

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

УТВЕРЖДАЮ

Председатель МК

Леонтьев А.Н. _____

«__» _____ 20__ г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

«Основы вариационного исчисления»

Уровень образования	<i>бакалавриат</i>
Направление подготовки/специальность	15.03.03 «Прикладная механика»
Направленность (профиль) программы	Математическое и компьютерное моделирование механических систем и процессов

г. Москва
2015 г.

1. Фонд оценочных средств – неотъемлемая часть нормативно-методического обеспечения системы оценки качества освоения студентами основной профессиональной образовательной программы высшего образования.

2. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Основы вариационного исчисления» утвержден на заседании кафедры высшей математики.

Протокол № 1 от «31» августа 2015 г. (год начала реализации 2012)

3. Срок действия ФОС: 2015/2016 учебный год.

1. Структура дисциплины

Разделы теоретического обучения

№	Наименование раздела теоретического обучения
1	Простейшая задача вариационного исчисления и ее обобщения.
2	Вариационная задача с подвижными концами и смежные проблемы.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы – освоение компетенций.

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю) – получение знаний, умений, навыков.

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели освоения (показатели достижения результата)	Код показателя освоения
способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат	ОПК-3	Знает базовые понятия и теоремы вариационного исчисления, а также основные методы решения и исследования задач	З1
		Умеет определить возможности применения теоретических положений и методов вариационного исчисления для постановки и решения конкретных прикладных задач	У1
способностью применять физико-математический аппарат, теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности	ПК-2	Знает основные модели вариационного исчисления, а также область их практического применения	З2

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели освоения (показатели достижения результата)	Код показателя освоения
готовностью выполнять научно-исследовательские работы и решать научно-технические задачи в области прикладной механики на основе достижений техники и технологий, классических и технических теорий и методов, физико-механических, математических и компьютерных моделей, обладающих высокой степенью адекватности реальным процессам, машинам и конструкциям	ПК-3	Умеет формализовать в терминах дисциплины задачи как геометрического, так и аналитического характера	У2

3. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции по ФГОС	Этапы формирования компетенций (разделы теоретического обучения)	
	1	2
ОПК-3	+	+
ПК-2	+	+
ПК-3	+	+

3.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

3.2.1. Описание показателей и форм оценивания компетенций

Код компетенции по ФГОС	Показатели освоения (Код показателя освоения)	Форма оценивания			Обеспеченность оценивания компетенции
		Текущий контроль		Промежуточная аттестация	
		Контрольная работа 1	Контрольная работа 2	Экзамен	
1	2	3	4	5	6
ОПК-3	31		+	+	+
	У1	+		+	+
ПК-2	32	+	+	+	+
ПК-3	У2	+	+	+	+
ИТОГО		+	+	+	+

3.2.2. Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине в форме Экзамена.

Код показателя оценивания	Оценка			
	«2» (неудовлетв.)	Пороговый уровень освоения	Углубленный уровень освоения	Продвинутый уровень освоения
		«3» (удовлетвор.)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
31	Обучающийся не знает значительной части базовых понятий и теорем вариационного исчисления, допускает существенные ошибки.	Обучающийся имеет знания только основных базовых понятий и теорем вариационного исчисления, но не усвоил деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки.	Обучающийся твердо знает базовые понятия и теоремы вариационного исчисления, грамотно и по существу их излагает, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.	Базовые понятия и теоремы вариационного исчисления освоены полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал.
У1	Не умеет самостоятельно использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач вариационного исчисления, допускает существенные ошибки,	Частично освоено использование алгоритмических приёмов решения стандартных задач линейной вариационного исчисления. Пробелы не носят существенного характера.	Обучающийся твердо знает алгоритмические приемы решения стандартных задач вариационного исчисления, грамотно и по существу излагает, не допуская существенных	Обучающийся глубоко и прочно усвоил алгоритмические приемы решения стандартных задач вариационного исчисления, исчерпывающе, последовательно, четко и логически

