

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ
 ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.В.ОД.3	Функциональный анализ

Код направления подготовки	01.03.04
Направление подготовки	Прикладная математика
Наименование ОПОП (профиль)	Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
Год начала подготовки	2012
Уровень образования	бакалавриат
Форма обучения	очная

Разработчики:

должность	ученая степень, звание	подпись	ФИО
Доцент	к.ф.-м.н., доцент		Мясников А.Г.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей математики:

должность	подпись		ученая степень и звание, ФИО	
Зав. кафедрой высшей математики			Доктор тех. наук, Фриштер Людмила Юрьевна	
год обновления	2013	2014	2015	2016
Номер протокола			№1	
Дата заседания кафедры высшей математики			31.08.2015	

Рабочая программа утверждена и согласована:

Подразделение / комиссия	Должность	ФИО	подпись	Дата
Методическая комиссия	председатель	Широкова О.Л.		
НТБ	директор	Ерофеева О.Р.		
ЦОСП	начальник	Беспалов А.Е.		

1. Цель освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Функциональный анализ» является

- воспитание достаточно высокой математической культуры;
- развитие навыков использования математических методов и математического моделирования;
- развитие абстрактного подхода к постановке задач прикладной математики;
- освоение современных математических методов решения прикладных задач по специальности, постоянно повышать свою квалификацию.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели освоения (показатели достижения результата)	Код показателя освоения
способностью использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования.	ОПК-2	Знает основные технические приемы и методы функционального анализа	З1
		Умеет самостоятельно использовать алгоритмические приёмы решения стандартных задач функционального анализа	У1
		Имеет навыки владения основными методами функционального анализа	Н1
способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат	ПК-9	Знает базовые понятия и теоремы функционального анализа	З2
		Умеет формализовать в терминах дисциплины задачи как геометрического, так и аналитического характера.	У2

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели освоения (показатели достижения результата)	Код показателя освоения
готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов	ПК-10	Знает основные модели функционального анализа, а также область их практического применения.	ЗЗ
способностью самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	ПК-12	Имеет навыки расширения своих математических познаний по разделу функциональный анализ	Н4

3. Указание места дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к базовой части блока 1 основной профессиональной образовательной программы по направлению 01.03.04 «Прикладная математика» и является обязательной к изучению.

Дисциплина «Функциональный анализ» базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных студентами в ходе изучения школьного курса математики.

Требования к входным знаниям, умениям студентов.

Для освоения дисциплины «Функциональный анализ» студент должен:

Знать: арифметику; элементарную алгебру; элементарную геометрию; введение в математический анализ.

Уметь: оперировать с действительными числами; оперировать с алгебраическими выражениями.

Владеть: первичными навыками дифференциального и интегрального исчисления.

Дисциплины, для которых дисциплина «Функциональный анализ» является предшествующей:

«Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов»,

«Математический анализ»,

«Уравнения математической физики».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц 216 акад. часов.

(1 зачетная единица соответствует 36 академическим часам)

Структура дисциплины:

Форма обучения – очная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)					Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточн ой аттестации (по семестрам)
				Контактная работа с обучающимися				КСР		
				Лекции	Практико- ориентированные занятия					
					Лабораторный практикум	Практические занятия	Групповые консультации по КП/КР			
1	Метрические пространства. Топологически пространства.	4	1-5	10		10		10	3	
2	Линейные нормированные пространства. Гильбертовы пространства	4	6-10	12		12		12	3	КР 1 (11 неделя)
3	Мера, измеримые функции и интеграл Лебега.	4	11- 16	10		10		14	2	<i>РГР 1</i>
.	<i>Итого за 4 семестр</i>		<i>16</i>	<i>32</i>		<i>32</i>		<i>36</i>	<i>8</i>	<i>Экзамен</i>
4.	Линейные функционалы, сопряжённое пространство	5	1-8	18		8		10	10	КР 2 (9 неделя)
5.	Линейные операторы	5	9-18	18		10		17	17	<i>РГР 2</i>
	<i>Итого за 5 семестр</i>		<i>18</i>	<i>36</i>		<i>18</i>		<i>27</i>	<i>27</i>	<i>Экзамен</i>
	Итого:	4,5		68		50		63	35	Экзамен 4 семестр Экзамен 5 семестр

