

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ
 ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б.1 Б.6	Математический анализ

Код направления подготовки	01.03.04
Направление подготовки/	Прикладная математика
Наименование ОПОП профиль	Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
Год начала подготовки	2015
Уровень образования	бакалавриат
Форма обучения*	очная

Разработчики:

Должность	ученая степень, звание	Подпись	ФИО
доцент кафедры высшей математики	кандидат физ.-мат. наук, доцент		Бобылева Татьяна Николаевна
профессор кафедры высшей математики	доктор физ.-мат. наук, профессор		Осиленкер Борис Петрович

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей математики:

должность	Подпись			ученая степень и звание, ФИО
Зав. кафедрой высшей математики				доктор тех. наук, профессор, Фриштер Людмила Юрьевна
Год обновления	2015	2016	2017	
Номер протокола	№ 1			
Дата заседания кафедры (структурного подразделения)	31.08.2015			

Рабочая программа утверждена и согласована:

Подразделение / комиссия	Должность	ФИО	подпись	Дата
Методическая комиссия	председатель	Широкова О.Д.		
НТБ	директор	Ерофеева О.Р.		
ЦОСП	начальник	Беспалов А.Е.		

1.

2. Цель освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Математический анализ» является воспитание достаточно высокой математической культуры, приобретение знаний, необходимых для ясного понимания основных идей и методов математического анализа, ознакомление студентов с формальным аппаратом математического анализа, освоение математики как рабочего инструмента исследования математических моделей технических объектов и систем, освоение современных математических методов решения прикладных задач.

В результате изучения данного курса у студента должно укрепиться целостное представление об основных понятиях и методах математического анализа, о месте и роли математики в различных областях человеческой деятельности.

Будущий специалист должен иметь представление о подходе к постановке и решению прикладных задач, что позволит ему применять математику в практической деятельности, овладевать современной литературой по специальности, постоянно повышать свою квалификацию.

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели освоения (показатели достижения результата)	Код показателя освоения
Способность к самоорганизации и самообразованию.	ОК-7	Знает основные технические приемы и методы, используемые в математическом анализе, такие как основные положения теории пределов и непрерывных функций, теории числовых и функциональных рядов, теории интегралов, зависящих от параметра, теории неявных функций и ее приложение к задачам на условный экстремум, теория поля; основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных.	31
		Умеет определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач; решать основные задачи на вычисление пределов функции, их дифференцирования и интегрирования, на вычисление интегралов, на разложение функции в ряды; производить оценку качества полученных решений прикладных задач.	У1
		Имеет навыки в использовании алгоритмических приемов решения стандартных задач и способность геометрического видения формального аппарата дисципли-	Н1

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели освоения (показатели достижения результата)	Код показателя освоения
		ны.	
Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук.	ПК-12	Имеет навыки расширения своих математических знаний по изученной дисциплине.	Н4
Способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовность использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат.	ПК- 9	Знает базовые понятия и теоремы математического анализа.	32
		Умеет формализовать в терминах дисциплины задачи как геометрического, так и аналитического характера и применить изученные методы к решению прикладных задач.	Н2

3. Указание места дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части блока 1 основной профессиональной образовательной программы по направлению 01.03.04 «Прикладная математика» и является обязательной к изучению.

Дисциплина «Математический анализ» является фундаментом освоения других математических и технических курсов, которые изучаются студентом в университете. Дисциплина требует знаний, умений и навыков, приобретенных студентами в ходе изучения дисциплин школьной программы, а также дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Для освоения дисциплины «Математический анализ» студент должен:

Знать: фундаментальные основы элементарной математики – арифметики, алгебры, геометрии, тригонометрии; методы доказательств математических утверждений;

- построение геометрических фигур (треугольник, четырехугольник, круг), пространственных фигур (призма, пирамида, шар, цилиндр, конус)
- элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.

Уметь: выполнять действия с основными элементарными функциями, строить графики основных функций, выполнять тригонометрические преобразования, вычислять значения и строить графики тригонометрических функций, выполнять алгебраические преобразования; выполнять операции с векторами, плоскими и пространственными фигурами.

Владеть: методами алгебраических и тригонометрических преобразований, элементарными методами исследования функций и построения графиков; элементами векторного анализа и аналитической геометрии.

Дисциплины, для которых дисциплина «Математический анализ» является предшествующей:

- «Дифференциальные уравнения»,
- «Теория функций комплексного переменного»,

«Уравнения математической физики»,

«Функциональный анализ»,

«Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

5. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества Общая трудоемкость дисциплины составляет 15 зачетных единиц 540 акад. часов.

(1 зачетная единица соответствует 36 академическим часам)

Структура дисциплины:

Форма обучения - очная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)					Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Контактная работа с обучающимися				КСР		
				Лекции	Практико-ориентированные занятия					
					Лабораторный практикум	Практические занятия	Групповые консультации по КР/КР			
1	Введение в математический анализ. Элементы теории множеств и функций	1	1-6	12		12		21	33	Прием РГР1(5 нед.) КР№1 (6нед.)
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	1	7-18	24		24		24	30	Прием РГР2ч1(9 неделя) КР №2 (12 неделя) Прием РГР2ч2(17 неделя)
	<i>Итого:</i>			36		36		45	63	<i>Экзамен</i>
3	Интегральное исчисление функции одной переменной.	2	1-10	20		20		19	60	Прием РГР1ч.1 (4 неделя) КР№1(6 неделя) Прием РГР1ч.2 (10 неделя)
4	Функции нескольких переменных. Дифференциальное исчисление функции нескольких	2	11-16	12		12		8	29	КР№2 (16 неделя)

	переменных.									
	<i>Итого:</i>			32		32		27	89	<i>Зачет</i>
5	Ряды. Гармонический анализ.	3	1-7	14		14		16	20	Прием РГР1ч.1 (4 неделя) КР№1 ч.1 (5 неделя) Прием РГР1ч.2 (6 неделя) КР№1 ч.2 (7 неделя)
6	Интегральное исчисление функции нескольких переменных.	3	8-14	14		14		2	26	КР№2 (14 неделя)
7	Теория поля.	3	15-18	8		8		8	26	Прием РГР2(18 неделя)
	<i>Итого:</i>			36		36		36	72	<i>Зачет</i>
	ИТОГО:	1, 2, 3		104		104		108	224	2 экзамена, зачет

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Содержание лекционных занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема и содержание занятия	Кол-во акад. часов
1	Введение в математический анализ. Элементы теории множеств и функций.	1.1 Введение. Цели и задачи математического анализа, его связь с другими дисциплинами. 1.2 Множества. Операции над множествами. Счетные и несчетные множества, подмножество, операции над множествами; декартово произведение множеств; отображение множеств; мощность множества; множество вещественных чисел; числовые множества на прямой и плоскости. 1.3 Элементы математической логики: логические символы, утверждение, следствие, прямая и обратная теоремы, необходимые и достаточные условия. Понятие отображения (функции), его области определения и области значений. Элементарные функции. Обратное отображение. Композиция отображений. Множество всех действительных чисел и множество всех точек числовой прямой, эквивалентность этих множеств. Свойства действительных чисел. Подмножества множества действительных чисел. Ограниченные (сверху, снизу) и неограниченные (сверху, снизу) множества. Наибольший (наименьший) элемент множества. Верхняя (нижняя) грань множества. Теорема о существовании верхней (нижней) грани. Понятие окрестности действительного числа (точки) и окрестности с выколотым центром. Понятие	12

		<p>предельной точки точечного множества на числовой прямой. Внутренние и граничные точки. Открытые и замкнутые множества.</p> <p>1.4 Примеры последовательностей. Предел числовой последовательности. Существование предела у ограниченной монотонной последовательности. Лемма о вложенных отрезках. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности. Лемма о существовании предельной точки у ограниченного бесконечного множества на числовой оси.</p> <p>1.5 Функции. Способы задания функции. Классы функций. Суперпозиция функций. Элементарные функции.</p> <p>Предел функции одной переменной. Односторонние и двусторонние пределы. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций. Функции одной переменной, не имеющие предела в точке и на бесконечности. Свойства операции предельного перехода. Предельный переход в сложной функции. Первый и второй замечательные пределы. Символы о-малое и О-большое и их использование для раскрытия неопределенностей.</p> <p>1.6 Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя не-прерывность. Точки разрыва и их классификация. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность основных элементарных функций. Не-прерывность сложной функции. Верхняя (нижняя) грань, глобальный максимум (минимум) функции в ее области определения. Теоремы Вейерштрасса и Больцано-Коши о непрерывной на отрезке функции. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции у строго монотонной функции, непрерывной на отрезке. Равномерная непрерывность функции и теорема Кантора.</p>	
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	<p>2.1 Понятие производной функции одной переменной. Геометрическая и физическая интерпретации производной. Уравнение касательной. Понятие дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Связь непрерывности и дифференцируемости функции одной переменной.</p> <p>2.2 Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные основных элементарных функций.</p> <p>2.3 Понятие дифференциала функции одной переменной. Геометрическая интерпретация дифференциала. Свойства дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Общее представление о методах линеаризации. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной и их свойства.</p>	24

		<p>2.4 Понятие об экстремумах функции одной переменной. Локальный экстремум (внутренний и граничный) функции одной переменной. Необходимое условие внутреннего локального экстремума (теорема Ферма).</p> <p>2.5 Теоремы о среднем значении (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши) и их геометрическая интерпретация. Правило Лопиталя.</p> <p>2.6-2.7 Формулы Тейлора и Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа и Пеано. Применение формулы Тейлора для представления и приближенного вычисления значений функций.</p> <p>2.8 Достаточное условие строгого возрастания (убывания) функции на интервале. Достаточные условия локального экстремума функции одной переменной. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости). Точка перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции одной переменной.</p> <p>2.9-2.10 Исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение ее графика. Определение глобального максимума (минимума) функции одной переменной в области ее определения.</p> <p>2.11 Вектор-функция скалярного аргумента. Понятие кривой, гладкая кривая. Касательная к кривой. Геометрический смысл производной вектор-функции.</p> <p>2.12 Длина дуги кривой. Дифференциал длины дуги. Кривизна кривой. Главная нормаль и соприкасающаяся плоскость. Центр Кривизны. Бинормаль. Кручение кривой.</p>	
3	Интегральное исчисление функции одной переменной.	<p>3.1 Первообразная. Неопределенный интеграл. Первая основная теорема интегрального исчисления (о существовании первообразной у непрерывной функции). Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Табличные интегралы. Приемы интегрирования (разложением, заменой переменной и по частям).</p> <p>3.2 Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных дробей.</p> <p>Интегрирование некоторых классов иррациональных и трансцендентных функций. Тригонометрические интегралы.</p> <p>3.4 Интегральная сумма Римана, определенный интеграл и его геометрическая интерпретация. Интегральные суммы Дарбу. Свойства определенного интеграла (связанные с подынтегральной функцией, с отрезком интегрирования).</p> <p>3.5 Теорема о среднем значении. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его производная по этому пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вторая</p>	20

