



**Очная форма обучения. Бакалавры.  
I курс, 2 семестр.  
Направление 220700 «Автоматизация  
технологических процессов и производства»  
Дисциплина - «Математика».**

## Содержание

Содержание .....	1
Лекции .....	1
Практические занятия .....	3
Литература .....	4

## Лекции

**Лекция 1.** Первообразная. Теорема о разности первообразных. Неопределённый интеграл. Таблица неопределённых интегралов. Свойства неопределённых интегралов (доказательство одного из них). Методы интегрирования: подведение под знак дифференциала, замена переменной, интегрирование по частям. Примеры.

**Лекция 2.** Задача о площади криволинейной трапеции, приводящая к понятию определённого интеграла по отрезку, его механический смысл. Основные свойства определённого интеграла по отрезку (доказательство одного из них). Условие существования интеграла. Формула Ньютона – Лейбница (вывод с помощью теоремы Лагранжа\*). Приложения определённого интеграла по отрезку: площадь криволинейной трапеции, объём тела вращения. Примеры.

**Лекция 3.** Функции двух и  $n$  независимых переменных: определение, область определения, область изменения. Функции двух независимых переменных, заданные аналитически, геометрическое изображение области определения, график функции. Предел функции  $z = f(x, y)$  в точке. Частные приращения функции двух независимых переменных. Определение частных производных, правило нахождения, примеры. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных.

**Лекция 4.** Полное приращение функции двух переменных. Два определения непрерывности функции  $z = f(x, y)$  в точке.

Дифференцируемость функции двух переменных  $z = f(x, y)$ : определение. Связь между дифференцируемостью функции  $z = f(x, y)$  и непрерывностью функции в точке (доказательство). Связь между дифференцируемостью функции и существованием частных производных (формулировка). Достаточные условия дифференцируемости (формулировка). Полный дифференциал функции  $z = f(x, y)$ : определение, форма. Частные дифференциалы функции  $z = f(x, y)$ : определение, форма. Функция, заданная неявно и ее частные производные.

**Лекция 5.** Частные производные высших порядков. Равенство смешанных частных производных второго порядка. Определения точки максимума и минимума функции  $z = f(x, y)$ . Необходимый признак существования экстремума функции  $z = f(x, y)$  (доказательство). Достаточный признак экстремума функции  $z = f(x, y)$  (формулировка). Пример. Свойства функций, непрерывных в замкнутой ограниченной области и их свойства (формулировки). Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции двух переменных в замкнутой ограниченной области (план решения задачи с простым примером  $z = x^2 - y^2$  в области  $D: x^2 + y^2 \leq 1$ ).

**Лекция 6.** Определение касательной плоскости и нормали к поверхности. Теорема о существовании касательной плоскости (формулировка). Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в данной точке. Пример. Геометрический смысл полного дифференциала. Производная функции  $u = u(x, y, z)$  по заданному направлению, определение, формула для вычисления (с выводом\*). Градиент функции, определение, связь с производной по направлению, свойства градиента. Примеры.

**Лекция 7.** Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Определение обыкновенного дифференциального уравнения, его порядка, решения. Дифференциальные уравнения (ДУ) 1-го порядка  $y' = f(x, y)$ . Задача Коши для ДУ первого порядка, ее геометрический смысл. Формулировка теоремы Коши о существовании и единственности решения задачи Коши для ДУ первого порядка  $y' = f(x, y)$ , ее геометрический смысл. Общее и частное решения. ДУ 1-го порядка с разделяющимися переменными: метод решения, пример.

**Лекция 8.** Однородное ДУ 1-го порядка: метод решения, пример. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка: метод решения, пример. Дифференциальные уравнения 2-го порядка  $y'' = f(x, y, y')$ . Задача Коши для ДУ второго порядка, ее геометрический смысл. Формулировка теоремы Коши о существовании и единственности решения задачи Коши для ДУ 2-го порядка  $y'' = f(x, y, y')$ . Понятие общего и частного решений.

Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка  $f(x, y', y'') = 0$  и  $f(y, y', y'') = 0$  и методы интегрирования. Примеры.

**Лекция 9.** Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка, однородные и неоднородные (ЛОДУ и ЛНДУ). Линейные дифференциальные уравнения (ЛОДУ) 2-го порядка, простейшие свойства решений (доказательство одного из них). Понятие линейно зависимой и линейно независимой системы функций на интервале. Условие линейной зависимости и независимости двух функций. Определитель Вронского, его свойства для линейной зависимости системы функций (доказательство).

**Лекция 10.** Определение фундаментальной системы решений ЛОДУ  $n$ -го порядка, 2-го порядка. Свойства определителя Вронского для ФСР (формулировка). Теорема о структуре общего решения ЛОДУ 2-го порядка (с доказательством). ЛОДУ  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Лемма о характеристическом уравнении (доказательство). Пример.