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Содержание лекционных занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема и содержание занятия	Кол-во акад. часов
1	Метрические пространства. Топологические пространства.	1.1 Неравенства Гельдера и Минковского. Понятие метрического пространства. Сходимость в метрических пространствах. Открытые и замкнутые множества. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применения. 1.3. Топологические пространства. Открытые и замкнутые множества в топологических пространствах. 1.4. Компактность.	10
2	Линейные нормированные пространства. Гильбертовы пространства	2.1 Линейные нормированные пространства. 2.2 Банаховы пространства. 2.3. Линейные топологические пространства. 2.4. Гильбертовы пространства. 2.5 Ортогональные системы. Теорема Реллиха об ортогональном разложении. Ортогональные базисы в гильбертовом пространстве. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. 2.6. Полнота и замкнутость ортогональных систем. 2.7. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Теорема об изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств. 2.8. Классические ортогональные многочлены. Ряды Фурье по классическим ортогональным многочленам.	12
3	Мера, измеримые функции и интеграл Лебега.	3.1. Множества меры нуль и измеримые функции. 3.2. Интегрирование монотонных ступенчатых функций. Суммируемые функции, основные теоремы о суммируемых функциях. 3.3. Мера множеств и теория интегрирования по Лебегу. Теорема Фубини. 3.4. Пространства суммируемых функций. Полнота пространств Лебега.	10
4	Непрерывные линейные функционалы, сопряжённое пространство	4.1. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. Теорема Банаха-Хана о продолжении линейных функционалов. 4.2. Слабая и сильная сходимости. 4.3. Сопряжённое пространство.	18
5	Непрерывные линейные операторы	5.1. Линейные операторы в линейных нормированных пространствах. Ограниченность, норма операторов. Обратные операторы. Последовательности линейных	18

	<p>операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза.</p> <p>5.2. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Спектр. Резольвента. 5.2. Вполне непрерывные операторы. Теоремы Фредгольма.</p> <p>5.3. Вполне непрерывные самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах. Теорема Гильберта-Шмидта.</p> <p>5.4. Вырожденные интегральные уравнения. Интегральные уравнения Фредгольма. Интегральные уравнения Вольтерра. Интегральные уравнения Фредгольма с симметричными ядрами. Теорема Гильберта-Шмидта.</p>	
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

5.2.Лабораторный практикум

Учебным планом лабораторный практикум не предусмотрен.

5.3.Перечень практических занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема и содержание занятия	Кол-во акад. часов
1	Метрические пространства. Топологические пространства	1.1. Метрические пространства. Сходимость последовательностей в метрических пространствах. 1.2. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах. 1.3. Полные пространства. Примеры полных и неполных метрических пространств. 1.4. Сжимающие отображения. Теорема Банаха о неподвижной точке. 1.5. Приложения к решению нелинейных скалярных уравнений, интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра второго рода. 1.6. Сепарабельные и несепарабельные метрические пространства..	10
2	Линейные нормированные пространства. Гильбертовы пространства	2.1. Линейные нормированные пространства. 2.2. Банаховы пространства. 2.3. Гильбертовы пространства и их свойства. 2.4. Ортогональные системы в гильбертовых пространствах. 2.5. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах. 2.6. Контрольная работа №1.	12
3	Мера, измеримые функции и интеграл Лебега.	3.1. Множества меры нуль. 3.2. Интеграл Лебега. 3.3. Пространства Лебега.	10
4	Непрерывные линейные функционалы, сопряжённое пространство	4.1. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. 4.2. Слабая и сильная сходимости. 4.3. Сопряжённое пространство. 4.4. Контрольная работа №2.	8
5	Непрерывные линейные	5.1. Определение и геометрический смысл линейных операторов. 5.2. Ограниченность и вычисление	10

операторы	нормы линейного оператора.5.3. Приложение к решению интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра. 5.4. Приложение к решению симметричных интегральных уравнений и к задаче Штурма-Лиувилля.	
-----------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

*5.4. Групповые консультации по курсовым работам/курсовым проектам
(при наличии выделенных часов контактной работы в учебном плане)*

Учебным планом курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены.

