

БЛАНК ОТВЕТОВ

страница 2

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

3. Рассмотрим 3 случая, когда кто-то из друзей сказал правду, а остальные - лгуны:

1) Николас сказал правду.

	I	II	III
Н	⊕		
М	-		
С	+	-	-

Утверждения Николаса и Мисаима, говоря о том, что они не могли занять первое место, указывают на первом месте оказывается Сергей. Однако, это

противоречит по условию, что "он не на третьем месте"

2) Мисаим сказал правду

	I	II	III
Н	-		
М	⊕		
С	-		

Получить не совпадают утверждения Николаса и Сергея, ведь Николас должен быть на первом месте

3) Сергей сказал правду

	I	II	III
Н	+	-	-
М	-	-	+
С	-	+	⊖

Николас - I место

Мисаим - III место

Сергей - II место

Ответ: Николас - I, Мисаим - III, Сергей - II

4. Купюры в урне не повторяются, значит всего можно составить $10 \cdot 9 \cdot 6 = 720$ шт.

Всего есть 6 или крапчатые 64 и красные 64: 174, 261, 348, 435, 609,

783, 870, 957; значит вероятность того, что она выпадет

из урны, которая вытаскивается из урны, составляет 64 шт. шт., составляет:

$$\frac{64}{720} = \frac{1}{90} \approx 0,11$$

Ответ: $\frac{1}{90}$

БЛАНК ОТВЕТОВ

страница 3

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

$$6. \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \left(\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right) = 0$$

$$\text{пусть } x - \frac{\pi}{4} = \alpha, \text{ а } x + \frac{\pi}{4} = \beta, \text{ тогда}$$

$$\sin(\alpha) - \sin(\beta) - (\cos(\beta) + \cos(\alpha)) = 0$$

$$2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2} - 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = 0$$

$$2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \left(\sin \frac{\alpha - \beta}{2} - \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \right) = 0$$

$$\cos \frac{\alpha + \beta}{2} = 0$$

$$\text{или } \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) - \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{x - \frac{\pi}{4} + x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\alpha = 1, \beta = 1, \text{ введем угол } \gamma$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2}, \text{ разделим на } \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{2x}{2}\right) = 0$$

$$\cos(x) = 0$$

$$x = \pm \frac{\pi}{2} \pm \pi n$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{x - \frac{\pi}{4} - x - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

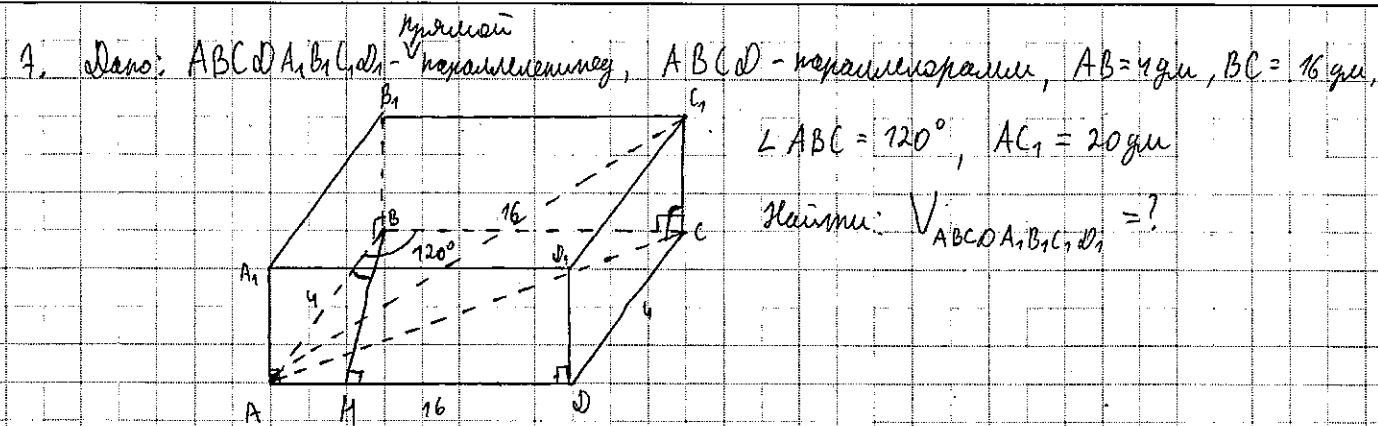
$$\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0 - \text{неверно}$$

$$\text{Ответ: } x = \pm \frac{\pi}{2} \pm \pi n$$

БЛАНК ОТВЕТОВ

страница 4

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.



