

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Председатель МК

Леонтьев А.Н. \_\_\_\_\_

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине**

**« Корреляционно-регрессионный анализ»**

Уровень образования	<i>бакалавриат</i>
Направление подготовки/специальность	15.03.03 «Прикладная механика»
Направленность (профиль) программы	Математическое и компьютерное моделирование механических систем и процессов

1. Фонд оценочных средств – неотъемлемая часть нормативно-методического обеспечения системы оценки качества освоения студентами основной профессиональной образовательной программы высшего образования.

2. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Корреляционно-регрессионный анализ» утвержден на заседании кафедры высшей математики.

Протокол № 1 от «31» августа 2015 г. (год начала реализации 2012)

3. Срок действия ФОС: 2015/2016 учебный год.

## 1. Структура дисциплины

Разделы теоретического обучения

№	Наименование раздела теоретического обучения
1	Вероятностное введение в корреляционный и регрессионный анализ
2	Основы математической теории выборочного метода
3	Проверка статистических гипотез
4	Дисперсионный анализ
5	Корреляционный анализ
6	Регрессионный анализ

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы – освоение компетенций.

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю) – получение знаний, умений, навыков.

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели освоения (показатели достижения результата)	Код показателя освоения
способностью выявлять сущность научно технических проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и привлекать для их решения соответствующий физико- математический аппарат	ПК-1	<b>Знает</b> базовые понятия и теоремы теории вероятностей, математической статистики и теории случайных процессов.	З1
		<b>Умеет</b> формализовать в терминах дисциплины задачи прикладного характера и интерпретировать аналитические результаты	У1
		<b>Имеет навыки</b> расширения своих математических познаний по разделу теория вероятностей, математическая статистика и статистического анализа результатов исследования	Н1

## 3. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции по ФГОС	Этапы формирования компетенций (разделы теоретического обучения)					
	1	2	3	4	5	6
ПК-1	+	+	+	+	+	+

### 3.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

#### 3.2.1. Описание показателей и форм оценивания компетенций

Код компетенции по ФГОС	Показатель и освоения (Код показателя освоения)	Форма оценивания				Обеспеченность оценивания компетенции
		Текущий контроль			Промежуточная аттестация	
		Контрольная работа	Расчетно-графическая работа 1	Расчетно-графическая работа 2		
1	2	3	4	5	7	9
ПК-1	З1	+	+	+	+	+
	У1	+	+	+	+	+
	Н1	+	+	+	+	+
ИТОГО		+	+	+	+	+

#### 3.2.2. Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине в форме Экзамена.

Учебным планом не предусмотрен

#### 3.2.3. Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине в форме Защиты курсовой работы/проекта

Учебным планом не предусмотрена

#### 3.2.4. Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Зачета.

Код показателя оценивания	Оценка	
	Не зачтено	Зачтено
З1	Обучающийся не знает значительной части приемов и методов теории вероятностей и математической статистики, допускает существенные ошибки.	Обучающийся имеет знания только основных технических приемов и методов теории вероятностей и математической статистики, но не усвоил деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки и нарушения логической последовательности в изложении
У1	Не умеет самостоятельно использовать алгоритмические	Частично освоено использование алгоритмических приёмов решения

	приёмы решения стандартных задач теории вероятностей и математической статистики, допускает существенные ошибки. необходимые практические компетенции не сформированы.	стандартных задач теории вероятностей и математической статистики. Пробелы не носят существенного характера. Большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос Обучающийся допускает неточности в решении.
Н1	Обучающийся не владеет значительной частью программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические работы, или не выполняет совсем.	Большинство предусмотренных программой заданий по теории вероятностей и математической статистики и элементам корреляционного анализа выполнено обучающимся, но в них имеются ошибки, неточности.

3.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

### 3.3.1. Текущий контроль

Контролируется посещение лекций и практических занятий, выполнение контрольных и расчетно-графических работ, написание реферата.

*Контрольная работа «Двумерные случайные величины». (КР)*

*Примерный вариант.*

1) Закон распределения дискретной двумерной СВ (X,Y) задан таблицей

$y_i \backslash x_i$	-1	0	1	2
1	0,10	0,25	0,30	0,15
2	0,10	0,05	0,00	0,05

Найти:

- 1) Законы распределения одномерных СВ X и Y
- 2) Условные законы распределения СВ X при условии Y=2 и СВ Y при условии X=1
- 3) Вычислить P(Y<X)
- 4) Найти коэффициент корреляции

2) Двумерная СВ (X, Y) имеет плотность вероятности  $f(x, y) = \frac{a}{1 + x^2 + y^2 + x^2 y^2}$

Найти: 1) Коэффициент  $\alpha$ ; 2) одномерные плотности СВ X и Y; 3) установить зависимы или нет СВ X и Y

*Вопросы для контроля.*

1. В чем заключается сущность выборочного метода?
2. Что называется статистическим законом распределения случайной величины?