5.5. Самостоятельная работа

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание работы	Кол-во акад. часов
1	Метрические пространства. Топологические пространства	Изучение и проработка теоретического материала, решение типовых задач. Самостоятельное изучение темы «Приложения принципа сжимающих отображений к решению нелинейных скалярных уравнений». Подготовка к зачёту.	3
2	Линейные нормированные пространства. Гильбертовы пространства	Изучение и проработка теоретического материала, решение типовых задач. Самостоятельное изучение темы «Ряды Фурье по классическим ортогональным полиномам». Выполнение РГР 1. Подготовка к контрольной работе №1. Подготовка к зачёту.	3
3	Мера, измеримые функции и интеграл Лебега.	Изучение и проработка теоретического материала, решение типовых задач. Самостоятельное изучение темы «Множества меры нуль». Выполнение РГР 1. Подготовка к зачету. Мера множества и теория интегрирования по Лебегу.	2
4	Непрерывные линейные функционалы, сопряжённое пространство	Изучение и проработка теоретического материала, решение типовых задач. Выполнение РГР. Самостоятельное изучение темы: «Теорема Хана-Банаха». Выполнение РГР 2. Подготовка к контрольной работе №2. Подготовка к экзамену.	10
5	Непрерывные линейные операторы	Изучение и проработка теоретического материала, решение типовых задач. Самостоятельное изучение темы: «Самосопряжённые операторы». Выполнение РГР. Подготовка к КР №2. Подготовка к экзамену.	17

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа по курсу является залогом усвоения знаний и прохождения промежуточных аттестаций, предусмотренных рабочей программой по дисциплине. Ключевые цели самостоятельных внеаудиторных занятий заключаются в закреплении, расширении знаний, формировании умений и навыков самостоятельного

умственного труда, развитии самостоятельного мышления и способностей к самоорганизации.

Выполняемая в процессе изучения дисциплины «Функциональный анализ» учащимися самостоятельная работа является по дидактической цели познавательной и обобщающей; по характеру познавательной деятельности и типу решаемых задач – познавательной и исследовательской; по характеру коммуникативного взаимодействия учащихся – индивидуальной; по месту выполнения – домашней; по методам научного познания – теоретической.

В ходе организации самостоятельной работы студентов преподавателем решаются следующие задачи:

- 1) углублять и расширять их профессиональные знания;
- 2) формировать у них интерес к учебно-познавательной деятельности;
- 3) научить студентов овладевать приемами процесса познания;
- 4) развивать у них самостоятельность, активность, ответственность;
- 5) развивать познавательные способности будущих специалистов.

Самостоятельная работа включает, как изучение текущих и дополнительных теоретических вопросов, так и совершенствование навыков по решению практических задач. Теоретические знания являются базой для понимания принципов построения математических моделей, математической формализации задач расчетного проектирования.

В разделе «Метрические пространства. Топологические пространства» тема, выносимая для самостоятельного изучения: «Приложения принципа сжимающих отображений к решению нелинейных скалярных уравнений».

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. Суть принципа сжимающих отображений.
2. Перечислить основные задачи, решаемые на основании принципа сжимающих отображений.
3. Применение принципа сжимающих отображений к решению задачи Коши.

В разделе «Линейные нормированные пространства. Гильбертовы пространства» тема, выносимая для самостоятельного изучения: «Ряды Фурье по классическим ортогональным полиномам».

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. Определение ряда Фурье.
2. Свойства ряда Фурье.
3. Примеры классических ортогональных полиномов.
4. Оценка сходимости ряда Фурье по классическим ортогональным полиномам.

В разделе «Мера, измеримые функции и интеграл Лебега» тема, выносимая для самостоятельного изучения: «Множества меры нуль».

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. Определение множества меры нуль.
2. Примеры множеств меры нуль относительно меры Лебега.
3. Всякое ли множество меры нуль является борелевским?
4. Роль множеств меры нуль при интегрировании

В разделе «Непрерывные линейные функционалы, сопряжённое пространство» тема, выносимая для самостоятельного изучения: «Теорема Хана-Банаха».

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. Формулировка теоремы Хана-Банаха.
2. Применение теоремы Хана-Банаха в функциональном анализе.

В разделе «Непрерывные линейные операторы» тема, выносимая для самостоятельного изучения: «Самосопряжённые операторы».

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. Определение самосопряжённого оператора.
2. Свойства самосопряжённого оператора.
3. Приложения к решению интегральных уравнений.

На практических занятиях решаются задачи по темам лекционного курса. Часть задач выносятся на самостоятельное решение. Самостоятельное решение задач также необходимо при подготовке к текущей аттестации.

Студент должен обладать основными методами исследования и решения математических задач. Необходима выработка первичных навыков математического исследования инженерных задач (перевод реальной задачи на математический язык, построение математической модели, выбор нужного математического метода ее решения, интерпретация и оценка полученного результата) на примерах задач специальности (теоретическая механика, физика, сопротивление материалов, строительная механика, гидравлика и др.), развитие с этой целью необходимой интуиции в вопросах приложения математики.

При подготовке к сдаче экзамена или зачета рекомендуется пользоваться записями, сделанными на практических и лекционных занятиях, а также в ходе текущей самостоятельной работы. Сначала необходимо повторить теоретическую часть, а затем переходить к решению задач.