	необходимые практические компетенции не сформированы.	Большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки при ответе на поставленный вопрос. Обучающийся допускает неточности в решении.	неточностей в решении. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое.	стройно излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал из литературы, правильно обосновывает принятое решение.
32	Обучающийся не может увязывать теорию с практикой.	Обучающийся имеет знания только по некоторым основным моделям вариационного исчисления, испытывает затруднения в применении теоретических положений на практике.	Обучающийся правильно применяет модели вариационного исчисления при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.	Обучающийся глубоко и прочно усвоил основные модели вариационного исчисления, а также область их практического применения, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами и вопросами.
У2	Обучающийся не может формализовать задачи геометрического и аналитического характера.	Обучающийся в основном может формализовать задачи геометрического и аналитического характера, но допускает неточности, недостаточно правильные формулировки	Обучающийся может формализовать задачи геометрического и аналитического характера.	Обучающийся может точно формализовать задачи геометрического и аналитического характера, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий.

3.2.3. *Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине в форме Защиты курсовой работы/проекта*

Учебным планом не предусмотрена

3.2.4. *Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Зачета.*

Учебным планом зачет без оценки не предусмотрен.

3.3. *Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций*

3.3.1. *Текущий контроль*

Контролируется посещение лекций и практических занятий, выполнение контрольных и расчетно-графических работ.

Контрольные работы (КР)

КР1 «Найти расстояние между кривыми, найти вариацию функционала и найти экстремумы функционалов» (5 семестр)

КР2 «Экстремум функционала, зависящих от функции двух переменных, задача с подвижными границами, экстремали с условными точками, изопериметрические задачи» (5 семестр)

Образец КР1 «Найти расстояние между кривыми, найти вариацию функционала и найти экстремумы функционалов» (5 семестр).

Вариант 1.

Найти расстояние между кривыми: $y_1 = x$, $y_2 = x^2$ $x \in [0,1]$.

2. Найдите вариацию функционала: $J[y] = \int_1^3 \left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) dx$

3. Найдите экстремаль: $J[y] = \int_0^1 \left((y')^2 - 2y\right) dx$ $y(0) = 0$
 $y(1) = -\frac{1}{2}$

4. Найдите экстремаль: $J[y] = \int_0^1 \left(x^2 y - (y'')^2\right) dx$

5. Найдите экстремаль: $J[y, z] = \int_0^2 \left((y')^2 + (z')^2 + y + z\right) dx$

Образец КР2 «Экстремум функционала, зависящих от функции двух переменных, задача с подвижными границами, экстремали с условными точками, изопериметрические задачи» (5 семестр).

Вариант 1

Написать уравнение Остроградского:

$$J[z(x, y)] = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy$$

2. Найдите кратчайшее расстояние от точки $A(0;1)$ до параболы $y = x^2$.

3. Найти ломаные экстремали функционала:

$$J[y] = \int_0^2 [(y')^4 - 6(y')^2] dx \quad \begin{matrix} y(0) = 0, \\ y(2) = 0. \end{matrix}$$

4. Найти минимум функционала

$$J[y] = \int_0^{\pi} (y'(x))^2 dx$$

при условии

$$\int_0^{\pi} y^2(x) dx = 1, \quad y(0) = y(\pi) = 0$$

Теоретические вопросы для КР №1 (5 семестр).

Простейшая задача вариационного исчисления и ее обобщения.

1. Определение экстремали.
2. Суть задачи о брахистохроне.
3. Обобщение уравнения Эйлера-Пуассона.
4. Нахождение экстремума функционала от нескольких функций.

3.3.2. Промежуточная аттестация

Тематика: Промежуточная аттестация проводится в виде устного экзамена в 5 семестре. Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации в ФГБОУ ВО НИУ МГСУ.

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины:

Вопросы базового уровня к экзамену за 5 семестр.

1. Расстояние между кривыми нулевого и первого порядка. Расстояние $n^{\text{го}}$ порядка между кривыми.
2. Линейное пространство. Нормированное линейное пространство.
3. Основные леммы вариационного исчисления.
4. Функционал. Линейный функционал.
5. Сильная ϵ -окрестность, слабая ϵ -окрестность. Сильный (слабый) экстремум функционала.
6. Вариация функции. Приращение функционала. Дифференциал Фреше (вариация функционала).
7. Дифференциал Гато. Связь между дифференциалом Фреше и Гато.
8. Интегральный функционал. Вариация интегрального функционала.
9. Необходимое условие экстремума функционала.
10. Простейшая задача вариационного исчисления. Граничные условия. Уравнение Эйлера. Экстремаль.
11. Частные простейшие случаи уравнения Эйлера.

