 1956.
23. Работнов Ю.Н. Соппротивление материалов. Физматгиз, 1962.
24. Работнов Ю.Н. Механика деформированного твердого тела. М.: Наука, 1979. 744с.
25. Соколовский В.В. Теория пластичности. М.: Высшая школа, 1969. 608с.
26. Стренг Г., Фикс Дж. Теория конечных элементов. М.: Мир. 1977.
27. Тимошенко С.П., Гудьер Д.Ж. Теория упругости. М.: Наука, 1979. 560с.
28. Толоконников Л. А. Механика деформируемого твердого тела. М.: Высшая школа, 1979. 318с.
29. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: ГИТТЛ, 1956. 407с.