Для подготовки к написанию контрольной работы надо повторить теоретический материал, изложенный на лекциях, затем приступить к решению задач. Вначале надо изучить задачи, разобранные на практических занятиях, а затем самостоятельно решить аналогичные задачи и примеры.

Большое значение для активизации самостоятельной работы студентов имеет выполнение расчетно-графических работ (РГР) в аудитории под руководством преподавателя. Это элемент обучения студента, преподаватель отмечает ошибки и дает рекомендации студенту.

При выполнении самостоятельной работы обучающиеся используют учебники и учебные пособия, указанные в разделе 8.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции по ФГОС	Этапы формирования компетенций (разделы теоретического обучения)			
	1	2	3	4
ОПК-2	+	+	+	+
ПК-9	+	+	+	+
ПК-10	+	+	+	+
ПК-12	+	+	+	+

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

7.2.1. Описание показателей и форм оценивания компетенций

Код компетенции по ФГОС	Показатели освоения (Код показателя освоения)	Форма оценивания						Обеспеченность оценивания компетенции
		Текущий контроль				Промежуточная аттестация		
		Контрольная работа 1	Контрольная работа 2	Расчетно-графическая работа 1	Расчетно-графическая работа 2	Экзамен	Экзамен	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ОПК-2	31					+	+	+
	У1	+	+	+	+	+	+	+
	Н1	+	+	+	+	+	+	+
ПК-9	32					+	+	+
	У2	+	+	+	+	+	+	+
ПК-10	33			+	+	+	+	+
ПК-12	Н4			+	+	+	+	+
ИТОГО		+	+	+	+	+	+	+

7.2.2. Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Экзамена/Дифференцированного зачета

Код показателя оценивания	Оценка			
	«2» (неудовлетв.)	Пороговый уровень освоения	Углубленный уровень освоения	Продвинутый уровень освоения
		«3» (удовлетвор.)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
31	Обучающийся не знает значительной части приемов и методов теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье, интегрирования по Лебегу, теории	Обучающийся имеет знания только основных технических приемов и методов теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье, интегрирования по Лебегу, теории	Теоретическое содержание курса освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их	Обучающейся исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает основные технические приемы и методы теории метрических пространств, банаховых пространств,

	<p>непрерывных линейных функционалов и операторов, теории рядов Фурье, допускает существенные ошибки.</p>	<p>непрерывных линейных функционалов и операторов, теории рядов Фурье, но не усвоил деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки и нарушения логической последовательности и в изложении.</p>	<p>выполнения достаточно высокое. Обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.</p>	<p>гильбертовых пространств и рядов Фурье, интегрирования по Лебегу, теории непрерывных линейных функционалов и операторов, теории рядов Фурье, свободно справляется с задачами; использует в ответе дополнительный материал. Все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. Обучающийся анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.</p>
У1	<p>Не умеет самостоятельно использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач функционального анализа, допускает существенные ошибки, необходимые практические</p>	<p>Частично освоено использование алгоритмических приемов решения стандартных задач функционального анализа. Пробелы не носят существенного характера. Большинство предусмотренных программой заданий</p>	<p>Обучающийся твердо знает алгоритмические приемы решения стандартных задач функционального анализа, грамотно и по существу излагает, не допуская существенных неточностей в решении. Все предусмотренные</p>	<p>Обучающийся глубоко и прочно усвоил алгоритмические приемы решения стандартных задач функционального анализа, исчерпывающе, последовательно, четко и логически</p>

	компетенции не сформированы.	выполнено, но в них имеются ошибки при ответе на поставленный вопрос. Обучающийся допускает неточности в решении.	программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое.	стройно излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал из литературы, правильно обосновывает принятое решение.
Н1	Обучающийся не владеет значительной частью программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические работы, или не выполняет совсем.	Большинство предусмотренных программой заданий по функционального анализа выполнено обучающимся, но в них имеются ошибки, неточности.	Обучающийся владеет необходимыми методами функционального анализа.	Все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.
32	Обучающийся не знает значительной части базовых понятий и теорем теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье,	Обучающийся имеет знания только основных базовых понятий и теорем теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье, интегрирования по	Обучающийся твердо знает базовые понятия и теоремы теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье, интегрирования по Лебегу, теории	Базовые понятия и теоремы теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье, интегрирования по Лебегу, теории