3. Что называется эмпирической функцией распределения и каковы ее свойства?
4. Перечислите основные виды графиков, служащих для изображения статистических рядов?
5. Назовите вероятностные аналоги полигона, гистограммы и кумуляты.
6. Как находятся выборочные характеристики статистического распределения (выборочная средняя, выборочная дисперсия, среднее квадратическое отклонение)?
7. Как найти математическое ожидание и дисперсию выборочного среднего?
8. С помощью каких числовых характеристик можно установить симметричность распределения? Что такое квантиль?
9. Как находятся квантили непрерывных и дискретных распределений?
10. Что называется точечной оценкой и каковы свойства точечных оценок?
11. Какие оценки называют несмещенными, состоятельными и эффективными?
12. В чем заключается сущность метода моментов точечной оценки параметров распределения?
13. В нем заключается сущность метода максимального правдоподобия точечной оценки параметров распределения?
14. Какими свойствами обладают точечные оценки параметров, найденные по методу моментов? По методу максимального правдоподобия?
15. Как найти несмещенную оценку дисперсии?
16. По какому закону распределена сумма квадратов случайных величин, каждая из которых имеет стандартизованное нормальное распределение?
17. Что означает число степеней свободы случайной величины  $\chi^2$  – квадрат?
18. Какая случайная величина называется безразмерной дробью Стьюдента?
19. Какой смысл имеет число степеней свободы  $t$  – распределения?
20. Какой закон распределения имеет отношение суммы квадратов нормальных стандартизованных случайных величин?
21. Объясните смысл числа степеней свободы случайной величины, имеющей распределение Фишера?
22. Как определяется квантиль  $\chi^2$  – квадрат распределения? Квантиль  $t$  – распределения квантиль  $F$  – распределения?
23. Что называется доверительным интервалом? Доверительной вероятностью?
24. Что называется предельной погрешностью точечной оценки параметра?
25. Что происходит с длиной доверительного интервала при увеличении объема выборки? Увеличении доверительной вероятности?
26. Являются ли концы интервалов постоянными величинами? Случайными величинами?
27. Сформулируйте общую схему построения доверительных интервалов.
28. Как строится доверительный интервал для математического ожидания случайной величины, распределенной по нормальному закону?
29. Как строится доверительный интервал для среднего квадратического отклонения случайной величины, распределенной по нормальному закону?
30. Дайте определение статистической гипотезы. Что называется параметрической статистической гипотезой? Непараметрической статистической гипотезой?
31. Приведите примеры нулевой, конкурирующей, простой и сложной гипотез.
32. Объясните принцип проверки нулевых гипотез с помощью статистических критериев значимости?
33. Что называется ошибкой первого рода? Ошибкой второго рода? Дайте геометрическую интерпретацию вероятностям совершения ошибок первого и второго рода.
34. Зависит ли вероятности совершения ошибок первого и второго рода от вида альтернативной гипотезы? От применяемого критерия?
35. Как находятся критические точки (квантили) статистических критериев значимости ( $u$ ,  $t$ ,  $\chi^2$ ,  $F$ ) в случае двусторонней критической области? В случае левосторонней критической области? В случае правосторонней критической области?

36. С помощью каких выборочных статистик производится проверка гипотез о математических ожиданиях одной случайной величины? Двух случайных величин? Нескольких случайных величин?

37. С помощью каких выборочных статистик производится проверка гипотез о дисперсиях одной случайной величины? Двух случайных величин? Нескольких случайных величин?

38. С помощью каких выборочных статистик производится проверка гипотез о параметре  $P$  биномиального закона распределения?

39. Что называется критерием согласия? Дайте общую схему проверки гипотез о виде функций распределения с помощью критерия согласия  $\chi^2$  – квадрат Пирсона.

40. Что называется двумерной СВ? Как может быть задано ее распределение? Приведите примеры.

41. Что называется условным распределением компонент двумерной СВ и каковы числовые характеристики условного распределения? Приведите примеры.

