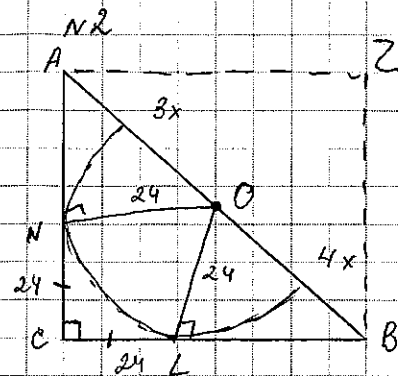


БЛАНК ОТВЕТОВ

страница 1

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.



Решение.

Проведем высоты из центра
полукруга на катеты треугольника;
Точки касания этих высот со
сторонами катетов будут лежать
на полукруге, т.к. это это
радиусы, опущенные к касательным

Дано:
ABC - прямоугол. треугол.
 $R = 24$
 $AO = 3x$
 $OB = 4x$
 $P = ?$

$NC = LC$ (как касательные) примем $NOLC$ - квадрат (т.к. 3 угла этого четырехугольника прямые $\Rightarrow \angle NCL = 90^\circ$ (также прямой), а т.к. $NO = LO$, то $NO = LO = LC = NC = 24$

По т. Пифагора: $(24 + AN)^2 + (24 + LB)^2 = (3x + 4x)^2$
 $24^2 + 48AN + AN^2 + 24^2 + 48LB + LB^2 = 49x^2$ (1)

из $\triangle ANO$ $AN = \sqrt{(3x)^2 - 24^2} = \sqrt{9x^2 - 24^2}$ (2)

из $\triangle OLB$ $LB = \sqrt{(4x)^2 - 24^2} = \sqrt{16x^2 - 24^2}$ (3)

Возвращаясь к (1)

$$24^2 + 48AN + \sqrt{9x^2 - 24^2} + 24^2 + 48LB + \sqrt{16x^2 - 24^2} = 49x^2$$

$$2 \cdot 24^2 + 48(AN + LB) + 9x^2 - 24^2 + 16x^2 - 24^2 = 49x^2$$

$$48(AN + LB) = 24x^2 \Rightarrow AN + LB = \frac{x^2}{2}$$
 (4)

Используя формулу площади треугольника найдем:

$$S = \frac{AC \cdot CB \cdot AB}{4R}$$

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BC$$

$$\frac{AC \cdot CB \cdot AB}{4R} = \frac{1}{2} AC \cdot BC$$

$$AB = 2R$$

$$3x + 4x = 2 \cdot 24$$

$$7x = 48$$

$$\Rightarrow x = \frac{48}{7}$$

Подставим данное значение в (2), (3) и (4)

$$AN = \sqrt{9 \left(\frac{48}{7}\right)^2 - 24^2} = \frac{6^2}{2} = 18$$

$$P = AC + CB + AB = AN + 24 + LB + 24 + 7x = 18 + 2 \cdot 24 + 7 \cdot \frac{48}{7} = 78$$

БЛАНК ОТВЕТОВ

страница 2

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

$$AN + LB = \frac{48^2}{7^2 \cdot 2}$$

Найдем периметр: $P = AC + CB + AB = 24 + AN + 24 + LB + 2R$
 $P = 48 + \frac{48^2}{7^2 \cdot 2} + 48 = 48 \cdot 2 + \frac{48^2}{49} =$
 $= 48 \cdot 2 + \frac{48 \cdot 24}{49} = \frac{48 \cdot 2(50 - 1) + 48 \cdot 24}{49} = \frac{48 \cdot 2(49 - 12) + 48 \cdot 2 \cdot 37}{49}$

Продлим стороны BZ и AZ до четырехугольника $ACBZ$ Углы четырехугольника прямые + вписана окружность в прямоугольник
нельзя $\Rightarrow ACBZ$ - квадрат

№ 8.

$$9 \cdot 3 \frac{x}{1-2x} < 12 - 3 \frac{3x-1}{2x-1}$$

$$9 \cdot 3 \frac{x}{1-2x} < 12 - 3 \frac{1-3x}{1-2x}$$

$$9 \cdot 3 \frac{x}{1-2x} < 12 - 3 \frac{1-2x-x}{1-2x}$$

$$9 \cdot 3 \frac{x}{1-2x} < 12 - 3 \frac{1-x}{1-2x}$$

$$9 \cdot 3 \frac{x}{1-2x} < 12 - 3 \cdot 3 \frac{x}{1-2x}$$

Замена: $3 \frac{x}{1-2x} = t$; $t > 0 \Rightarrow 3 \frac{x}{1-2x} = \frac{1}{t}$

$$9t < 12 - 3 \cdot \frac{1}{t}$$

$$3t < 4 - \frac{1}{t}$$

$$3t^2 + \frac{1}{t} - 4 < 0$$

$$3t^2 - 4t + 1 < 0$$

$$\Rightarrow (t-1)(t-\frac{1}{3}) < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t < 0 \\ t > 3 \end{cases} \text{ (не удовлетворяет } t > 0) \text{ } \emptyset$$

Возвращаясь к первоначальной переменной:

$$\begin{cases} 3 \frac{x}{1-2x} > 3 \\ 3 \frac{x}{1-2x} < 3^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{1-2x} > -1 \\ \frac{x}{1-2x} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-x}{2x-1} < 0 \\ \frac{x}{2x-1} > 0 \end{cases}$$

Объединим полученные промежутки:

$$\Rightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$$

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

№1.