Решение: 1) Найдём AC по теореме косинусов:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$$

$$AC^2 = 16 \text{ дм}^2 + 256 \text{ дм}^2 - 2 \cdot 4 \text{ дм} \cdot 16 \text{ дм} \cdot \cos 120^\circ$$

$$AC^2 = 272 \text{ дм}^2 + 2 \cdot 64 \text{ дм}^2 \cdot \sin 30^\circ$$

$$AC^2 = 272 \text{ дм}^2 + 64 \text{ дм}^2$$

$$AC^2 = 336 \text{ дм}^2$$

2) т.к. $CC_1 \perp ABCD$ и AC ^{высота} ~~перпендикулярна~~ диагональ, т.к. $\angle ABC$ - тупой, то AC является проекцией AC_1 на плоскость $ABCD$, тогда $CC_1 = \sqrt{AC_1^2 - AC^2} = \sqrt{400 \text{ дм}^2 - 336 \text{ дм}^2} = \sqrt{64 \text{ дм}^2} = 8 \text{ дм}$

3) проводим высоту BH к AD , тогда $\angle BHD = \angle HBC = 90^\circ$, тогда $\angle ABH = 30^\circ$, значит $AH = \frac{1}{2} \cdot AB = 2$ дм, а $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{16 \text{ дм}^2 - 4 \text{ дм}^2} = \sqrt{12 \text{ дм}^2} = 2\sqrt{3}$ дм

$$4) V_{ABCD A_1 B_1 C_1 D_1} = S_{ABCD} \cdot h, \quad h = CC_1, \quad S_{ABCD} = \frac{1}{2} AD \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot 16 \text{ дм} \cdot 2\sqrt{3} \text{ дм} = 16\sqrt{3} \text{ дм}^2$$

$$V_{ABCD A_1 B_1 C_1 D_1} = 16\sqrt{3} \text{ дм}^2 \cdot 8 \text{ дм} = 128\sqrt{3} \text{ дм}^3$$

Ответ: $128\sqrt{3} \text{ дм}^3$

БЛАНК ОТВЕТОВ

страница 1

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

1. $f(t) = \left(\frac{8}{\sqrt{2031-t}-1} + \frac{8}{\sqrt{2031-t}+1} \right)^2$, $f(5) = ?$, $f(2022) = ?$

$$f(5) = \frac{8}{\sqrt{2031-5}-1} + \frac{8}{\sqrt{2031-5}+1}$$

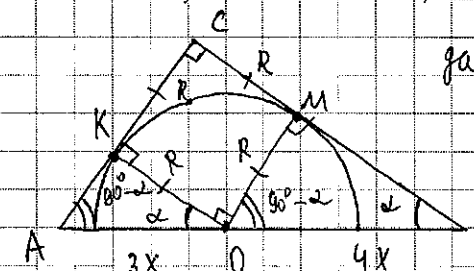
$$f(2022) = \left(\frac{8}{\sqrt{2031-2022}-1} + \frac{8}{\sqrt{2031-2022}+1} \right)^2 = \left(\frac{8}{\sqrt{9}-1} + \frac{8}{\sqrt{9}+1} \right)^2 = \left(\frac{8}{3-1} + \frac{8}{3+1} \right)^2 = \left(\frac{8}{2} + \frac{8}{4} \right)^2 = (4+2)^2 = 6^2 = 36$$

Ответ: 36

2. Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, ^{кас-} $\text{окр}(O; R)$, $O \in AB$, $R = 24$, $AO : OB = 3 : 4$. Найти: P_{ABC}

Решение:

1) пусть $\angle AOK = \alpha$, тогда $\angle KAO = \angle MOB = 90^\circ - \alpha$, тогда $\angle OMB = \alpha$, значит $\triangle AOK \sim \triangle OBM$, по двум углам



2) из подобия следует, что

$$\frac{AO}{OK} = \frac{OB}{BM}, \quad BM = \sqrt{OB^2 - OM^2}$$

$$\rightarrow \frac{3x}{24} = \frac{4x}{\sqrt{16x^2 - 576}} \rightarrow \frac{1}{8} = \frac{4}{\sqrt{16x^2 - 576}} \rightarrow \sqrt{16x^2 - 576} = 32$$

$$\rightarrow 16x^2 - 576 = 1024 \rightarrow 16x^2 = 1600 \rightarrow x_1 = 10, \quad x_2 = -10 \text{ - не удовлет. усл.}$$

$$\text{тогда } AO = 3x = 30, \quad BO = 4x = 40, \quad BM = \sqrt{1600 - 576} = 32, \quad \text{а } AK = \sqrt{900 - 576} = \sqrt{324} = 18$$

$$3) P_{ABC} = AC + BC + BA = (AK + KC) + (CM + BM) + (AO + BO) = (18 + 24) + (24 + 32) + (40 + 30) = 70 + 42 + 56 = 70 + 98 = 168$$

Ответ: $P_{ABC} = 168$