42. Что называется корреляционным моментом двух СВ? что называется коэффициентом корреляции двух СВ?

43. Что называется регрессией двух СВ? запишите общий вид функции регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$ , если известно, что двумерная СВ  $(X, Y)$  распределена по нормальному закону.

44. Какая зависимость случайных величин называется стохастической? Чем отличается функциональная зависимость от стохастической? Приведите примеры.

45. Что называется корреляционной зависимостью между СВ? Как коэффициент корреляции характеризует корреляционную связь? В каком случае корреляционная зависимость называется множественной, криволинейной?

46. Что называется эмпирическим уравнением регрессии  $Y$  на  $X$ ? Объясните общую идею подбора эмпирических уравнений методом наименьших квадратов?

47. Назовите основные задачи корреляционного анализа, регрессионного анализа.

48. Что называется коэффициентом корреляции выборочной совокупности?

49. Перечислите критерии, применяемые для проверки гипотез относительно коэффициента корреляции генеральной совокупности.

50. Что называется коэффициентом детерминации как критерия, применяемого для оценки согласованности регрессионной модели с эмпирическими данными.

51. Объясните механизм применения дисперсионного анализа для анализа согласия опытных данных с линейной регрессионной моделью.

52. На основании каких критериев можно судить об общем виде эмпирической функции регрессии? Через какую характерную точку проходят эмпирические уравнения регрессии?

53. Какой смысл корреляционного отношения и индекса корреляции?

54. Как выглядит уравнение множественной линейной регрессии? Как проверить значимость уравнения множественной регрессии?

55. Как происходит предсказание с помощью регрессионной модели?

*Расчетно – графическая работа (РГР1) «Двумерные случайные величины»*

*Примерные задания.*

Часть №1

Закон распределения дискретной двумерной СВ  $(X; Y)$  задан таблицей:

$Y$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$
$X$			
$X_1$	$P_{11}$	$P_{12}$	$P_{13}$
$X_2$	$P_{21}$	$P_{22}$	$P_{23}$

1. Найти законы распределения компонент  $x$  и  $y$ .
2. Построить функции распределения случайных величин  $x$  и  $y$ .
3. Найти условные законы распределения случайной величины  $x$  при условии  $Y=y_j$  и найти условные законы распределения случайной величины  $Y$  при условии  $X = x_i$ ,  
 $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$ .
4. Выяснить, являются ли случайные величины  $X$  и  $Y$  независимыми.
5. Найти математическое ожидание и дисперсии случайных величин  $X$  и  $Y$ .
6. Найти ковариацию и коэффициент корреляции случайной величины  $(X; Y)$
7. Найти условные математические ожидания (функции регрессии) случайной величины  $(X; Y)$  и построить линии регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$ .

### Часть №2

Задана плотность совместного распределения непрерывной случайной величины  $(X, Y)$

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & (x, y) \notin D \\ c & (x, y) \in D \end{cases},$$

где область  $D: \{(x, y) / -1 \leq x \leq 1; x - 1 \leq y \leq x + 1\}$

Найти:

- 1) Параметр  $C$
- 2) Плотность распределения компонент  $X$  и  $Y$ , построить графики
- 3) Функции распределения компонент  $X$  и  $Y$ , построить графики.
- 4) Условные плотности  $f(x/y)$  и  $f(y/x)$
- 5) Выяснить является ли случайные величины  $X$  и  $Y$  независимыми.
- 6) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $X$  и  $Y$ .
- 7) Ковариацию и коэффициент корреляции случайной величины  $(X, Y)$ .
- 8) Функции регрессии (условные математические ожидания)  $Y$  на  $X$ , и  $X$  на  $Y$ , построить линии регрессии.

### *Расчетно – графическая работа (РГР2) «Корреляционно-регрессионный анализ»*

Часть I. Обработка опытных данных в случае нормального закона распределения

Задача 1.

