ЗАДАНИЯ

Вариант 1

Задача 1. *(max 3 балла)*

Для удобства определения размера платежа за ЖКХ были введены новые формулы: плата за горячую воду $\frac{1}{2}\left(x-\sqrt{x-4}\right)^3$, плата за холодную воду $32\left(t+0.5\sqrt{t-1}\right)^3$ и плата за электроэнергию $(s-1)(s^2+s+1)$. Найдите размер платежа за ЖКХ, если потрачено горячей воды $x=10$, холодной воды $t=2.5$ и электроэнергии $s=10$.

Задача 2. *(max 3 балла)*

На стройплощадке многоквартирного дома работают две бригады. Вероятность, что любая из бригад к концу дня не выполнит дневную норму равна 0,4. Вероятность, что обе бригады к концу дня не выполнят дневную норму равна 0,3. Найти вероятность p, что обе бригады смогут выполнить дневную норму.

Задача 3. *(max 3 балла)*

В новом микрорайоне города Москва начато строительство спортивного комплекса. Шофер грузовика, занятого на строительстве, при постоянной производительности рабочего дня перевозит грузы трёх видов: щебень, песок и кирпич, соответственно по-разному расходуя горючее. В первый день половину рабочего дня он возил щебень, а половину песок. Во второй день $\frac{1}{7}$ времени возил щебень, $\frac{4}{7}$ времени – песок, $\frac{2}{7}$ времени – кирпич. В третий день $\frac{1}{4}$ времени – щебень, $\frac{3}{8}$ времени – песок, $\frac{3}{8}$ – кирпич. На сколько процентов израсходует шофер дневной норматив горючего, возя целый день щебень, если в первый день он израсходовал его на 95%, во второй – на $101\frac{3}{7}\%$, в третий – на $101\frac{1}{4}\%$.?

Задача 4. *(max 6 баллов)*

Для прокладки трубопровода была вырыта траншея, у которой поперечное сечение представляет собой параболу с ветвями вверх, с размером самой широкой части 4 м и глубиной 8 м. Какого наибольшего радиуса можно положить круглую трубу в траншею, если она должна касаться дна траншеи (вершины параболы)?

Задача 5. *(max 6 баллов)*

В городе N имеется 37 подрядчиков. Они никогда не участвовали все вместе в одно проекте, но в итоге любые два подрядчика совместно поработали на проектах ровно по одному разу. Докажите, что один из подрядчиков участвовал минимум в 7 проектах.

Задача 6. *(max 6 баллов)*

В треугольнике ABC на сторонах AB, BC, AC отмечено по точке: L, M и N, соответственно. Известно, что $LM||AC$, $MN||AB$ и $MN = LM$. Найдите длину MN, если длины сторон AB и AC удовлетворяют квадратному уравнению $x^2 - 12x + 24 = 0$.

Задача 7. *(max 12 баллов)*

Решить неравенство

$$|\log_3(2-x)| \geq \left|\log_9 \frac{2-x}{4}\right|$$

Задача 8. *(max 12 баллов)*

Известно, что уравнение

$$\frac{5\,sin^2\,x + 4}{10\,cos^2\,x + 2} = tg\,x$$

имеет два решения в интервале $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, одно из которых $\mathrm{x} = \operatorname{arctg} 2$. Найдите второе решение.

Задача 9. *(max 15 баллов)*

В прямоугольный треугольник ABC $(\angle A = 90°)$ вписана окружность. На сторонах AB и BC отмечены точки M и N такие, что отрезок MN параллелен стороне AC и касается вписанной окружности. Найти стороны AB, AC и BC, если $S_{\Delta BMN} = \frac{2}{3}$ и радиус вписанной окружности $r = 1$.

Задача 10. *(max 15 баллов)*

Найти наименьшее значение параметра a, при котором система

$$\begin{cases} (y-6)^2 + (x+1)(x+9) = |6x+30| \\ x^2 + y^2 = 8x - 4y + a \end{cases}$$

имеет одно решение.