12. Функционалы с производными высшего порядка. Граничные условия. Уравнение Эйлера-Пуассона. Экстремаль.
13. Функционалы от нескольких функций. Необходимые условия экстремума функционала. Системы уравнений Эйлера. Экстремали.
14. Функционалы от функций многих переменных. Уравнение Остроградского. Экстремаль.
15. Задача с подвижными границами (левый конец закреплен). Условие трансверсальности.
16. Экстремали с угловыми точками. Задача об отражении экстремалей. Условие отражения.
17. Задача о преломлении экстремалей. Условие преломления. Условие Вейерштрасса-Эрдмана.
18. Задачи на условный экстремум. Необходимые условия в изопериметрической задаче. Функция Лагранжа.
19. Принцип взаимности в изопериметрических задачах.
20. Прямые методы в вариационных задачах.
21. Конечно-разностный метод Эйлера. Метод Рунге.
22. Метод Канторовича. Метод Галеркина.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся.

- Аттестационные испытания проводятся преподавателем (или комиссией преподавателей – в случае модульной дисциплины), ведущим лекционные занятия по данной дисциплине, или преподавателями, ведущими практические и лабораторные занятия (кроме устного экзамена). Присутствие посторонних лиц в ходе проведения аттестационных испытаний без разрешения ректора или проректора не допускается (за исключением работников университета, выполняющих контролирующие функции в соответствии со своими должностными обязанностями). В случае отсутствия ведущего преподавателя аттестационные испытания проводятся преподавателем, назначенным письменным распоряжением по кафедре (структурному подразделению).
- Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, имеющие нарушения опорно-двигательного аппарата, допускаются на аттестационные испытания в сопровождении ассистентов-сопровождающих.
- Во время аттестационных испытаний обучающиеся могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя справочной и нормативной литературой, калькуляторами.
- Время подготовки ответа при сдаче зачета/экзамена в устной форме должно составлять не менее 40 минут (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным). Время ответа – не более 15 минут.
- При подготовке к устному экзамену экзаменуемый, как правило, ведет записи в листе устного ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается экзаменатору.
- При проведении устного экзамена экзаменационный билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.
- Экзаменатору предоставляется право задавать обучающимся дополнительные вопросы в рамках программы дисциплины текущего семестра, а также, помимо

теоретических вопросов, давать задачи, которые изучались на практических занятиях.

- Оценка результатов устного аттестационного испытания объявляется обучающимся в день его проведения. При проведении письменных аттестационных испытаний или компьютерного тестирования – в день их проведения или не позднее следующего рабочего дня после их проведения.
- Результаты выполнения аттестационных испытаний, проводимых в письменной форме, форме итоговой контрольной работы или компьютерного тестирования, должны быть объявлены обучающимся и выставлены в зачётные книжки не позднее следующего рабочего дня после их проведения.

Порядок подготовки и проведения промежуточной аттестации в форме экзамена/зачёта

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача вопросов к промежуточной аттестации	1 неделя семестра	На лекциях, по интернет и др.	Ведущий преподаватель
Консультации	Последняя неделя семестра, в сессию	На групповой консультации	Ведущий преподаватель
Промежуточная аттестация	В сессию	Письменно, устно и др., по билетам, с выдачей задач к билетам	Ведущий преподаватель, комиссия
Формирование оценки	На аттестации	В соответствии с критериями	Ведущий преподаватель, комиссия

4. Фонд оценочных средств для мероприятий текущего контроля обучающихся по дисциплине (модулю)

4.2. Состав фонда оценочных средств для мероприятий текущего контроля

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости включает в себя:

- материалы для проведения текущего контроля успеваемости

Контрольные работы (КР)

КР1 «Найти расстояние между кривыми, найти вариацию функционала и найти экстремумы функционалов» (5 семестр)

КР2 «Экстремум функционала, зависящих от функции двух переменных, задача с подвижными границами, экстремали с условными точками, изопериметрические задачи» (5 семестр)

Образец КР1 «Найти расстояние между кривыми, найти вариацию функционала и найти экстремумы функционалов» (5 семестр).