Некоторый технологический процесс характеризуется выходным параметром, который может быть рассмотрен, как случайная величина  $X$ , распределенная по нормальному закону. Пусть  $X$  – объем реализованной продукции (млн. руб). Было произведено 50 измерений этого параметра:

19,7 21,3 23,26 23,73 24,33 25,08 25,25 26,40 26,90 28,50  
 19,8 22,2 23,43 24,26 24,36 25,09 25,50 26,40 27,10 29,40  
 20,6 22,4 23,49 24,26 24,49 25,27 25,60 26,5 27,50 29,50



21,1 22,4 23,59 23,80 24,78 25,52 25,70 26,6 28,10 29,51

21,1 23,1 27,89 23,21 24,78 25,57 26,40 26,6 28,20 29,62

- 1) Составить интервальный статистический ряд. Построить гистограмму, полигон, кумуляту.
- 2) Найти числовые характеристики выборки (выборочная средняя, выборочное среднее квадратическое отклонение, выборочные коэффициенты асимметрии и эксцесса, выборочные мода и медиана, выборочный коэффициент вариации). Указать единицы измерения перечисленных статистических характеристик.
- 3) Сделать вывод о форме ряда распределения по асимметрии и эксцессу. Отложить на графиках  $x, M_0, M_e$
- 4) По виду гистограммы и полигона частот, а также по значениям выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса выдвинуть гипотезу о виде закона распределения.
- 5) Найти точечные оценки параметров нормального распределения (предполагается, что исследуемая случайная величина распределена по нормальному закону) записать плотность вероятности и функцию распределения.
- 6) Найти теоретические частоты нормального закона распределения, проверить согласие эмпирической функции распределения с нормальным законом с помощью основных критериев согласия – критерия  $\chi^2$  – квадрат и  $\lambda$  – критерия Колмогорова.
- 7) Найти интервальные оценки параметров нормального закона распределения (доверительную вероятность принять  $\gamma=0,95$ )

Часть 2. Множественная регрессия.

Задача 2.

Построить модель с большим числом факторов, определив влияние каждого из них в отдельности, а также совокупность их воздействия на моделируемый фактор. Спецификация модели включает в себя два круга вопросов: отбор факторов и выбор вида уравнения регрессии. Имеются данные о выработке продукции на одного работающего  $X_1$  (тонна), браке продукции  $X_2$  (%) и себестоимости одной такой продукции  $Y$  (руб.) по 25 фирмам поставщиков.

Требуется:

- 1) Найти парные, частные и множественный  $R_y$  коэффициенты корреляции между переменными и оценить их значимость на уровне  $\alpha=0,05$ ;
- 2) Найти уравнение множественной регрессии  $Y$  по  $X_1$  и  $X_2$ , оценить значимость этого уравнения и его коэффициентов на уровне  $\alpha=0,05$ ;
- 3) Сравнить раздельное влияние на зависимую переменную каждой из объясняющих переменных.
- 4) Найти 95%-ные доверительные интервалы для коэффициентов регрессии;
- 5) Проверить методом дисперсионного анализа соответствие математической (регрессионной) модели экспериментальным данным.

3.3.2. Промежуточная аттестация

Тематика: Промежуточная аттестация проводится в виде устного зачета в 4 семестре. Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации в ФГБОУ ВО НИУ МГСУ.

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины:

*Вопросы базового уровня к зачету за 4 семестр.*

1. Представление статистических данных и связанные с этим понятия: варианта, вариационный ряд, частота, статистическое распределение. Полигон и гистограмма.
2. Эмпирическая функция распределения.
3. Точечные оценки параметров распределения и требования к ним. Понятие сходимости по вероятности.
4. Выборочные оценки параметров распределений и их выражения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, исправленная дисперсия, среднее квадратическое отклонение, асимметрия, эксцесс, мода и медиана.
5. Методы нахождения точечных оценок. Метод максимального правдоподобия.
6. Интервальное оценивание параметров распределения. Доверительный интервал. Доверительная вероятность.
7. Доверительный интервал для математического ожидания генеральной совокупности.
8. Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения генеральной совокупности.
9. Понятия статистических гипотез, нулевой и конкурирующей гипотез, ошибки 1 и 2 рода, уровень значимости.
10. Метод проверки статистических гипотез. Понятия о статистических критериях., Области принятия гипотезы, критическая область, квантили.
11. Статистический критерий значимости. Алгоритм проверки параметрических гипотез.
12. Статистическая проверка гипотезы о равенстве двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей.
13. Статистическая проверка гипотез о равенстве двух средних нормальных генеральных совокупностей.
14. Понятие о критерии согласия, его назначение, виды критериев, их сравнительные характеристики.
15. Критерий согласия Пирсона: выражение для критерия, число степеней свободы, алгоритм применения.
16. Критерий согласия Колмогорова: выражение для критерия, число степеней свободы, алгоритм применения.
17. Понятие функциональной, стохастической и корреляционной зависимости. Понятие уравнения регрессии, функции регрессии.
18. Понятия формулы для определения корреляционного момента и коэффициента корреляции. О каком виде корреляционной связи свидетельствует коэффициент корреляции.
19. Сущность стохастической линейной связи. Понятия коррелированности,

некоррелированности, зависимости, независимости, а также связь между ними.