ЗАДАНИЯ

Вариант 2

Задача 1. *(max 4 балла)*

Для удобства определения размера платежа за ЖКХ были введены новые формулы: плата за горячую воду $\frac{1}{2}\left(x+\sqrt{x-4}\right)^3$, плата за холодную воду $32\left(t+0.5\sqrt{t-1}\right)^3$ и плата за электроэнергию $(s+1)(s^2-s+1)$. Найдите размер платежа за ЖКХ, если потрачено горячей воды $x=20$, холодной воды $t=5$ и электроэнергии $s=8$.

Задача 2. *(max 4 балла)*

На стройплощадке многоквартирного дома работают две бригады. Вероятность, что любая из бригад к концу дня не выполнит дневную норму равна 0,3. Вероятность, что обе бригады к концу дня не выполнят дневную норму равна 0,2. Найти вероятность p, что обе бригады смогут выполнить дневную норму.

Задача 3. *(max 4 балла)*

В новом микрорайоне города Москва начато строительство спортивного комплекса. Шофер грузовика, занятого на строительстве, при постоянной производительности рабочего дня перевозит грузы трёх видов: щебень, песок и кирпич, соответственно по-разному расходуя горючее. В первый день половину рабочего дня он возил щебень, а половину кирпич. Во второй день $\frac{1}{10}$ времени возил щебень, $\frac{1}{2}$ времени – песок, $\frac{2}{5}$ времени – кирпич. В третий день $\frac{2}{9}$ времени – щебень, $\frac{4}{9}$ времени – песок, $\frac{1}{3}$ – кирпич. На сколько процентов израсходует шофер дневной норматив горючего, возя целый день песок, если в первый день он израсходовал его на 90%, во второй – на 108%, в третий – на $104\frac{4}{9}\%$.?

Задача 4. *(max 8 баллов)*

Для прокладки трубопровода была вырыта траншея, у которой поперечное сечение представляет собой параболу с ветвями вверх, с размером самой широкой части 6 м и глубиной 27 м. Какого наибольшего радиуса можно положить круглую трубу в траншею, если она должна касаться дна траншеи (вершины параболы)?

Задача 5. *(max 8 баллов)*

В городе N имеется 26 подрядчиков. Они никогда не участвовали все вместе в одно проекте, но в итоге любые два подрядчика совместно поработали на проектах ровно по одному разу. Докажите, что один из подрядчиков участвовал минимум в 6 проектах.

Задача 6. *(max 8 баллов)*

В треугольнике ABC на сторонах AB, BC, AC отмечено по точке: *L*, *M* и *N*, соответственно. Известно, что $LM||AC$, $MN||AB$ и $MN = LM$. Найдите длину MN, если длины сторон AB и AC удовлетворяют квадратному уравнению $x^2 - 18x + 72 = 0$.

Задача 7. *(max 14 баллов)*

Решить неравенство

$$|log_2(8-2x)| \geq \left|log_8 \frac{(8-2x)^2}{5}\right|$$

Задача №8. *(max 14 баллов)*

Известно, что уравнение

$$\frac{\sin^2 x + 4}{7\cos^2 x + 1} = \operatorname{tg} x$$

имеет два решения в интервале $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, одно из которых $x = \operatorname{arctg} 2$. Найдите второе решение.

Задача 9. *(max 18 баллов)*

В прямоугольный треугольник ABC $(\angle A = 90°)$ вписана окружность. На сторонах AB и BC отмечены точки M и N такие, что отрезок MN параллелен стороне AC и касается вписанной окружности. Найти стороны AB, AC и BC, если $S_{\Delta BMN} = \frac{3}{10}$ и радиус вписанной окружности $r = 1$.

Задача 10. *(max 18 баллов)*

Найти наименьшее значение параметра a, при котором система

$$\begin{cases} (y-6)^2 + (x+1)(x+9) = |6x+30| \\ x^2 + y^2 = 8x - 4y + a \end{cases}$$

имеет одно решение.