		<p>основная теорема интегрального исчисления (о существовании определенного интеграла у непрерывной функции). Интегрируемые по Риману функции. Замена переменной и формула интегрирования по частям для определенного интеграла.</p> <p>3.6 Геометрические и механические приложения определенного интеграла.</p> <p>3.7-3.8 Несобственные интегралы. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признаки сходимости.</p> <p>3.9 Интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость интегралов, зависящих от параметра. Дифференцирование и интегрирование интеграла, зависящего от параметра.</p> <p>3.10 Эйлеровы интегралы.</p>	
4	<p>Функции нескольких переменных. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.</p>	<p>4.1 Функции двух переменных. Понятие о множестве (линии) уровня функции двух переменных. Понятие n-мерного евклидова пространства. Понятие окрестности точки. Понятие предельной, граничной и внутренней точек точечного множества на плоскости и в n-мерном пространстве. Открытые и замкнутые множества на плоскости и в n-мерном пространстве. Понятие расстояния. Неравенство Коши-Буняковского, неравенство треугольника. Множества связные, несвязные, ограниченные, неограниченные. Замкнутость. Компактные множества. Понятие области.</p> <p>Последовательность точек на плоскости и в n-мерном пространстве. Взаимосвязь с по координатной сходимостью. Теорема Больцано-Вейерштрасса.</p> <p>Понятие о множестве (линии) уровня функции двух переменных</p> <p>Понятие функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Арифметические операции над функциями, имеющими конечные предельные значения.</p> <p>4.2 Непрерывность функции нескольких переменных в точке и на множестве. Точки непрерывности и точки разрыва функции. Непрерывность функции в точке и по направлению. Взаимосвязь между непрерывностью функции по совокупности переменных и по каждому отдельному направлению. Арифметические операции над непрерывными функциями. Понятие о сложной функции. Непрерывность сложной функции. Теоремы Вейерштрасса и Больцано-Коши. Равномерная непрерывность.</p> <p>4.3 Частные производные и частные дифференциалы. Производная сложной функции нескольких переменных.</p> <p>4.4 Производная по направлению ФНП. Градиент ФНП. Ортогональность градиента и множества уровня ФНП в точке ее дифференцируемости.</p> <p>4.5 Дифференцируемость ФНП. Главная линейная часть приращения ФНП. Полный дифференциал ФНП. Доста-</p>	12

		<p>точное условие дифференцируемости ФНП. Геометрическая и экономическая интерпретации частных производных. Касательная плоскость к графику ФНП. Дифференцируемость сложных ФНП. Инвариантность формы дифференциала ФНП.</p> <p>Неявные функции, теорема существования и гладкости. Теорема о существовании и гладкости обратной функции.</p> <p>Частные производные и дифференциалы порядка выше первого. Теорема о равенстве смешанных частных производных. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.</p> <p>4.6 Экстремум ФНП (абсолютный, условный, локальный, глобальный). Необходимое условие локального абсолютного экстремума. Достаточное условие локального абсолютного экстремума. Функция Лагранжа и множители Лагранжа для задачи на условный экстремум. Необходимое условие локального условного экстремума и его геометрическая интерпретация. Достаточное условие локального условного экстремума. Примеры применения метода Лагранжа.</p>	
5	Ряды. Гармонический анализ.	<p>5.1 Понятие о числовых рядах. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Признаки сходимости для знакопостоянных и знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимости знакопеременных рядов. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле.</p> <p>5.2 Функциональные ряды. Сходимость и равномерная сходимость функционального ряда. Область сходимости. Непрерывность суммы функционального ряда, почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов.</p> <p>5.3 Степенные ряды. Теорема Абеля. Промежуток и радиус сходимости степенного ряда. Формула для вычисления радиуса сходимости.</p> <p>5.4 Понятие ряда Тейлора и аналитической функции. Пример бесконечно дифференцируемой функции, не являющейся аналитической. Теорема о сходимости ряда Тейлора к порождающей его функции. Разложение в ряд Тейлора классических функций. Приближенные вычисления с помощью рядов Тейлора.</p> <p>5.5 Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональным системам функций.</p> <p>Понятие о рядах Фурье по тригонометрической системе. Признаки сходимости ряда Фурье в точке и на промежутке. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода. Комплексная форма ряда Фурье.</p> <p>Операции над рядами Фурье (дифференцируемость, интегрируемость). Экстремальное свойство частичных сумм ряда Фурье.</p>	14

		5.7 Интеграл Фурье как предельный случай ряда Фурье. Условия сходимости интеграла Фурье. Синус и косинус интегралы Фурье. Сингулярные интегралы.	
6	Интегральное исчисление функции нескольких переменных.	6.1 Двойной интеграл. Определение, свойства. Теоремы об оценке и о среднем. Вычисление двойного интеграла. Замена переменных в двойном интеграле. 6.2 Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения. 6.3 Криволинейный интеграл первого рода. Определение. Свойства. Вычисление. Геометрический смысл. Приложения. 6.4 Криволинейный интеграл второго рода. Определение, свойства, вычисление. Приложения. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла по плоской кривой от пути интегрирования. Нахождение функции двух переменных по ее полному дифференциалу. 6.5 Тройной интеграл. Определение, свойства, вычисление. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Приложения. 6.6 Поверхностные интегралы первого рода. Определения. Свойства. Вычисление. 6.7 Поверхностные интегралы второго рода. Определения. Свойства. Вычисление.	14
7	Теория поля.	7.1 Скалярные и векторные поля. Поток векторного поля. 7.2 Теорема Остроградского-Гаусса. Векторная форма теоремы Остроградского-Гаусса 7.3 Ротор векторного поля. Циркуляция векторного поля. Теорема Стокса. Векторная форма теоремы Стокса. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования в пространстве. 7.4 Соленоидальные поля. Потенциальные поля. Оператор Гамильтона.	8

5.2. Лабораторный практикум

Учебным планом лабораторный практикум не предусмотрен.

5.3. Перечень практических занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема и содержание занятия	Кол-во акад. часов
1	Введение в математический анализ. Элементы теории множеств и	1.1 Операции над множествами. Счетные и несчетные множества, подмножество, операции над множествами; декартово произведение множеств; отображение множеств; мощность множества; множество вещественных чисел; числовые множества на прямой и плоскости.	12

	функций	<p>Множество всех действительных чисел и множество всех точек числовой прямой, эквивалентность этих множеств. Понятие отображения (функции), его области определения и области значений. Элементарные функции. Обратное отображение. Композиция отображений</p> <p>Функции. Способы задания функции. Основные элементарные функции. Графики функций. Классы функций. Суперпозиция функций.</p> <p>Элементарные функции.</p> <p>1.2 Последовательность. Предел последовательности. Предел функции одной переменной. Односторонние и двусторонние пределы. Бесконечно малые(бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций. Функции одной переменной, не имеющие предела в точке и на бесконечности. Свойства операции предельного перехода. Предельный переход в сложной функции.</p> <p>1.3 Первый и второй замечательные пределы.</p> <p>1.4 Сравнение бесконечно малых. Таблица основных бесконечно малых. Символы о-малое и О-большое и их использование для раскрытия неопределенностей.</p> <p>1.5 Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность основных элементарных функций. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва и их классификация.</p> <p>1.6 Контрольная работа №1 «Предел и непрерывность функции одной переменной».</p>	
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	<p>2.1 Понятие производной функции одной переменной. Геометрическая и физическая интерпретации производной.</p> <p>2.2 Уравнение касательной и нормали к кривой. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. 2.3Вычисление производной элементарной функции. Вычисление производной неявной и параметрически заданной функции. Правило Лопиталю.</p> <p>2.4 Понятие дифференциала функции одной переменной. Геометрическая интерпретация дифференциала. Свойства дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Общее представление о методах линеаризации.</p> <p>2.5 Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной и их свойства.</p> <p>2.6 Контрольная работа №2 «Производная и ее приложения».</p> <p>2.7 Понятие об экстремумах функции одной переменной. Локальный экстремум (внутренний и граничный) функции одной переменной. Необходимое условие</p>	24

		<p>внутреннего локального экстремума Формулы Тейлора и Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа и Пеано. Применение формулы Тейлора для представления и приближенного вычисления значений функций.</p> <p>2.9 Достаточное условие строгого возрастания (убывания) функции на интервале. Достаточные условия локального экстремума функции одной переменной. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной.</p> <p>2.10-2.11 Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости). Точка перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба. Вертикальные и неvertикальные асимптоты графика функции одной переменной. Исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение ее графика. Определение глобального максимума (минимума) функции одной переменной в области ее определения.</p> <p>2.12 Вектор-функция скалярного аргумента. Понятие кривой, гладкая кривая. Касательная к кривой. Геометрический смысл производной вектор-функции. Длина дуги кривой. Дифференциал длины дуги. Кривизна кривой. Главная нормаль и соприкасающаяся плоскость. Центр кривизны. Бинормаль. Кручение кривой</p>	
3	2 семестр Интегральное исчисление функции одной переменной.	<p>3.1 Комплексные числа. Многочлены. Теорема Безу. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители.</p> <p>3.2 Первообразная. Неопределенный интеграл. Первая основная теорема интегрального исчисления (о существовании первообразной у непрерывной функции). Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Табличные интегралы. Интегрирование заменой переменной.</p> <p>3.3 Интегрирование по частям.</p> <p>3.3 Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных дробей.</p> <p>3.4 Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.</p> <p>3.5 Интегрирование некоторых классов иррациональных и трансцендентных функций. Тригонометрические подстановки.</p> <p>3.6 Контрольная работа №1 «Неопределенный интеграл».</p> <p>3.7 Определенный интеграл. Вычисление определенного интеграла по отрезку. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и формула интегрирования по частям для определенного интеграла. Геометрические и механические приложения определенного интеграла.</p> <p>3.8 Несобственные интегралы. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признаки сходимости.</p> <p>3.9 Интегралы, зависящие от параметра. Равномерная</p>	20