$$f(t) = \left(\frac{8}{\sqrt{2031-t}-1} + \frac{8}{\sqrt{2031-t}+1} \right)^2$$
; при $t=2022$

$$f(2022) = \left(\frac{8(\sqrt{2031-2022}+1) + 8(\sqrt{2031-2022}-1)}{(\sqrt{2031-2022}-1)(\sqrt{2031-2022}+1)} \right)^2$$

$$f(2022) = \left(\frac{8(\sqrt{9}+1) + 8(\sqrt{9}-1)}{(\sqrt{9}-1)(\sqrt{9}+1)} \right)^2$$

$$f(2022) = \left(\frac{8(3+1+3-1)}{9-1} \right)^2 \quad f(2022) = \left(\frac{8 \cdot 6}{8} \right)^2 \quad f(2022) = 36$$

Ответ: 36

№3

Рассмотрим 3 случая: 1) 1-ое верно $\Rightarrow$ 2,3 - неверно.

Если Николай не на первом и это верно, то он либо на 2, либо на 3. Тогда Михаил врет, зная он на 2 или 3, Сергей врет: он либо на 3, первого места в данном случае нет $\Rightarrow$ противоречие.

2) 2-ое верно $\Rightarrow$ 1,3 - неверно.

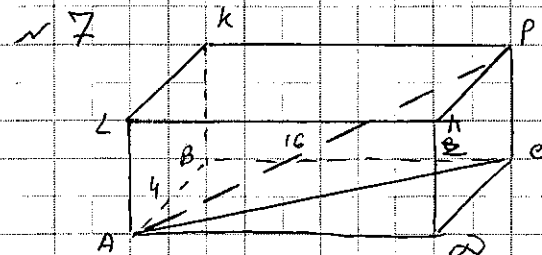
Если Михаил и правда на первом, то Николай врет, а зная он также на 1-ом $\Rightarrow$ противоречие.

3) 3-е верно $\Rightarrow$ 1,2 - неверно.

Если Сергей говорит правду, то он либо на 1, либо на 2. Тогда Николай врет $\Rightarrow$ он на 1-ом, Михаил также врет $\Rightarrow$ он либо на 2, либо на 3. Он либо на 2, либо на 3.

У.к. 1-ое место занято Николаем, то Сергей на 2 $\Rightarrow$ Михаил на 3 - верно.

Ответ: Николай - 1-ое место
 Сергей - 2-ое место
 Михаил - 3-е место



Дано:
 $AB=4$ $BC=16$
 $\angle ABC=120^\circ$
 $AP=20$

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

Решение:

по т. косинусов:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos 120^\circ$$

$$AC^2 = 4^2 + 16^2 - 2 \cdot 4 \cdot 16 \cos(90^\circ + 30^\circ)$$

$$AC^2 = 16 + 16^2 + 8 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2}$$

$$AC = 4\sqrt{21}$$

Уг. $\triangle ACP$ т.к. весь блок - это прямой параллелепипед, то $PC \perp ABCD \Rightarrow PC \perp AC$

$$\Rightarrow PC = \sqrt{AP^2 - AC^2}$$

$$PC = \sqrt{20^2 - (4\sqrt{21})^2} = 8$$

$$V = S_{осн} \cdot h$$
 где $h = PC$, а $S_{осн} = \frac{1}{2} 2S_{\triangle ABC}$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{осн} = 2 \cdot 16\sqrt{3} = 32\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V = 32\sqrt{3} \cdot 8 = 256\sqrt{3}$$

Ответ: $256\sqrt{3}$

№6.

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x = 0$$

$$- 2\sqrt{2} \cos x = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

№10.

$$\sqrt{(x-4)^2 + (y^2+2y+1)} = \sqrt{(x-2)^2 + y^2 - 2y+1} + 2\sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-4)^2 + (y+1)^2} - \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 = a^2$$

БЛАНК ОТВЕТОВ №2

страница 5

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

Первое уравнение системы задаёт окружность с координатами $A(4, -1)$
 $B(2, 1)$

Второе уравнение - это ^{прямая} окружность, проходящая через начало координат
где $a = R$ - радиус,

Примем если $a=0$ $y^2 = -x^2$ $\Rightarrow$ окружность вырожд.
по прямой $y = \pm x$, где y
по условию $|y| = |x| \Rightarrow x^2 + y^2 = a^2$
 $\Leftrightarrow 2x^2 = a^2$
 $\Leftrightarrow 2y^2 = a^2$
 $y = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}$

На прямой $y = x$

1) Самая первая точка, которой касалась окружность это $B(2, 1)$

Подставим эти координаты в уравнение $x^2 + y^2 = a^2$
 $4 + 1 = a^2$
 $\Rightarrow a = \pm\sqrt{5}$

Итого

$$y = \pm \frac{a}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \pm \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \pm \sqrt{2,5}$$

Окружность рассматривается одновременно по 2-м прямым $\Rightarrow$ в каждом из них есть касание $\Rightarrow$ 2 решения

2-ая крайняя точка касания это $A(4, -1)$

Подставим ее координаты в уравнение $x^2 + y^2 = a^2$
 $16 + 1 = a^2$
 $\Rightarrow a = \pm\sqrt{17}$

Аналогично окружности также касалась окружность 2-го рода

$$\Rightarrow a \in (-\sqrt{5}, -\sqrt{17})$$

$$\text{Ответ: } (-\sqrt{5}, -\sqrt{17})$$

БЛАНК ОТВЕТОВ №2

страница _____

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

БЛАНК ОТВЕТОВ №2	страница _____
Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.	

БЛАНК ОТВЕТОВ №2	страница _____
Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.	