**Лекция 11.** Теорема о ФСР и общем решении ЛОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами в случае действительных различных корней характеристического уравнения (с

доказательством).Пример. Теорема о ФСР и общем решении ЛОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами в случае действительных кратных корней характеристического уравнения (с доказательством).Пример. Теорема о ФСР и общем решении ЛОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами в случае комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения (формулировка).Линейные неоднородные дифференциальные уравнения (ЛНДУ) 2-го порядка. Теорема о структуре общего решения ЛНДУ 2-го порядка (доказательство).

**Лекция 12.** Нахождение частного решения ЛНДУ. Метод вариации производных постоянных для уравнений второго порядка (доказательство, пример). Метод неопределенных коэффициентов для уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами со специальной правой частью. Правило наложения частных решений ЛНДУ. Примеры.

**Лекция 13.** Задача о массе геометрической фигуры, приводящая к понятию определенного интеграла (для всех типов фигур). Интеграл как предел интегральных сумм. Виды интегралов, их механический смысл. Основные свойства интегралов (формулировка и запись в виде формул).

**Лекция 14.** Теорема об оценке определенного интеграла по отрезку (с доказательством), о среднем (с доказательством), их геометрический смысл. Теорема о дифференцировании интеграла с переменным верхним пределом (доказательство).

**Лекция 15.** Несобственный интеграл с бесконечными пределами (определение, примеры). Обзорная лекция по методам вычисления неопределенного интеграла и определенного интеграла по отрезку.

**Лекция 16.** Обзорная лекция по дифференциальным уравнениям.

## **Практические занятия**

**Занятие 1.** Комплексные числа в алгебраической форме и действия с ними. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом. Понятие о тригонометрической форме комплексного числа.

**Занятие 2.** Дифференциал функции, таблица дифференциалов, подведение функции под знак дифференциала. Таблица интегралов, методы интегрирования: подведение функции под знак дифференциала, замена переменной. *Выдача РГР №1 «Неопределенный интеграл».*

**Занятие 3.** Интегрирование тригонометрических функций.

**Занятие 4.** Интегрирование по частям.

**Занятие 5.** Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных функций с помощью степенной замены. Тригонометрические подстановки *не рассматриваются.* Прием РГР №1. Подготовка к Контрольной работе №1.

**Занятие 6.** Контрольная работа №1 «Неопределенный интеграл».

**Занятие 7.** Определенный интеграл по отрезку, методы вычисления (замена переменной, интегрирование по частям). Площадь криволинейной трапеции. Объем тела вращения.

**Занятие 8.** Функции двух независимых переменных. Область определения. Частные производные первого порядка, полный дифференциал, частные дифференциалы (*частные производные сложных функций не рассматриваются*). Частные производные второго порядка.

*Выдача индивидуального домашнего задания (ДЗ) для самостоятельной работы по теме «Функции нескольких переменных» (выдается на дом).*

**Занятие 9.** Экстремум функции двух переменных. *Наибольшие и наименьшие значения функции в замкнутой ограниченной области не рассматриваются.* Формулы для частных производных функции, заданной неявно. Касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной явно и неявно. *Производная по направлению и градиент рассматриваются только на лекции.*

**Занятие 10.** Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными и однородные. *Выдача РГР №2 «Дифференциальные уравнения».*

**Занятие 11.** Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Обзор методов интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка.

**Занятие 12.** Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решения. Общее решение. Задача Коши.

**Занятие 13.** Метод неопределенных коэффициентов для линейного неоднородного дифференциального уравнения со специальной правой частью. Правило наложения решений. *Желательно использовать одинаковые обозначения на кафедре.*

**Занятие 14.** Контрольная работа №2 «Дифференциальные уравнения».

**Занятие 15.** Прием теоретического минимума по теме «Функции нескольких переменных». Прием теоретического минимума по теме «Дифференциальные уравнения». Прием РГР №2.

**Занятие 16.** Обзорное. Подготовка и консультация к экзамену.

## **Литература**

### **а) Основная литература:**

1. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа. Лань, 2005г.
2. Самохин М.В., Каган М.Л. Математика в инженерном вузе. Алгебра и геометрия, М., Стройиздат. 2008г.
3. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т.1.2.М., Интеграл-Пресс, 2005г.
4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс, М., Айрис Пресс, 2006.
5. Берман Г.Н. Сборник задач и упражнений по математическому анализу, 17-е издание М., профессия, 2006г.
6. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. 17-ое издание. М., Профессия., 2006г.

### **б) Дополнительная литература:**

1. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Аналитическая геометрия, М., Наука, 1981г.
2. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1,2, М., Наука, 1980г.

3. Сборник задач по математике для вузов: линейная алгебра и основы математического анализа. Под ред. А.В. Ефимова, Б.П. Демидовича, М., Наука, 1986г.
4. Каган М.Л., Макаров В.И., Петелина В.Д., Алгебра и геометрия в вопросах и задачах. Учебное пособие, МГСУ, 2005г.
5. Пакет методической литературы, разработанный кафедрой высшей математики МИСИ, содержащий: варианты заданий расчетно-графических работ и УИРС, методические указания к их выполнению, специализированные сборники задач по различным темам, методические указания к проведению практических занятий по различным темам, конспекты лекций по специальным главам курса, варианты заданий для самостоятельной работы студентов под руководством преподавателя.