20. Выборочный коэффициент корреляции, вычисление и свойства.
21. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.
22. Линейная парная регрессия: модель, генеральное и выборочное уравнения регрессии, свойства случайных ошибок (возмущений)
23. Построение выборочного уравнения регрессии методом наименьших квадратов, формулы для коэффициентов уравнения и их связь с коэффициентом корреляции.
24. Оценка точности нахождения коэффициентов линейного уравнения регрессии. Коэффициент детерминации.
25. Множественная регрессия, понятие, методы определения коэффициентов уравнения множественной линейной регрессии.
26. Проверка значимости уравнения множественной регрессии.

*3.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций*

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся.

- Аттестационные испытания проводятся преподавателем (или комиссией преподавателей – в случае модульной дисциплины), ведущим лекционные занятия по данной дисциплине, или преподавателями, ведущими практические и лабораторные занятия (кроме устного экзамена). Присутствие посторонних лиц в ходе проведения аттестационных испытаний без разрешения ректора или проректора не допускается (за исключением работников университета, выполняющих контролирующие функции в соответствии со своими должностными обязанностями). В случае отсутствия ведущего преподавателя аттестационные испытания проводятся преподавателем, назначенным письменным распоряжением по кафедре (структурному подразделению).
- Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, имеющие нарушения опорно-двигательного аппарата, допускаются на аттестационные испытания в сопровождении ассистентов-сопровождающих.
- Во время аттестационных испытаний обучающиеся могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя справочной и нормативной литературой, калькуляторами.
- Время подготовки ответа при сдаче зачета/экзамена в устной форме должно составлять не менее 40 минут (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным). Время ответа – не более 15 минут.
- При подготовке к устному экзамену экзаменуемый, как правило, ведет записи в листе устного ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается экзаменатору.
- При проведении устного экзамена экзаменационный билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.
- Экзаменатору предоставляется право задавать обучающимся дополнительные вопросы в рамках программы дисциплины текущего семестра, а также, помимо теоретических вопросов, давать задачи, которые изучались на практических занятиях.

- Оценка результатов устного аттестационного испытания объявляется обучающимся в день его проведения. При проведении письменных аттестационных испытаний или компьютерного тестирования – в день их проведения или не позднее следующего рабочего дня после их проведения.
- Результаты выполнения аттестационных испытаний, проводимых в письменной форме, форме итоговой контрольной работы или компьютерного тестирования, должны быть объявлены обучающимся и выставлены в зачётные книжки не позднее следующего рабочего дня после их проведения.

**Порядок подготовки и проведения промежуточной аттестации в форме экзамена/зачёта**

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача вопросов к промежуточной аттестации	1 неделя семестра	На лекциях, по интернет и др.	Ведущий преподаватель
Консультации	Последняя неделя семестра, в сессию	На групповой консультации	Ведущий преподаватель
Промежуточная аттестация	В сессию	Письменно, тестирование, устно и др., по билетам, с выдачей задач к билетам	Ведущий преподаватель, комиссия
Формирование оценки	На аттестации	В соответствии с критериями	Ведущий преподаватель, комиссия

**4. Фонд оценочных средств для мероприятий текущего контроля обучающихся по дисциплине (модулю)**

*4.2. Состав фонда оценочных средств для мероприятий текущего контроля*

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости включает в себя:

- материалы для проведения текущего контроля успеваемости

*Контрольная работа «Двумерные случайные величины». (КР)*

*Примерный вариант.*

1) Закон распределения дискретной двумерной СВ (X,Y) задан таблицей

$y_i$	-1	0	1	2
$x_i$				
1	0,10	0,25	0,30	0,15
2	0,10	0,05	0,00	0,05

Найти:

- 5) Законы распределения одномерных СВ X и Y
- 6) Условные законы распределения СВ X при условии Y=2 и СВ Y при условии X=1
- 7) Вычислить P(Y<X)
- 8) Найти коэффициент корреляции

2) Двумерная СВ (X, Y) имеет плотность вероятности  $f(x, y) = \frac{a}{1 + x^2 + y^2 + x^2 y^2}$

Найти: 1) Коэффициент  $\alpha$ ; 2) одномерные плотности СВ X и Y; 3) установить зависимы или нет СВ X и Y