		сходимость интегралов, зависящих от параметра. Дифференцирование и интегрирование интеграла, зависящего от параметра. 3.10 Эйлера интегралы.	
4	Функции нескольких переменных. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.	4.1 Понятие функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Арифметические операции над функциями, имеющими конечные предельные значения. 4.2 Непрерывность функции нескольких переменных в точке и на множестве. Точки непрерывности и точки разрыва функции. Непрерывность функции в точке и по направлению. Арифметические операции над непрерывными функциями. Понятие о сложной функции. Непрерывность сложной функции. 4.3 Частные производные и частные дифференциалы. Производная сложной функции нескольких переменных. 4.4 Дифференцируемость ФНП. Главная линейная часть приращения ФНП. Полный дифференциал ФНП. Достаточное условие дифференцируемости ФНП. Касательная плоскость к графику ФНП. Дифференцируемость сложных ФНП. Неявные функции, теорема о существовании и дифференцируемости. 4.5 Производная по направлению ФНП. Градиент ФНП и его свойства. 4.6 Экстремум ФНП (абсолютный, условный, локальный, глобальный). Необходимое условие локального абсолютного экстремума. Достаточное условие локального абсолютного экстремума. Функция Лагранжа и множители Лагранжа для задачи на условный экстремум. Необходимое условие локального условного экстремума и его геометрическая интерпретация. Достаточное условие локального условного экстремума. Примеры применения метода Лагранжа.	12
5	3 семестр Ряды. Гармонический анализ.	5.1 Понятие о числовых рядах. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Признаки сходимости для знакопостоянных рядов (признаки сравнения, Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак) и знакочередующихся рядов признак Лейбница). 5.2 Абсолютная и условная сходимости знакопеременных рядов. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле. 5.3 Функциональные ряды. Сходимость и равномерная сходимость функционального ряда. Область сходимости функциональных рядов. Степенные ряды. Область сходимости. Теорема Абеля. Промежуток и радиус сходимости степенного ряда. Формула для вы-	14

		<p>числения радиуса сходимости.</p> <p>5.4 Понятие ряда Тейлора и аналитической функции. Теорема о сходимости ряда Тейлора к порождающей его функции. Разложение в ряд Тейлора классических функций. Приближенные вычисления с помощью рядов Тейлора.</p> <p>5.5 Контрольная работа №1 (ч.1) «Ряды. Гармонический анализ»</p> <p>5.7 Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональным системам функций.</p> <p>Понятие о рядах Фурье по тригонометрической системе. Признаки сходимости ряда Фурье в точке и на промежутке.</p> <p>Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода. Комплексная форма ряда Фурье.</p> <p>5.7 Интеграл Фурье как предельный случай ряда Фурье. Условия сходимости интеграла Фурье. Синус и косинус интегралы Фурье.</p> <p>Контрольная работа №1(ч.2) «Ряды. Гармонический анализ».</p>	
6	Интегральное исчисление функции нескольких переменных.	<p>6.1 Двойной интеграл. Определение, свойства. Вычисление двойного интеграла. Замена переменных в двойном интеграле.</p> <p>6.2 Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения.</p> <p>6.3 Криволинейный интеграл первого рода. Определение. Свойства. Вычисление. Геометрический смысл. Приложения.</p> <p>6.4 Криволинейный интеграл второго рода. Определение, свойства, вычисление. Приложения.</p> <p>Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла по плоской кривой от пути интегрирования. Нахождение функции двух переменных по ее полному дифференциалу.</p> <p>6.5 Тройной интеграл. Определение, свойства, вычисление. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Приложения.</p> <p>6.6 Поверхностные интегралы первого и второго родов. Определения. Свойства.</p> <p>Вычисление.</p> <p>6.7 Контрольная работа №2 «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы и их приложения».</p>	14
7	Теория поля.	<p>7.1 Скалярные и векторные поля. Поток векторного поля.</p> <p>7.2 Теорема Остроградского-Гаусса. Векторная форма теоремы Остроградского-Гаусса</p> <p>7.3 Ротор векторного поля. Циркуляция векторного поля. Теорема Стокса. Векторная форма теоремы Стокса. Независимость криволинейного интеграла от пути ин-</p>	8

		тегрирования в пространстве. 7.4 Соленоидальные поля. Потенциальные поля. Оператор Гамильтона.	
--	--	---	--

5.4. *Групповые консультации по курсовым работам/курсовым проектам
(при наличии выделенных часов контактной работы в учебном плане)*

Учебным планом курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены.

5.5. *Самостоятельная работа*

Темы, которые не рассматриваются на аудиторных занятиях или рассматриваются кратко, предлагаются для самостоятельной работы студентов.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание работы	Кол-во акад. Часов
1	1 семестр Введение в математический анализ. Элементы теории множеств и функций	1)Выполнение РГР 1 2)Подготовка к КР №1 3)Задачи, связанные с понятиями функции, предела, непрерывности. 4)Множества и их свойства.	33
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	1)Выполнение РГР2 ч.1и 2 2)Подготовка к КР №2 3)Полное исследование и построение графиков параметрических функций.	30
3	2 семестр Интегральное исчисление функции одной переменной	1) Выполнение РГР1ч.1 и 2 2) Подготовка к КР №1 и 2 3) Интегрирование дифференциальных биномов. 4) Интеграл Римана. 5) Интегралы, зависящие от параметра. Интегралы Эйлера.	60
4	Функции нескольких переменных. Предел, непрерывность. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.	1) Понятие n-мерного пространства. Понятие расстояния. Связность, ограниченность, компактность. Сходимость. 2) Глобальный экстремум функции n-переменных. 3)Локальный экстремум функции n-переменных. 4)Проверка ДЗ.	29
5	3 семестр Ряды. Гармонический анализ.	1) Выполнение РГР1(ч.1 и 2) 2) Подготовка к КР №1 (ч.1 и2) 3) Функциональные ряды. Равномерная сходимость.. 4) Ортогональные системы. Ряды Фурье по ортогональным системам. 5) Сходимость и суммируемость ряда Фурье по тригонометрической системе	20
6	Интегральное исчисление функции несколь-	1) Выполнение РГР№2 2) Подготовка к КР №2	26

	ких переменных	3) n-кратный интеграл, его свойства и вычисление. Замена переменных. 4) Поверхностные интегралы первого и второго родов. 5) Проверка ДЗ	
7	Теория поля	1) Выполнение РГР 2) Скалярные и векторные поля. 3) Теорема Остроградского-Гаусса и ее физический смысл. 4) Теорема Стокса и ее векторный смысл. Вычисление работы векторного поля. 5) Подготовка к экзамену	26

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа по курсу является залогом усвоения знаний и прохождения промежуточных аттестаций, предусмотренных рабочей программой по дисциплине. Ключевые цели самостоятельных внеаудиторных занятий заключаются в закреплении, расширении знаний, формировании умений и навыков самостоятельного умственного труда, развитии самостоятельного мышления и способностей к самоорганизации.

Выполняемая в процессе изучения дисциплины «Математический анализ» учащимися самостоятельная работа является по дидактической цели познавательной и обобщающей; по характеру познавательной деятельности и типу решаемых задач – познавательной и исследовательской; по характеру коммуникативного взаимодействия учащихся – индивидуальной; по месту выполнения – домашней; по методам научного познания – теоретической.

В ходе организации самостоятельной работы студентов преподавателем решаются следующие задачи:

- 1) углублять и расширять их профессиональные знания;
- 2) формировать у них интерес к учебно-познавательной деятельности;
- 3) научить студентов овладевать приемами процесса познания;
- 4) развивать у них самостоятельность, активность, ответственность;
- 5) развивать познавательные способности будущих специалистов.

Самостоятельная работа включает, как изучение текущих и дополнительных теоретических вопросов, так и совершенствование навыков по решению практических задач. Теоретические знания являются базой для понимания принципов построения математических моделей, математической формализации задач расчетного проектирования.

В разделе «Введение в математический анализ. Элементы теории множеств и функций» темы, выносимые для самостоятельного изучения: «Множества и их свойства. Задачи, связанные с понятиями функции, предела, непрерывности.»

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. Понятие множества, отношение включения, простейшие операции над множествами.
2. Задачи на непрерывность функций, вычисление пределов, нахождение точек разрыва.

В разделе «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» тема, выносимая для самостоятельного изучения: «Полное исследование и построение графиков параметрических функций».

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. Определение параметрически заданной функции.

2. Определение производных высших порядков параметрически заданной функции.
3. Построение графика параметрически заданной функции.

В разделе «Интегральное исчисление функции одной переменной» темы, выносимые для самостоятельного изучения: «Интегрирование дифференциальных биномов. Интеграл Римана. Интегралы, зависящие от параметра. Интегралы Эйлера».

Вопросы для самоконтроля по темам:

1. Три случая интегрирования дифференциальных биномов в элементарных функциях. Примеры решения задач.
2. Определение интеграла Римана, функция Дирихле – пример функции, неинтегрируемой по Риману на отрезке.
3. Определение и свойства интегралов, зависящих от параметра.
4. Интегралы Эйлера первого и второго рода, их свойства.

В разделе «Функции нескольких переменных. Предел, непрерывность. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных» темы, выносимые для самостоятельного изучения: «Понятие n -мерного пространства. Понятие расстояния. Связность, ограниченность, компактность. Сходимость. Глобальный экстремум функции n -переменных. Локальный экстремум функции n -переменных».