Вариант 1.

Найти расстояние между кривыми:

$$y_1 = x, \quad y_2 = x^2 \quad x \in [0,1].$$

2. Найдите вариацию функционала:
$$J[y] = \int_1^3 \left(1 + \frac{y^2}{x^2} \right) dx$$

3. Найдите экстремаль:
 $y(0) = 0$
 $y(1) = -\frac{1}{2}$

$$J[y] = \int_0^1 ((y')^2 - 2y) dx$$

4. Найдите экстремаль:
$$J[y] = \int_0^1 (x^2 y - (y'')^2) dx$$

5. Найдите экстремаль:

$$J[y, z] = \int_0^2 ((y')^2 + (z')^2 + y + z) dx$$

Образец КР2 «Экстремум функционала, зависящих от функции двух переменных, задача с подвижными границами, экстремали с условными точками, изопериметрические задачи» (1 семестр).

Вариант 1

$$J[z(x, y)] = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy$$

1. Написать уравнение Остроградского:

2. Найдите кратчайшее расстояние от точки $A(0;1)$ до параболы $y = x^2$.

3. Найти ломаные экстремали функционала:
$$J[y] = \int_0^2 [(y')^4 - 6(y')^2] dx$$
 $y(0) = 0,$
 $y(2) = 0.$

4. Найти минимум функционала
$$J[y] = \int_0^{\pi} (y'(x))^2 dx$$
 при условии

$$\int_0^{\pi} y^2(x) dx = 1, \quad y(0) = y(\pi) = 0$$

Теоретические вопросы для КР №1 (5 семестр).

Найти расстояние между кривыми, найти вариацию функционала и найти экстремумы функционалов.

1. Определение экстремали.
2. Суть задачи о брахистохроне.
3. Обобщение уравнения Эйлера-Пуассона.
4. Нахождение экстремума функционала от нескольких функций.

▪ перечень компетенций и их элементов, проверяемых на каждом мероприятии текущего контроля успеваемости;

- систему и критерии оценивания по каждому виду текущего контроля успеваемости
- описание процедуры оценивания.

Для оценивания выполнения контрольных работ, домашних заданий и расчётно-графических работ возможно использовать следующие критерии оценивания:

Оценка	Характеристики действий обучающегося
Отлично	Обучающийся самостоятельно и правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия.
Хорошо	Обучающийся самостоятельно и в основном правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия.
Удовлетворительно	Обучающийся в основном решил учебно-профессиональную задачу, допустил несущественные ошибки, слабо аргументировал свое решение, используя в основном профессиональные понятия.
Неудовлетворительно	Обучающийся не решил учебно-профессиональную задачу.

4.3. Процедура оценивания при проведении текущего контроля успеваемости

5 семестр

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача КР №1	9 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Консультации по КР №1	8 неделя семестра	На практических занятиях	Ведущий преподаватель
Проверка КР №1	9 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	Во время проверки	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки КР №1	10 неделя семестра	На практическом занятии	Ведущий преподаватель

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача КР №2	14 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Консультации по КР №2	15 неделя семестра	На практических занятиях	Ведущий преподаватель
Проверка КР №2	16 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	Во время проверки	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки КР №2	17 неделя семестра	На практическом занятии	Ведущий преподаватель

Приложение 1

Хранится в отдельном файле

Приложение 3

Хранится в отдельном файле

Приложение 2

Примерный бланк для оценки ответа обучающегося экзаменатором

Критерии оценки	Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
Уровень усвоения материала, предусмотренного программой				
Умение выполнять задания, предусмотренные программой				
Уровень знакомства с дополнительной литературой				
Уровень раскрытия причинно-следственных связей				
Уровень раскрытия междисциплинарных связей				
Стиль поведения (культура речи, манера общения, убежденность, готовность к дискуссии)				
Качество ответа (полнота, правильность, аргументированность, его общая композиция, логичность)				
Общая оценка				