*Вопросы для контроля.*

1. В чем заключается сущность выборочного метода?
2. Что называется статистическим законом распределения случайной величины?
3. Что называется эмпирической функцией распределения и каковы ее свойства?
4. Перечислите основные виды графиков, служащих для изображения статистических рядов?
5. Назовите вероятностные аналоги полигона, гистограммы и кумуляты.
6. Как находятся выборочные характеристики статистического распределения (выборочная средняя, выборочная дисперсия, среднее квадратическое отклонение)?
7. Как найти математическое ожидание и дисперсию выборочного среднего?
8. С помощью каких числовых характеристик можно установить симметричность распределения? Что такое квантиль?
9. Как находятся квантили непрерывных и дискретных распределений?
10. Что называется точечной оценкой и каковы свойства точечных оценок?
11. Какие оценки называют несмещенными, состоятельными и эффективными?
12. В чем заключается сущность метода моментов точечной оценки параметров распределения?
13. В нем заключается сущность метода максимального правдоподобия точечной оценки параметров распределения?
14. Какими свойствами обладают точечные оценки параметров, найденные по методу моментов? По методу максимального правдоподобия?
15. Как найти несмещенную оценку дисперсии?
16. По какому закону распределена сумма квадратов случайных величин, каждая из которых имеет стандартизованное нормальное распределение?
17. Что означает число степеней свободы случайной величины  $\chi^2$  – квадрат?
18. Какая случайная величина называется безразмерной дробью Стьюдента?
19. Какой смысл имеет число степеней свободы  $t$  – распределения?
20. Какой закон распределения имеет отношение суммы квадратов нормальных стандартизованных случайных величин?
21. Объясните смысл числа степеней свободы случайной величины, имеющей распределение Фишера?
22. Как определяется квантиль  $\chi^2$  – квадрат распределения? Квантиль  $t$  – распределения квантиль  $F$  – распределения?
23. Что называется доверительным интервалом? Доверительной вероятностью?
24. Что называется предельной погрешностью точечной оценки параметра?
25. Что происходит с длиной доверительного интервала при увеличении объема выборки? Увеличении доверительной вероятности?
26. Являются ли концы интервалов постоянными величинами? Случайными величинами?
27. Сформулируйте общую схему построения доверительных интервалов.
28. Как строится доверительный интервал для математического ожидания случайной величины, распределенной по нормальному закону?
29. Как строится доверительный интервал для среднего квадратического отклонения случайной величины, распределенной по нормальному закону?

30. Дайте определение статистической гипотезы. Что называется параметрической статистической гипотезой? Непараметрической статистической гипотезой?
31. Приведите примеры нулевой, конкурирующей, простой и сложной гипотез.
32. Объясните принцип проверки нулевых гипотез с помощью статистических критериев значимости?
33. Что называется ошибкой первого рода? Ошибкой второго рода? Дайте геометрическую интерпретацию вероятностям совершения ошибок первого и второго рода.
34. Зависит ли вероятности совершения ошибок первого и второго рода от вида альтернативной гипотезы? От применяемого критерия?
35. Как находятся критические точки (квантили) статистических критериев значимости ( $u$ ,  $t$ ,  $X^2$ ,  $F$ ) в случае двусторонней критической области? В случае левосторонней критической области? В случае правосторонней критической области?
36. С помощью каких выборочных статистик производится проверка гипотез о математических ожиданиях одной случайной величины? Двух случайных величин? Нескольких случайных величин?
37. С помощью каких выборочных статистик производится проверка гипотез о дисперсиях одной случайной величины? Двух случайных величин? Нескольких случайных величин?
38. С помощью каких выборочных статистик производится проверка гипотез о параметре  $P$  биномиального закона распределения?
39. Что называется критерием согласия? Дайте общую схему проверки гипотез о виде функций распределения с помощью критерия согласия  $\chi^2$  – квадрат Пирсона.
40. Что называется двумерной СВ? Как может быть задано ее распределение? Приведите примеры.
41. Что называется условным распределением компонент двумерной СВ и каковы числовые характеристики условного распределения? Приведите примеры.
42. Что называется корреляционным моментом двух СВ? что называется коэффициентом корреляции двух СВ?
43. Что называется регрессией двух СВ? запишите общий вид функции регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$ , если известно, что двумерная СВ  $(X, Y)$  распределена по нормальному закону.
44. Какая зависимость случайных величин называется стохастической? Чем отличается функциональная зависимость от стохастической? Приведите примеры.
45. Что называется корреляционной зависимостью между СВ? Как коэффициент корреляции характеризует корреляционную связь? В каком случае корреляционная зависимость называется множественной, криволинейной?
46. Что называется эмпирическим уравнением регрессии  $Y$  на  $X$ ? Объясните общую идею подбора эмпирических уравнений методом наименьших квадратов?
47. Назовите основные задачи корреляционного анализа, регрессионного анализа.
48. Что называется коэффициентом корреляции выборочной совокупности?
49. Перечислите критерии, применяемые для проверки гипотез относительно коэффициента корреляции генеральной совокупности.
50. Что называется коэффициентом детерминации как критерия, применяемого для оценки согласованности регрессионной модели с эмпирическими данными.
51. Объясните механизм применения дисперсионного анализа для анализа согласия опытных данных с линейной регрессионной моделью.
52. На основании каких критериев можно судить об общем виде эмпирической функции регрессии? Через какую характерную точку проходят эмпирические уравнения регрессии?
53. Какой смысл корреляционного отношения и индекса корреляции?
54. Как выглядит уравнение множественной линейной регрессии? Как проверить значимость уравнения множественной регрессии?
55. Как происходит предсказание с помощью регрессионной модели?