Вопросы для самоконтроля по темам:

1. Определение n -мерного пространства. Расстояние между двумя точками.
2. Понятие связного, ограниченного и компактного множеств. Примеры.
3. Локальный экстремум функции n -переменных
4. Глобальный экстремум функции n -переменных.

В разделе «Ряды. Гармонический анализ» темы, выносимые для самостоятельного изучения: «Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Ортогональные системы. Ряды Фурье по ортогональным системам. Сходимость и суммируемость ряда Фурье по тригонометрической системе».

Вопросы для самоконтроля по темам:

1. Определение равномерно сходящегося функционального ряда. Признак Вейерштрасса. Примеры.
2. Определение и примеры ортогональных систем функций.
3. Ряды Фурье по ортогональным системам.
4. Сходимость и суммируемость ряда Фурье по тригонометрической системе.

В разделе «Интегральное исчисление функции нескольких переменных» темы, выносимые для самостоятельного изучения: « n -кратный интеграл, его свойства и вычисление. Замена переменных. Поверхностные интегралы первого и второго родов».

Вопросы для самоконтроля по темам:

1. Понятие n -мерного прямоугольного параллелепипеда и элементарного тела в n -мерном пространстве. Определение n -кратного интеграла, его свойства, примеры вычисления. Замена переменных
2. Связь поверхностных интегралов первого и второго рода. Физические приложения поверхностных интегралов: масса оболочки; центр масс и моменты инерции оболочки; сила притяжения и сила давления; поток жидкости и вещества через поверхность; электрический заряд, распределенный по поверхности; электрические поля (теорема Гаусса в электростатике).

В разделе «Теория поля» темы, выносимые для самостоятельного изучения: «Скалярные и векторные поля. Теорема Остроградского-Гаусса и ее физический смысл. Теорема Стокса и ее векторный смысл. Вычисление работы векторного поля».

Вопросы для самоконтроля:

1. Скалярные и векторные поля. Определения и примеры.
2. Теорема Остроградского-Гаусса и ее физический смысл.

3. Теорема Стокса и ее векторный смысл. Вычисление работы векторного поля.

На практических занятиях решаются задачи по темам лекционного курса. Часть задач выносятся на самостоятельное решение. Самостоятельное решение задач также необходимо при подготовке к текущей аттестации.

Студент должен обладать основными методами исследования и решения математических задач. Необходима выработка первичных навыков математического исследования инженерных задач (перевод реальной задачи на математический язык, построение математической модели, выбор нужного математического метода ее решения, интерпретация и оценка полученного результата) на примерах задач других предметов (теоретическая механика, физика, сопротивление материалов, строительная механика, гидравлика и др.), развитие с этой целью необходимой интуиции в вопросах приложения математики.

При подготовке к сдаче экзамена или зачета рекомендуется пользоваться записями, сделанными на практических и лекционных занятиях, а также в ходе текущей самостоятельной работы. Сначала необходимо повторить теоретическую часть, а затем переходить к решению задач.

Для подготовки к написанию контрольной работы надо повторить теоретический материал, изложенный на лекциях, затем приступить к решению задач. Вначале надо изучить задачи, разобранные на практических занятиях, а затем самостоятельно решить аналогичные задачи и примеры.

Большое значение для активизации самостоятельной работы студентов имеет выполнение расчетно-графических работ (РГР) в аудитории под руководством преподавателя. Это элемент обучения студента, преподаватель отмечает ошибки и дает рекомендации студенту.

При выполнении самостоятельной работы обучающиеся используют учебники и учебные пособия, указанные в разделе 8.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. *Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы*

Код компетенции по ФГОС	1	2	3	4	5	6	7
ОК-7	+	+	+	+	+	+	+
ПК-9	+	+	+	+	+	+	+
ПК-12	+	+	+	+	+	+	+

7.2. *Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания*

7.2.1. Описание показателей и форм оценивания компетенций

Код компетенции по ФГОС	Показатели освоения (Код показателя освоения)	Форма оценивания								Обеспеченность оценивания компетенции	
		Текущий контроль (1 семестр)						Промежуточная аттестация			
		Контрольная работа 1	Контрольная работа 2			Расчетно-графическая работа 1	Расчетно-графическая работа 2	Экзамен			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	
ОК-7	З1								+		+
	У1	+	+			+	+	+	+	+	
	Н1	+	+			+	+	+	+	+	
ПК-9	З2							+		+	
	У2	+	+			+	+	+		+	
ПК-12	Н4					+	+	+		+	
ИТОГО		+	+			+	+	+		+	

Код компетенции по ФГОС	Показатели освоения (Код показателя освоения)	Форма оценивания							Обеспеченность оценивания компетенции	
		Текущий контроль (2 семестр)					Промежуточная аттестация			
		Контрольная работа 1	Контрольная работа 2			Расчетно-графическая работа 1	Расчетно-графическая работа 2	Зачет		
1	2	3	4			5	6		7	8
ОК-7	З1								+	+
	У1	+	+			+	+		+	+
	Н1	+	+			+	+		+	+
ПК-9	З2								+	+
	У2	+	+			+	+		+	+
ПК-12	Н4					+	+		+	+
ИТОГО		+	+			+	+		+	+

Код компетенции по ФГОС	Показатели освоения (Код показателя освоения)	Форма оценивания							Обеспеченность оценивания компетенции	
		Текущий контроль (3 семестр)					Промежуточная аттестация			
		Контрольная работа 1	Контрольная работа 2		Расчетно-графическая работа 1	Расчетно-графическая работа 2	Расчетно-графическая работа 3	Экзамен		
1	2	3	4		5	6	7	8	9	
ОК-7	З1								+	+
	У1	+	+		+	+	+	+	+	+
	Н1	+	+		+	+	+	+	+	+

ПК-9	32							+		+
	У2	+	+				+	+	+	+
ПК-12	Н4						+	+	+	+
ИТОГО		+	+				+	+	+	+

7.2.2. *Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Экзамена*

Код показателя оценивания	Оценка			
	«2» (неудовлетв.)	Пороговый уровень освоения	Углубленный уровень освоения	Продвинутый уровень освоения
		«3» (удовлетвор.)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
31	Обучающийся не знает значительной части приемов и методов математического анализа, допускает существенные ошибки.	Обучающийся имеет знания только основных технических приемов и методов, но не усвоил деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки и нарушения логической последовательности в изложении.	Теоретическое содержание курса освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.	Обучающийся глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал из литературы, правильно обосновывает принятое решение.
У1	Обучающийся не умеет самостоятельно использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач, допускает существенные ошибки, необходимые практические компетенции не сформированы.	Частично освоено использование алгоритмических приемов решения стандартных задач. Пробелы не носят существенного характера. Большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки	Обучающийся твердо знает алгоритмические приемы решения стандартных задач, грамотно и по существу излагает, не допуская существенных неточностей в решении. Все предусмотренные программой обучения учебные задания вы-	Обучающийся глубоко и прочно усвоил алгоритмические приемы решения стандартных задач, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в отве-

		при ответе на поставленный вопрос. Обучающийся допускает неточности в решении.	полнены, качество их выполнения достаточно высокое.	те материал из литературы, правильно обосновывает принятое решение.
Н1	Обучающийся не владеет значительной частью программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические работы, или не выполняет совсем.	Большинство предусмотренных программой заданий по изученным модулям выполнено обучающимся, но в них имеются ошибки, неточности.	Обучающийся владеет необходимыми методами изученных модулей.	Все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; обучающийся анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.
32	Обучающийся не знает значительной части базовых понятий и теорем, допускает существенные ошибки.	Обучающийся имеет знания только основных базовых понятий и теорем, но не усвоил деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки.	Обучающийся твердо знает базовые понятия и теоремы, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.	Базовые понятия и теоремы освоены полностью, без пробелов; обучающийся исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал.
У2	Обучающийся не может формализовать задачи геометрического и физического характера.	Обучающийся в основном может формализовать задачи геометрического, физического характера, но допускает неточности, недостаточно правильные формулировки.	Обучающийся может формализовать задачи геометрического и физического характера.	Обучающийся может точно формализовать задачи геометрического и физического характера, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий.
Н4	Обучающийся не продемонстрировал навыки самостоятельной работы.	Навыки самостоятельной работы продемонстрированы частично, не все темы изучены полностью.	Навыки самостоятельной работы обучающимся продемонстрированы.	Теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал.

7.2.3. *Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Защиты курсовой работы/проекта*

Учебным планом курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены.

7.2.4. *Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Зачета*

Код показателя оценивания	Оценка	
	Не зачтено	Зачтено
З1	Обучающийся не знает значительной части приемов и методов математического анализа, допускает существенные ошибки.	Содержание курса освоено, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
У1	Обучающийся не умеет самостоятельно использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач, допускает существенные ошибки, необходимые практические навыки не сформированы.	Обучающийся твердо знает алгоритмические приемы решения стандартных задач, грамотно и по существу их излагает, не допуская существенных неточностей в решении. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое.
Н1	Обучающийся не владеет значительной частью программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические работы, или не выполняет их совсем.	Обучающийся владеет необходимыми методами изученных модулей анализирует полученные результаты, проявляет самостоятельность при выполнении заданий.
З2	Обучающийся не знает значительной части базовых понятий и теорем, допускает существенные ошибки.	Обучающийся твердо знает базовые понятия и теоремы, грамотно и по существу излагает изученный материал, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
У2	Обучающийся не может формализовать задачи геометрического и физического характера.	Обучающийся может точно формализовать задачи геометрического и физического характера, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий.
Н4	Обучающийся не продемонстрировал навыки самостоятельной работы.	Навыки самостоятельной работы обучающимся продемонстрированы.

7.3. *Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций*

7.3.1. *Текущий контроль.*

Контролируется посещение лекций и практических занятий, выполнение контрольных и расчетно-графических работ. Может быть использовано компьютерное тестирование.