*Примерные задания.*

Часть №1

Закон распределения дискретной двумерной СВ (X; Y) задан таблицей:

	Y	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>
X				
X <sub>1</sub>		P <sub>11</sub>	P <sub>12</sub>	P <sub>13</sub>
X <sub>2</sub>		P <sub>21</sub>	P <sub>22</sub>	P <sub>23</sub>

1. Найти законы распределения компонент x и y.
2. Построить функции распределения случайных величин x и y.
3. Найти условные законы распределения случайной величины x при условии Y=y<sub>j</sub> и найти условные законы распределения случайной величины Y при условии X = x<sub>i</sub>,  
 $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$ .
4. Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.
5. Найти математическое ожидание и дисперсии случайных величин X и Y.
6. Найти ковариацию и коэффициент корреляции случайной величины (X; Y)
7. Найти условные математические ожидания (функции регрессии) случайной величины (X; Y) и построить линии регрессии Y на X и X на Y.

Часть №2

Задана плотность совместного распределения непрерывной случайной величины (X, Y)

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & (x, y) \notin D \\ c & (x, y) \in D \end{cases},$$

где область D:  $\{(x, y) / -1 \leq x \leq 1; x - 1 \leq y \leq x + 1\}$

Найти:

- 1) Параметр C
- 2) Плотность распределения компонент X и Y, построить графики
- 3) Функции распределения компонент X и Y, построить графики.
- 4) Условные плотности  $f(x/y)$  и  $f(y/x)$
- 5) Выяснить является ли случайные величины X и Y независимыми.
- 6) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин X и Y.
- 7) Ковариацию и коэффициент корреляции случайной величины (X, Y).
- 8) Функции регрессии (условные математические ожидания) Y на X, и X на Y, построить линии регрессии.

## Часть I. Обработка опытных данных в случае нормального закона распределения

### Задача 1.

Некоторый технологический процесс характеризуется выходным параметром, который может быть рассмотрен, как случайная величина  $X$ , распределенная по нормальному закону. Пусть  $X$  – объем реализованной продукции (млн. руб). Было произведено 50 измерений этого параметра:

19,7 21,3 23,26 23,73 24,33 25,08 25,25 26,40 26,90 28,50  
19,8 22,2 23,43 24,26 24,36 25,09 25,50 26,40 27,10 29,40  
20,6 22,4 23,49 24,26 24,49 25,27 25,60 26,5 27,50 29,50  
21,1 22,4 23,59 23,80 24,78 25,52 25,70 26,6 28,10 29,51  
21,1 23,1 27,89 23,21 24,78 25,57 26,40 26,6 28,20 29,62

- 1) Составить интервальный статистический ряд. Построить гистограмму, полигон, кумуляту.
- 2) Найти числовые характеристики выборки (выборочная средняя, выборочное среднее квадратическое отклонение, выборочные коэффициенты асимметрии и эксцесса, выборочные мода и медиана, выборочный коэффициент вариации). Указать единицы измерения перечисленных статистических характеристик.
- 3) Сделать вывод о форме ряда распределения по асимметрии и эксцессу. Отложить на графиках  $\bar{x}, M_0, M_e$
- 4) По виду гистограммы и полигона частот, а также по значениям выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса выдвинуть гипотезу о виде закона распределения.
- 5) Найти точечные оценки параметров нормального распределения (предполагается, что исследуемая случайная величина распределена по нормальному закону) записать плотность вероятности и функцию распределения.
- 6) Найти теоретические частоты нормального закона распределения, проверить согласие эмпирической функции распределения с нормальным законом с помощью основных критериев согласия – критерия  $\chi^2$  – квадрат и  $\lambda$  – критерия Колмогорова.
- 7) Найти интервальные оценки параметров нормального закона распределения (доверительную вероятность принять  $\gamma=0,95$ )