Контрольные работы (КР)

КР1 «Предел и непрерывность функции одной переменной»(1 семестр)

КР2 «Производная и ее приложения»(1 семестр)

КР1 «Неопределенный интеграл»(2 семестр)

КР2 «Определенный интеграл и его приложения»(2 семестр)

КР1 «Ряды. Гармонический анализ»(ч.1 и 2) (3 семестр)

КР2 «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы и их приложения»
(3 семестр)

КР№1 «Предел и непрерывность функции одной переменной»(1 семестр).

Примерный вариант.

Вычислить

$$1. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2x}}{x + 1}$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3 + 5x + 2}}{4x + 5}$$

$$3. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 5x - 6}$$

$$4. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2x}}{x + 1}$$

$$5. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3 + 5x + 2}}{4x + 5}$$

$$6. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 5x - 6}$$

$$7. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)}{x \operatorname{ctg}^2 3x}$$

$$8. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \sin 3x)}{e^{3x} - 1}$$

$$9. \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{3x^2 + 1}{4x^2 - x + 2}\right)^{3x}$$

$$10. \quad \lim_{x \rightarrow 2-0} (9 - 4x)^{\frac{1}{2-x}}$$

11. Исследовать на непрерывность и сделать схематический чертеж графика функции в окрестности точки разрыва

$$f(x) = \frac{1}{e^x - 1}.$$

Контрольная работа №2 «Производная и ее приложения» (1-ый семестр)

Примерный вариант.

I. Найти производную:

$$1) \quad y = 2^{\arccos \frac{2}{x^2 + 1}}$$

$$2) \quad y = \operatorname{ctg}^7(\sqrt{3x + 1} + e^{x-4}) + e^2$$

$$3) \quad y = \frac{e^4 - 5^{-x}}{\sqrt{x^4 + 7x}}$$

$$4) \quad y = (1 + x^2)^{\arccos x^3}$$

II. Найти угловой коэффициент касательной к кривой

$$x = e^{-t} \sin t, \quad y = e^{\sqrt{-t}} \cos t$$

в точке, соответствующей параметру $t = 0$.

III. Вычислить производную неявной функции $y^3 + 2^{\frac{x}{y}} = x$.

IV. Найти угол, под которым пересекаются параболы

$$y = (x - 2)^2 \quad \text{и} \quad y = -4 + 6x - x^2$$

V. Вычислить $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a^x}{x^2} (a > 1)$.

Контрольная работа «Неопределенный интеграл» (2 семестр)

Примерный вариант.

Вычислить

1. $\int \frac{\arctg^2 x}{1+x^2} dx$

2. $\int \frac{dx}{x^3 + 8x^2}$

3. $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$

4. $\int \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} dx$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$

6. $\int \frac{1-3x}{\sqrt{1-x-x^2}} dx$

7. $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx$

8. $\int \frac{dx}{\sin^6 x}$

9. $\int (2 - 3x) \sin x dx$

10. $\int \cos 5x \sin 4x dx$

11. $\int \frac{dx}{\sin^2 x + 5 \cos^2 x}$

Контрольная работа «Определенный интеграл и его приложения» (2 семестр).

Примерный вариант.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2, \quad y = 4 - x^2.$$

2. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси Ox дуги цепной линии $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ между точками $x = -1$ и $x = 1$.

3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги полукубической параболы

$$y = t^2, \quad x = \frac{t^3}{3} \quad (0 \leq t \leq \sqrt[3]{3})$$

вокруг оси Ox .

4. Найти длину кривой, заданной уравнением $r = a \cos \frac{\varphi}{3}$.
5. Найти массу участка кривой $L: y = e^x, x \in [0, 1]$, если плотность равна $\rho = 2y^2$.

6. Вычислить или доказать расходимость

a) $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$; b) $\int_1^2 \ln^3 x dx$; c) $\int_0^1 \frac{dx}{1-x^3}$; d) $\int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$.

*Контрольная работа №1 «Ряды. Гармонический анализ» (часть 1)
(3 семестр.)*

Примерный вариант.

1. Исследовать сходимость числовых рядов

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{-n^2}$; b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n+3)}$; c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$.

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^{n^4} \sqrt{(n+2)^3}}{(n+1)!}.$$

3. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x+5)^n}{n^2 \ln n}.$$

4. Разложить в ряд Тейлора по степеням $(x+4)$ и указать область сходимости

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}.$$

5. С помощью разложения подынтегральной функции в ряд вычислить

$$\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx.$$

*Контрольная работа №1 «Ряды. Гармонический анализ» (часть 2) (3 семестр).
Примерный вариант.*

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию и найти сумму полученного ряда

$$f(x) = x(\pi - x) \quad (-\pi < x < \pi).$$

2. Разложить в ряд Фурье по косинусам и найти сумму полученного ряда

$$f(x) = \begin{cases} -3, & 0 < x < 1; \\ 2x - 3, & 1 < x < 3. \end{cases}$$

3. Найти синус- преобразование Фурье

$$f(x) = \begin{cases} 3 \sin x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4. Тригонометрический ряд Фурье периодических функций произвольного периода. Формулировка достаточных условий сходимости.

Теоретические вопросы по теме «Гармонический анализ» (часть 2).

1. Ряды Фурье периодических функций с периодом $T = 2\pi$. Ряды Фурье четных и нечетных функций. Сформулировать достаточные условия сходимости.
2. Ряды Фурье периодических функций с периодом $T = 2l$. Ряды Фурье четных и нечетных функций. Сформулировать достаточные условия сходимости.
3. Ортогональные системы. Ряды Фурье по ортогональным системам функций. Формулировка теоремы о единственности ряда Фурье.
4. Экстремальное свойство частичных сумм ряда Фурье по ортогональной системе функций. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.
5. Экстремальное свойство частичных сумм ряда Фурье по тригонометрической системе. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Теорема о сходимости в среднем ряда Фурье.
6. Представление функции интегралом Фурье. Формулировка теоремы о представлении функции. Косинус и синус – интегралы (преобразования Фурье).

Контрольная работа №2 «Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы и их приложения» (3 семестр)

Примерный вариант.

1. Найти массу линии $r = 2\cos^3 \frac{\varphi}{3}$, если плотность $\rho = \sin \frac{\varphi}{3}$, $\varphi \in [0, \frac{3\pi}{2}]$.
2. Найти момент инерции J_0 плоской области, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 9$ и $x^2 + y^2 = 16$, если плотность $\rho = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.
3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9, \quad z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}.$$

4. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = 1$, вырезанной поверхностями $z = 5x^2 + y^2, z = 0$.

5. Вычислить, применяя формулу Грина, криволинейный интеграл $\oint_{\Gamma} (-x^2y)dx + xy^2dy$

где Γ - окружность $x^2 + y^2 = a^2$, пробегаемая в положительном направлении.

ДЗ «Функции нескольких переменных» (2 семестр).

Примерный вариант.

- 1) Привести уравнение второго порядка к каноническому виду с помощью выделения полных квадратов. Построить кривую $9x^2 - 4y^2 - 126x + 32y + 341 = 0$.

- 2) Привести к каноническому виду уравнение поверхности второго порядка. Указать тип поверхности

$$4x^2 - y^2 - 4x + 4y + z - 3 = 0.$$

- 3) Найти область определения функции.

$$z = \sqrt{x + y - 1}(\ln x + \ln y).$$

- 4) Вычислить частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции

$$z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2}).$$

- 5) Вычислить производную $\frac{dz}{dx}$ сложной функции

$$z = x^y, \text{ где } y = x\sqrt{x^2 + 1}.$$

- 6) К поверхности S провести касательную плоскость, перпендикулярную данной прямой l :

$$S: z = 3(xy - y_x - 1), l: \frac{x-2}{9} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{-1}.$$

- 7) Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 + xy + y^2 + x + y + 1.$$

- 8) Найти производную функции $u = xyz$ в точке $A(5, 1, 2)$ в направлении вектора \overline{AB} , где $B(9, 4, 14)$.

ДЗ «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы и их применение»

Примерный вариант.

- 1) Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = 9 - x^2$, $y = 0$, если плотность $\rho = 2y + x^2$.

- 2) Найти площадь плоской области, ограниченной линиями: $r = 2 - \cos\varphi$, $r = \cos\varphi$, $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

- 3) Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями: $y = \sqrt{x}$, $x^2 + y^2 = 2$, $z = 2x$, $y = 0$.

- 4) Найти объем тела, ограниченного поверхностями: $z = (x - 1)^2 + y^2$, $z = 1$.

- 5) Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $y = \sqrt{x}$, $x^2 + y^2 = 2$, $z = 2x$, $z = 0$, $y = 0$.

- 6) Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = \frac{\ln x}{x}$, $y = 0$, $x \in [1, e]$ вокруг оси OX .

- 7) Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = 4$, вырезанной поверхностями $z = 9 - x^2$, $z = 0$.

8) Найти M_x плоской области, ограниченной линиями

$$y = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}, y=0, \text{ если } \rho = 2.$$

9) Найти M_{xy} участка поверхности $2z = 8 - x^2 - y^2$, ограниченного плоскостью $z=0$, если плотность $\rho = \frac{1}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$.

Компьютерный тест №1.

Примерный вариант

Функции 1) $y = x^4 - 2x^2$ и $4y = \frac{a^x - a^{-x}}{2}$

- 1-четная, 2-нечетная;
- обе – четные;
- обе – нечетные;
- обе функции не являются ни четными ни нечетными.

Компьютерный тест №2.

Примерный вариант.

Вторая производная функции $y = e^{2x}$ в точке $x = 0$ равна

- 4;
- 2;
- 1;
- не существует.

Компьютерный тест №3.

Примерный вариант.

Дифференциал функции $y = \operatorname{tg}^2 x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$ равен

- 4;
- 2;
- 1;
- 2.

Компьютерный тест №4.

Примерный вариант.

Определённый интеграл $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx$ равен

- $7 + 2\ln 2$;
- 7;
- $2\ln 2$;
- 1.

РГР1 «Предел и непрерывность функции одной переменной»(1 семестр).

Примерный вариант.

1) Какие из следующих функций являются ограниченными, периодическими, монотонными:

$$\sin 3x, \operatorname{tg} 2x, e^{-x};$$

2) Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27x^3 + 3x + 2}}{5x + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 5x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2x}}{x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 8x\right)}{x \operatorname{tg}^2 5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 5x)}{e^{4x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{2x^3 + 1}{3x^3 - x + 2} \right)^{5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-0} (7 - 3x)^{\frac{1}{2-x}}$$

2. Исследовать на непрерывность следующие функции

$$y = [x]$$

$$y = \frac{\sin 2x}{3x}$$

$$y = \frac{\frac{2}{5x-1}}{\frac{1}{5x-1}}$$

*РГР2 (часть 1) «Производная и ее приложения» (1 семестр)
Примерный вариант.*

Используя определение производной, найти $f'(x)$ для функции

$$f(x) = e^{\frac{x}{2}}.$$

1) Найти производные следующих функций:

$$2.1 y = \frac{1 + 3\sqrt[3]{x}}{2} - \frac{1}{3x^3} + 2x^5.$$

$$2.2 y = \frac{x^2 - x + 3}{e^x}.$$

$$2.3 y = (3x + 7) \ln x - 2 \ln 4.$$

$$2.4 y = \frac{3 \sin x + 4}{4 \cos x - 3}.$$

$$2.5 y = e^x \operatorname{tg} x - \sqrt{e}.$$

$$2.6 y = 5 \operatorname{arcc} \operatorname{th} x + 3 \operatorname{arctg} x.$$

$$2.7 y = (1 - x) \operatorname{arcc} \cos x - \operatorname{arcc} \cos 0,1.$$

$$2.8 y = \frac{3^x}{2 - 3^x}.$$

$$2.9 y = \sqrt[3]{\sin x}.$$

$$2.10 y = \frac{1 - 3x}{\ln(1 - 3x)}.$$

$$2.11 y = \sqrt{e^{2x} - 1}.$$

$$2.12 y = \frac{\cos^2 x}{1 + \operatorname{tg} x}.$$

$$2.13 y = \sqrt[3]{x} \operatorname{arcsin} \sqrt{x + 1}.$$

$$2.14 y = 3 \operatorname{arcc} \operatorname{gr} g^2 \frac{1}{x}.$$

$$2.15 \begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = \frac{1}{2} t^2. \end{cases}$$

$$2.16 \operatorname{tgy} = (x^2 + 2)y.$$

$$2.17 y = (1 - \sqrt[3]{x})^{\sqrt[3]{x}}.$$

2) Написать уравнения касательной и нормали к кривой $x + 5 = 2y^2$ в точке $M_0(3; -2)$. Сделать чертеж.

3) Написать уравнение одной из касательных к кривой $y = \operatorname{arctg} x$, зная, что эта касательная перпендикулярна прямой $y + 4x = 2$.

4) Закон движения материальной точки: $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$

Показать, что при $t = \frac{2\pi}{3}$ траектория движения пересекает прямую $y = -\sqrt{3}(x - \frac{2\pi}{3})$ и найти угол между траекторией и прямой.

5) Закон прямолинейного движения точки:

$$S = \begin{cases} 3t^2 - 2t^3, & t \in [0; 1], \\ 1, & t \in (1; 4], \\ 1 + (t + 4)^2, & t \in (4, 5], \end{cases}$$

где S – путь в метрах, t – время в секундах.

Построить график функции $S=S(t)$.

Найти: а). Зависимость скорости движения от времени и построить график этой зависимости.

б). Скорость движения в моменты $t_1=4c$, $t_2=5c$.

в). Средняя скорость на интервале $t \in [4, 5]$.

г). Интервал времени, в течение которого точка находилась в покое.

д). Момент времени, когда точка имела наибольшую скорость.

б) Найти дифференциалы:

$$d(\cos \ln^2 x), d\left(\frac{1}{e^x - 1}\right), d(\sqrt{x^4 + 1}).$$

РГР2 (часть 2) «Исследование функций и построение графиков».

(1 семестр).

Примерный вариант.

$$\begin{aligned} 1) \quad & y = \frac{(x+1)^2}{x^3}. \\ 2) \quad & y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}. \\ 3) \quad & y = (1-x) * e^{-2x}. \\ 4) \quad & y = \frac{x}{\ln x}. \end{aligned}$$

РГР1 (часть 1) «Неопределенный интеграл» (2 семестр).

Примерный вариант.

$$1). \int (x^3 - 3^x + \frac{\sqrt{2}}{x}) dx$$

$$2). \int (\pi \cos x - \frac{1}{\cos^2 x} + 10) dx$$

$$3). \int (\sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x^3}}) dx,$$

$$5). \int \frac{\sqrt{\pi} - \sin x}{\sin^2 x} dx,$$

$$8). \int \operatorname{tg}(2x - 1) dx,$$

$$11). \int \operatorname{ctg} \frac{x}{7} dx,$$

$$14). \int \frac{\operatorname{tg} x dx}{\cos^2 x},$$

$$17). \int \frac{(2x-5) dx}{\sqrt{x^2+x+1}},$$

II

$$1). \int (2x + 3) \sin 3x dx,$$

$$3). \int x \ln x dx,$$

$$6). \int \frac{x dx}{x^2-3},$$

$$9). \int \frac{x dx}{x^2+3},$$

$$12). \int \frac{e^x dx}{\sqrt{1-e^{2x}}},$$

$$15). \int \frac{x^2 dx}{1+x^6},$$

$$4). \int (x^3 \sqrt{x} + \frac{\sqrt[3]{x}}{x}) dx,$$

$$7). \int \frac{e^x dx}{1-e^x},$$

$$10). \int \frac{dx}{1+9x^2},$$

$$13). \int \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}},$$

$$16). \int x e^{-2x^2} dx,$$

$$18). \int \frac{(4x-3) dx}{x^2-6x+8}.$$

$$2). \int x^2 e^{-4x} dx,$$

$$5). \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx.$$

$$4). \int \operatorname{arctg} \frac{x}{3} dx,$$

III

$$1) \int \sin^2 7x dx, \quad 2) \int \cos^5 2x dx, \quad 3) \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx,$$

$$4) \int \cos 7x \sin 3x dx, \quad 5) \int \operatorname{ctg}^3 2x dx.$$

IV

$$1) \int \frac{x^3 dx}{x+1}, \quad 2) \int \frac{2x^2-1}{x^2+1} dx,$$

$$3) \int \frac{x^2-9x+16}{(x-3)(x-2)(x-1)} dx, \quad 4) \int \frac{3x^2-8x+1}{(x-1)^2(x+1)} dx,$$

$$5) \int \frac{5x^2-12x+22}{(x-1)(x^2+4)} dx, \quad 6) \int \frac{x^3-2x^2+7}{(x^2+3)(x-2)^2} dx,$$

V

$$1) \int \frac{x+\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x+1}} dx, \quad 2) \int \frac{2x+1}{\sqrt{2x+1}-1} dx,$$

$$3) \int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3}+\sqrt[4]{x^5}}, \quad 4) \int \frac{dx}{2+\sin x+\cos x},$$

VI

$$1) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}, \quad 2) \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{(9+x^2)^7}},$$

$$3) \int \frac{\sqrt{(x^2-4)^5} dx}{x^8},$$

VII

$$1) \int \frac{x^3 dx}{(3x+1)^4}, \quad 2) \int \frac{dx}{(x^2+3x+2)^2},$$

$$3) \int \frac{x+4}{\sqrt{x^2+2x+3}} dx, \quad 4) \int \sin^2 2x \cos^4 2x dx,$$

$$5) \int \frac{\operatorname{arctg} \frac{x}{2}}{x^2} dx.$$

РГР1 (часть 2), (2 семестр) «Определенный интеграл и его приложения».

Примерный вариант.

- 1) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $xy = 12, y = 0, x = 1, x = e^2$.
- 2) Найти длину участка кривой
 $x = \operatorname{const}, y = 1 + \sin t, z = \frac{\pi}{2} - t, t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$.
- 3) Найти массу участка кривой $y = 4\sqrt{x-2}, x \in [3,6]$, если плотность $\rho = 2y\sqrt{x+2}$.
- 4) Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси Oх дуги цепной линии $y = \frac{1}{2}(e^{2x} + e^{-2x})$ между точками $x=-2$ и $x=2$.
- 5) Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги полукубической параболы

$$y = t^2, \quad x = \frac{t^3}{5} \quad (0 \leq t \leq \sqrt[3]{5}).$$

- б) Вычислить или доказать расходимость

$$a) \int_0^{\ln 3} \sqrt{e^x - 1} dx; \quad b) \int_1^3 \ln^4 x dx; \quad c) \int_0^2 \frac{dx}{8-x^3}; \quad d) \int_0^{+\infty} e^{-4x} dx.$$

РГР1, ч.1, (3 семестр) «Числовые и степенные ряды. Ряды Фурье».
Примерный вариант.

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью достаточного признака расходимости и признаков сравнения:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi}{10n}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n}}$
- *3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right)$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{n\sqrt{n^4+2}}$

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью признака Даламбера, радикального или интегрального признаков Коши:

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-3}{\sqrt{n3^n}}$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\operatorname{arctg} n}}{1+n^2}$
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1}\right)^{2n}$

Исследовать на условную и абсолютную сходимость следующие знакопеременные ряды:

8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n (2n)!}$
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right)}{\sqrt{2n+3}}$
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n+3)}{n^4 \sqrt{2n+3}}$

Найти интервал сходимости степенного ряда, исследовать поведение ряда на концах интервала сходимости:

11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+3)\ln(n+4)}$
12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-x)^{2n}}{3n+2}$

Разложить функцию $f(x)$ в ряд Тейлора в окрестности точки x_0 с помощью известных рядов Маклорена и указать область сходимости полученного ряда к порождающей функции:

13. $f(x) = \cos^2 x; \quad x_0 = 0$
14. $f(x) = \sqrt{x}; \quad x_0 = 2$

Вычислить приближенно сумму ряда с точностью до 0,01 оценить остаток с помощью интегрального признака сходимости:

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3 + 10n}{(n^4 + 5n^2 + 6)^2}$$

Вычислить приближенно значение интеграла с точностью до 0,0001

$$16. \int_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^5}$$

Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям:

$$17. y'' = x + y \cos y'; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = \frac{\pi}{3}.$$

РГР1 ч.2, (3 семестр) «Числовые и степенные ряды. Ряды Фурье».
Примерный вариант.