### Часть 2. Множественная регрессия.

#### Задача 2.

Построить модель с большим числом факторов, определив влияние каждого из них в отдельности, а также совокупность их воздействия на моделируемый фактор. Спецификация модели включает в себя два круга вопросов: отбор факторов и выбор вида уравнения регрессии. Имеются данные о выработке продукции на одного работающего  $X_1$  (тонна), браке продукции  $X_2$  (%) и себестоимости одной такой продукции  $Y$  (руб.) по 25 фирмам поставщиков.

Требуется:

- 1) Найти парные, частные и множественный  $R_y$  коэффициенты корреляции между переменными и оценить их значимость на уровне  $\alpha=0,05$ ;
- 2) Найти уравнение множественной регрессии  $Y$  по  $X_1$  и  $X_2$ , оценить значимость этого уравнения и его коэффициентов на уровне  $\alpha=0,05$ ;



- 3) Сравнить раздельное влияние на зависимую переменную каждой из объясняющих переменных.
- 4) Найти 95%-ные доверительные интервалы для коэффициентов регрессии;
- 5) Проверить методом дисперсионного анализа соответствие математической (регрессионной) модели экспериментальным данным.

- перечень компетенций и их элементов, проверяемых на каждом мероприятии текущего контроля успеваемости;
  - систему и критерии оценивания по каждому виду текущего контроля успеваемости
  - описание процедуры оценивания.

Для оценивания выполнения контрольных работ, домашних заданий и расчётно-графических работ возможно использовать следующие критерии оценивания:

Оценка	Характеристики действий обучающегося
Отлично	Обучающийся самостоятельно и правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия.
Хорошо	Обучающийся самостоятельно и в основном правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия.
Удовлетворительно	Обучающийся в основном решил учебно-профессиональную задачу, допустил несущественные ошибки, слабо аргументировал свое решение, используя в основном профессиональные понятия.
Неудовлетворительно	Обучающийся не решил учебно-профессиональную задачу.

#### 4.3. Процедура оценивания при проведении текущего контроля успеваемости

##### 4 семестр

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача РГР	1 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Выполнение задания	1-3 неделя семестра	Выполнение задания дома или в учебном классе	Обучающийся
Сдача задания	3 неделя семестра		Обучающийся лично
Проверка задания	4 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Защита	5 неделя семестра	Опрос	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	На защите	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки	5 неделя семестра	На защите, на практическом занятии	Ведущий преподаватель

выполненного задания			
----------------------	--	--	--

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача КР №1	4 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Консультации по КР №1	3 неделя семестра	На практических занятиях	Ведущий преподаватель
Проверка КР №1	4 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	Во время проверки	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки КР №1	5 неделя семестра	На практическом занятии	Ведущий преподаватель

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача КР №2	13 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Консультации по КР №2	12 неделя семестра	На практических занятиях	Ведущий преподаватель
Проверка КР №2	13 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	Во время проверки	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки КР №2	14 неделя семестра	На практическом занятии	Ведущий преподаватель

**Перечень приложений:**

Методические материалы для проведения промежуточной аттестации и текущего контроля успеваемости

номер приложения	Наименование документов приложения
1	Бланк для оценки ответа обучающегося
2	Варианты заданий для контрольных работ
3	

Приложение 1

Примерный бланк для оценки ответа обучающегося экзаменатором

Критерии оценки	Зачтено	Не зачтено
Уровень усвоения материала, предусмотренного программой		
Умение выполнять задания, предусмотренные программой		
Уровень знакомства с дополнительной литературой		
Уровень раскрытия причинно-следственных связей		
Уровень раскрытия междисциплинарных связей		
Стиль поведения (культура речи, манера общения, убежденность, готовность к дискуссии)		
Качество ответа (полнота, правильность, аргументированность, его общая композиция, логичность)		
Общая оценка		

Приложение 3

Хранится в отдельном файле