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$, заданную на промежутке $(-\pi, \pi)$ выражением $f(x) = x^2$.
2. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$, заданную на промежутке $(-2, 2)$ выражением $f(x) = -2x + 3, T = 4$.
3. Разложить в ряд Фурье по синусам функцию $f(x)$, заданную на промежутке $(0, \pi)$ выражением $f(x) = x - \frac{\pi}{4}$.
4. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию и найти сумму полученного ряда

$$f(x) = x(\pi - x) \quad (-\pi < x < \pi).$$

5. Разложить в ряд Фурье по косинусам и найти сумму полученного ряда

$$f(x) = \begin{cases} -3, & 0 < x < 1; \\ 2x - 3, & 1 < x < 3. \end{cases}$$

6. Найти синус-преобразование Фурье

$$f(x) = \begin{cases} 3 \sin x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

РГР №2 по теме «Теория поля» (3 семестр)
Примерный вариант.

Задача № 1. Замкнутая поверхность G , ориентированная, как на рис. 1, состоит

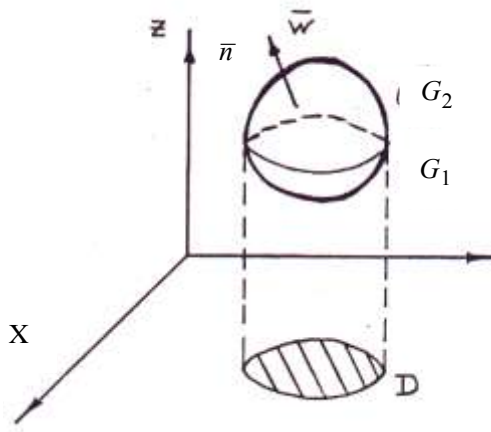


рис. 1

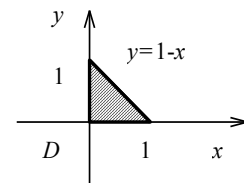
$$G_1 : z = 0$$

$$G_2 : z = xy(1-x-y)$$

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad M(1,1,1)$$

Задача № 2. Двумя способами (непосредственно и с помощью формулы Стокса) найти циркуляцию вектора \vec{a} вдоль линии пересечения поверхности S с плоскостями координат ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$).

$$\vec{a} = (z-y)\vec{i} + (2x+y)\vec{j}$$



$$S : 12x^2 = 24 - 3y - 4z$$

Задача № 3. Найти значения параметров a, b, d , при которых векторное поле \vec{c} будет а) соленоидальным, б) потенциальным, в) гармоническим.

$$\vec{c} = (a^2x + by + (2d+1)z)\vec{i} + (dx + ay)\vec{j} + bx\vec{k}$$

7.3.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации в ФГБОУ ВПО «МГСУ».

Промежуточная аттестация, как комплексное мероприятие, включает сдачу зачета во втором семестре и двух экзаменов в первом и третьем семестрах.

Экзаменационные вопросы, 1 курс, 1 семестр

1. Множества. Подмножества. Операции над множествами и их свойства.
2. Конечные и бесконечные множества. Эквивалентные множества. Счетные множества и их свойства. Счетность множества рациональных чисел.
3. Несчетные множества. Континуум. Несчетность множества всех вещественных чисел интервала $(0,1)$.
4. Принцип вложенных отрезков. Теорема о системе вложенных отрезков, длина которых стремится к нулю.
5. Верхние и нижние грани множеств. Теорема о существовании граней ограниченных множеств.
6. Предел последовательности. Определение и свойства. Арифметические операции над пределами. Свойства сходящихся последовательностей.
7. Теорема о пределе монотонной последовательности.
8. Теорема Больцано – Вейерштрасса о сходящейся подпоследовательности.

9. Критерий Коши существования предела последовательности (Принцип сходимости).
10. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности и их свойства.
11. Функция. Способы задания функции. Элементарные функции и их классификация.
12. Два определения предела функции и их эквивалентность. Геометрическая интерпретация. Односторонние пределы. Лемма о сохранении знака. Теорема о пределе сложной функции. Свойства пределов функции.
13. Первый и второй замечательные пределы.
13. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства.
14. Сравнение функций. Эквивалентные функции и их свойства. Таблица эквивалентных бесконечно малых при $x \rightarrow 0$ (с выводом).
15. Теорема о пределе монотонных функций.
16. Определения непрерывности функции в точке и их эквивалентность. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных в точке.
17. Первая теорема Вейерштрасса об ограниченности функции, непрерывной на замкнутом промежутке.
18. Вторая теорема Вейерштрасса о достижении экстремальных значений функции, непрерывной на замкнутом промежутке.
19. Теорема Коши о промежуточных значениях функций, непрерывных на замкнутом промежутке.
20. Непрерывность сложной и обратной функций.
21. Непрерывность основных элементарных функций. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции на отрезке.
22. Определение производной и односторонней производной. Геометрический и механический смысл производной.
23. Связь непрерывности и дифференцируемости функции в точке. Примеры.
24. Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции.
25. Обратная функция. Теорема о производной обратной функции. Геометрическая интерпретация.
26. Параметрическое задание функции. Теорема о дифференцировании функции, заданной параметрически.
27. Вывод формул для производной функций: $x^\alpha, \sin x, a^x, \log_a x, \arcsin x, \arctg x$.
28. Определения дифференцируемости функции в точке, их эквивалентность. Дифференциал и его геометрический смысл. Инвариантность формы.
29. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной.
30. Теорема Ферма. Геометрический смысл.
31. Теорема Ролля. Геометрический смысл.
32. Теорема Лагранжа. Геометрический смысл.
33. Теорема Коши.
34. Доказательство правила Лопиталья для раскрытия неопределенности $\left[\frac{0}{0}\right]$ и $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$.
35. Доказательство формулы Тейлора. Примеры представления элементарных функций с помощью формулы Маклорена.
36. Вывод формулы для остаточного члена формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.
37. Условия постоянства и монотонности функции на промежутке.
38. Определение точек минимума и максимума. Экстремум. Доказательство необходимого условия экстремума.

39. Доказательство первого и второго достаточного условий экстремума.
40. Определение выпуклости вверх и вниз функции в интервале. Доказательство достаточного признака выпуклости вверх и вниз.
41. Определение точки перегиба функции. Доказательство необходимого признака точки перегиба. Доказательство достаточного условия точки перегиба.
42. Асимптоты функции. Определение. Нахождение вертикальных, горизонтальных и наклонных асимптот. Примеры.
43. Кривая на плоскости. Длина дуги, ее производная. Нахождение дифференциала длины дуги в случае явного задания уравнения кривой в декартовой системе координат, параметрического и в полярной системе координат.
Характеристический треугольник.
44. Кривизна плоской кривой. Определение. Вывод формулы для вычисления кривизны кривой в точке. Формулы для координат центра кривизны.
Эволюта и эвольвента кривой.
45. Векторная функция скалярного аргумента. Кривая в пространстве. Годограф. Примеры. Производная векторной функции.
Геометрический и механический смысл производной.
Уравнение касательной и нормали к пространственной кривой.
46. Кривизна и кручение пространственной кривой.

Вопросы к зачету, II семестр, I курс

ИНТЕГРАЛ

1. Определение первообразной для функции $f(x)$.
2. Определение неопределенного интеграла от функции $f(x)$.
 n -ая интегральная сумма. Определение определенного интеграла по отрезку $[a, b]$ от функции $f(x)$.
3. Теорема об оценке определенного интеграла. Геометрический смысл.
4. Определение среднего значения функции на отрезке.
5. Теорема о среднем. Геометрический смысл.
6. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
7. Теорема Ньютона-Лейбница.
8. Несобственные интегралы. Признаки сходимости. Вычисление.
9. Интегралы, зависящие от параметра, их свойства и вычисление. Интегралы Эйлера.

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Понятие полной окрестности точки на плоскости.
2. Определение открытой области.
3. Определение замкнутой области (два определения).
4. Определение ограниченной области.
5. Определение функции двух переменных x и y . Область определения функции.
6. Полное и частное приращения функции двух переменных.
7. Предел функции нескольких переменных.
8. Частная производная и ее геометрический смысл
9. Производная по направлению и градиент скалярного поля. Определение. Вычисление.
10. Определение функции двух переменных, непрерывной в точке.
11. Определение функции, непрерывной в открытой области.
12. Определение функции, непрерывной в замкнутой области.
13. Теоремы о свойствах функции, непрерывной в замкнутой ограниченной области.
14. Определение функции, дифференцируемой в точке. Полный дифференциал функции.
15. Определения точек минимума и максимума функции двух переменных.
16. Необходимое и достаточное условия экстремума.
17. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.

ЧИСЛОВЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ. РЯДЫ ТЕЙЛОРА.

Числовые ряды

1. Определение ряда. Сходимость. Сумма ряда. Примеры. Необходимый признак сходимости ряда. Гармонический ряд.
2. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: критерий сходимости, признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши-Маклорена. Исследование сходимости обобщенного гармонического ряда.
3. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница.
4. Абсолютная и условная сходимости.
5. Двойные числовые ряды.

Функциональные ряды

1. Область сходимости. Поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов. Примеры.
2. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы, почленное дифференцирование и интегрирование.
3. Степенные ряды. Теорема Абеля. Область сходимости степенных рядов. Примеры. Свойства степенных рядов: непрерывность суммы, почленное дифференцирование и интегрирование.
4. Ряды Тейлора. Критерий сходимости. Формула Лагранжа остаточного члена. Достаточное условие сходимости ряда Тейлора к порождающей его функции.
5. Разложение в ряд Маклорена классических элементарных функций: показательной, тригонометрических, биномиальный ряд (без исследования остаточного члена), логарифмический ряд.
6. Приложения к приближенному вычислению значений функции и определенных интегралов. Примеры.
7. Ортогональные системы. Примеры. Ряды Фурье по общим ортогональным системам.
8. Определение тригонометрического ряда Фурье. Достаточные условия сходимости ряда Фурье: признак Дирихле, признак Дини – Липшица.
9. Ряды Фурье четных и нечетных функций. Ряды Фурье периодических функций с произвольным периодом.
10. Экстремальные свойства частичных сумм ортогонального ряда Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Полнота и замкнутость ортогональных систем.
11. Равномерная аппроксимация непрерывных функций многочленами (теоремы Вейерштрасса).
12. Интеграл Фурье как предельный случай ряда Фурье. Косинус и синус-интегралы Фурье. Примеры. Достаточные условия сходимости интеграла Фурье.

Преобразование Фурье и его свойства.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Двойной интеграл. Определение. Свойства. Верхняя и нижняя суммы Дарбу. Теорема о существовании двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла.
2. Теоремы об оценке и о среднем. Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах. Приложения двойных интегралов в механике.
3. Криволинейные интегралы. Определение криволинейного интеграла первого рода. Свойства. Вычисление. Геометрический смысл. Приложения.
4. Определение криволинейного интеграла второго рода. Свойства. Физический смысл. Связь между криволинейными интегралами первого и второго родов.
5. Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Нахождение функции двух переменных по ее полному дифференциалу. Потенциал и его вычисление. Нахождение работы при движении материальной точки. Циркуляция.

- 6.Тройной интеграл. Определение. Свойства. Геометрический смысл. Теоремы об оценке и о среднем. Вычисление тройного интеграла. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Приложения тройного интеграла.
- 6.Понятие об n-кратном интеграле, его свойствах и вычислении.
- 7.Поверхностные интегралы первого рода. Определение поверхностного интеграла первого рода. Определение. Свойства. Вычисление поверхностного интеграла первого рода. Приложения.
- 8.Ориентированные поверхности. Определение поверхностного интеграла второго рода. Свойства. Вычисление. Связь между поверхностными интегралами первого и второго родов.
- 9.Теорема Остроградского – Гаусса. Теорема Стокса.
- 10.Скалярные и векторные поля. Определения и примеры. Циркуляция векторного поля вдоль кривой. Поток векторного поля через поверхность. Векторная форма теоремы Остроградского – Гаусса. Дивергенция векторного поля и ее физический смысл.
- 11.Ротор векторного поля и его физический смысл. Векторная форма теоремы Стокса. Независимость криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования в пространстве.
- 12.Потенциальные поля и их свойства.
- 13.Соленоидальные поля и их свойства. Условие соленоидальности.
- 14.Оператор Гамильтона и его применения.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся в ФГБОУ ВПО «МГСУ».

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся в ФГБОУ ВПО «МГСУ».

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине. Присутствие посторонних лиц в ходе проведения аттестационных испытаний без разрешения ректора или проректора не допускается (за исключением работников университета, выполняющих контролирующие функции в соответствии со своими должностными обязанностями). В случае отсутствия ведущего преподавателя аттестационные испытания проводятся преподавателем, назначенным письменным распоряжением по кафедре.

Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, имеющие нарушения опорно-двигательного аппарата, допускаются на аттестационные испытания в сопровождении ассистентов-сопровождающих.

Во время аттестационных испытаний обучающиеся могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя, справочной литературой и калькуляторами.

Время подготовки ответа при сдаче зачета/экзамена в устной форме должно составлять не менее 40 минут (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным). Время ответа – не более 15 минут.

При подготовке к устному экзамену экзаменуемый, как правило, ведет записи в листе устного ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается экзаменатору.

При проведении устного экзамена экзаменационный билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.

Экзаменатору предоставляется право задавать обучающимся дополнительные вопросы в рамках программы дисциплины текущего семестра, а также, помимо теоретических вопросов, давать задачи, которые изучались на практических занятиях.

Оценка результатов устного аттестационного испытания объявляется обучающимся в день его проведения.

Результаты выполнения аттестационных испытаний, проводимых в форме компьютерного тестирования, должны быть объявлены обучающимся и выставлены в зачётные книжки не позднее следующего рабочего дня после их проведения

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы, количество страниц	Количество экземпляров печатных изданий	Число обучающихся, одновременно изучающих дисциплину (модуль)
1	2	3	4	5
<i>Основная литература</i>				
НТБ МГСУ				
1	Математический анализ	Математический анализ. Кудрявцев Л.Д., Физматлит, Т.1-2004 г., Т.2-2004г., Т.3-2006г. (Гриф МО РФ).	1	25
2	Математический анализ	Курс дифференциального и интегрального исчисления. Фихтенгольц Г.М. Физматлит, Т.1-2007 г, Т.2-2006 г., Т.3-2007 г. (Гриф МО РФ).	50	25
3	Математический анализ	Берман Г.Н. Сборник задач и упражнений по математическому анализу, 17-е издание. М., Профессия, 2006г.	386	25
<i>Дополнительная литература:</i>				
НТБ МГСУ				
1	Математический анализ	Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. СПб. Мифрил, 1995.	5	25
ЭБС АСВ				

2	Математический анализ	Зорич В.А. Математический анализ. (Ч. 1,2), М.: Фазис, 2002. 657с.	Образовательные ресурсы Интернета-математика http://www.alleng.ru/d/math/math460.htm	25
3	Математический анализ	Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т.1-2. СПб. Мифрил. 2010.	Образовательные ресурсы Интернета-математика http://www.alleng.ru/d/math/math459.htm	25

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее – сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
«Российское образование» - федеральный портал	http://www.edu.ru/index.php
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru/defaultx.asp?
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Федеральная университетская компьютерная сеть России	http://www.runnet.ru/
Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
Научно-технический журнал по строительству и архитектуре «Вестник МГСУ»	http://www.vestnikmgsu.ru/
Научно-техническая библиотека МГСУ	http://www.mgsu.ru/resources/Biblioteka/
раздел «Кафедры» на официальном сайте МГСУ	http://www.mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Курс по дисциплине предполагает изучение теории на лекционных занятиях и ее самостоятельное повторение дома. Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения, пометить важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Восприятие информации улучшается при использовании различных способов выделения текста и рисунков: подчеркивание, выделений цветным маркером, отметки на полях. Рекомендуется выбрать единую систему ведения конспекта лекций. Для закрепления знаний после лекции до следующей лекции по предмету (желательно не позднее следующего дня) рекомендуется перечитать лекционный материал и записать вопросы, которые не ясны из прочитанного. По этим вопросам необходимо обратиться к учебному пособию, если в результате работы с учебным пособием остались вопросы - следует обратиться за разъяснениями к лектору. После самостоятельной работы над лекцией, студент должен четко понимать изложенный в ней материал и ориентироваться в нем.

Вопросы, отнесенные на самостоятельное изучение, даются преподавателем в ходе лекций или практических занятий. Студенту рекомендуется:

- 1) Уяснить и записать вопрос;
- 2) Просмотреть рекомендованную литературу и наметить общую структуру изучения вопроса в виде плана или схемы;
- 3) Изучить информацию по вопросу. При изучении рекомендуется вести конспект (возможно, использовать лекционную тетрадь), куда вносится ключевая информация, формулы и рисунки.
- 4) Перечитать сделанные в конспекте записи. Убедиться в ясности изложенного. При необходимости дополнить записи, изучить дополнительные источники. После работы над

вопросами для самостоятельного изучения студент должен четко понимать материал по вопросу и ориентироваться в нем. В случае необходимости допускается консультация с преподавателем.

При подготовке к экзамену (зачету) необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

11.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема	Информационные технологии	Степень обеспеченности (%)
1	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	Производная	тестирование	100%
2	Интегральное исчисление функции одной переменной.	Неопределенный интеграл	тестирование	100%
3	Функции нескольких переменных. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	тестирование	100%
4	Ряды. Гармонический анализ.	Числовые и степенные ряды	тестирование	100%

11.2. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема	Наименование программного обеспечения	Тип лицензии
1.	Введение в математический анализ. Элементы теории множеств и функций.	Элементарные функции.	MicrosoftOffice	OpenLicense
2.	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	Производная сложной и обратной функций. Уравнение касательной и нормали к кривой.	MicrosoftOffice	OpenLicense
3.	Интегральное исчисление функции одной переменной.	Геометрические и механические приложения определенного интеграла.	MicrosoftOffice	OpenLicense
4.	Функции нескольких переменных.	Частные производные и частные дифференциалы.	MicrosoftOffice	OpenLicense

	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.	Производная сложной функции нескольких переменных.		
5.	Ряды. Гармонический анализ.	Понятие о рядах Фурье по тригонометрической системе.	MicrosoftOffice	OpenLicense
6.	Теория поля.	Ротор векторного поля. Циркуляция векторного поля. Теорема Стокса. Векторная форма теоремы Стокса.	MicrosoftOffice	OpenLicense

11.3. Перечень информационных справочных систем

Информационно-библиотечные системы

Наименование ИБС	Электронный адрес ресурса
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru/defaultx.asp?
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Научно-техническая библиотека МГСУ	http://www.mgsu.ru/resources/Biblioteka/

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю):

Учебные занятия по дисциплине «Математический анализ» проводятся в следующих оборудованных учебных кабинетах, оснащенных соответствующим оборудованием и программным обеспечением:

№ п/п	Вид учебного занятия	Наименование оборудования	№ и наименование оборудованных учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий
1	2	3	4
1.	Лекция	Стационарные / мобильные (переносные) наборы демонстрационного оборудования	Аудитории / аудитория для проведения занятий лекционного типа в соответствии с перечнем аудиторного фонда
2.	Практические занятия	Мобильные (переносные) наборы демонстрационного оборудования	Аудитории / аудитория для проведения занятий семинарского типа в соответствии с перечнем аудиторного фонда
3.	Компьютерная практика	10 персональных компьютеров с конфигурацией: 3 ГГц, HDD 160 Гб, RAM 1 Гб, Video RAM 1000 Мб, DVD-R/RW, монитор 17``; в классе имеются проектор BenQ MW712 (1 шт),	506 КМК, компьютерный класс

Программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования с учетом рекомендаций и пример-

ной основной образовательной программой высшего образования по направлению 01.03.04 «Прикладная математика».