	интегрирования по Лебегу, теории непрерывных линейных функционалов и операторов, теории рядов Фурье, допускает существенные ошибки.	Лебегу, теории непрерывных линейных функционалов и операторов, теории рядов Фурье, но не усвоил деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки.	непрерывных линейных функционалов и операторов, теории рядов Фурье, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.	непрерывных линейных функционалов и операторов, теории рядов Фурье освоены полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал.
У2	Обучающийся не может формализовать задачи функционально-аналитического характера.	Обучающийся в основном может формализовать задачи функционально-аналитического характера, но допускает неточности, недостаточно правильные формулировки	Обучающийся может формализовать задачи функционально-аналитического характера.	Обучающийся может точно формализовать задачи функционально-аналитического характера, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий.
33	Обучающийся не может увязывать теорию с практикой.	Обучающийся имеет знания только по некоторым основным моделям функционального анализа, испытывает затруднения в применении теоретических положений на практике.	Обучающийся правильно применяет модели функционального анализа при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.	Обучающийся глубоко и прочно усвоил основные модели функционального анализа, а также область их практического применения, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами и вопросами.

Н4	Не продемонстрировал навыки самостоятельной работы.	Навыки самостоятельной работы продемонстрированы частично, не все темы изучены полностью.	Навыки самостоятельной работы обучающимся продемонстрированы.	Теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал.
----	-----------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

7.2.3. Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Защиты курсовой работы/проекта

Учебным планом курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены.

7.2.4. Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме зачета

Учебным планом зачет без оценки не предусмотрен.

7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

7.3.1. Текущий контроль

Контролируется посещение лекций и практических занятий, выполнение контрольных и расчетно-графических работ. Может быть использовано компьютерное тестирование.

Контрольная работа «Метрические, нормированные и гильбертовы пространства». (КР 1)

Примерный вариант

1. Решить уравнение методом итерации

$$x(t) = at + b \int_0^1 tsx(s)ds,$$

взяв $x_0(t) = 0$ (предварительно выяснить, при каких « b » метод итерации сходится в $C[0,1]$ $L_2[0,1]$).

2. Принадлежат ли элементы

$$x = \left\{ \frac{1}{2^n} \right\}, y = \left\{ \frac{1}{3^n} \right\} (n = 1, 2, \dots)$$

сфере $S(0, \frac{1}{2})$ с центром в точке $O(0,0, \dots)$ и радиуса 0,5 в пространстве l_2 .

3. Доказать, что множество E на плоскости, заданное системой

$$\begin{cases} x + y > 4 \\ x^2 + y^2 < 81 \end{cases} \quad \text{открыто.}$$

4. Ряд Фурье по ортогональной системе в гильбертовом пространстве. Нахождение элемента наилучшего приближения.

*Контрольная работа «Непрерывные линейные и функционалы и операторы» (КР 2)
Примерный вариант*

1. Доказать, что функционал

$$x = \{\xi_n\}_{n=1}^{\infty} \in l_2 \rightarrow f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi_n}{5^n}$$

является линейным, непрерывным, действующим из l_2 в l_2 . Найти его норму.

2. Исследовать и решить линейное неоднородное интегральное уравнение Фредгольма второго рода

$$x(t) - \mu \int_{-1}^1 (ts - t^2 s^2) x(s) ds = t^2 + t^4.$$

3. Рассмотрим оператор $A: L_2[0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow L_2[0, \frac{\pi}{2}]$, $Ax(t) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} K(t, s)x(s)ds$, где

$$K(t, s) = \begin{cases} \sin t \cos s, & \text{если } 0 \leq t \leq s \leq \frac{\pi}{2}, \\ \cos t \sin s, & \text{если } 0 \leq s \leq t \leq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4. Доказать, что A - компактный оператор. Найти его спектр и собственные функции.

*Расчетно – графическая работа (РГР 1)
Примерные задачи*

1. При каких μ интегральное уравнение Фредгольма

$$a) x(t) - \mu \int_0^{\pi} \cos t \sin s x(s) ds = f(t)$$

решается методом последовательных приближений в пространствах $C[0, \pi], L_2[0, \pi]$?

$$b) x(t) - \mu \int_{-1}^1 \sin \pi t e^{2s} x(s) ds = f(t)$$

решается методом последовательных приближений в пространствах $C[-1, 1]$ и $L_2[-1, 1]$?

2. Найти угол между элементами

$$a) x(t) = t, y(t) = e^{-t} \text{ в пространстве } L_2[0, \pi];$$

$$b) x = \left\{ \frac{5}{2^{n-1}} \right\} \text{ и } y = \left\{ \frac{2}{5^{n-1}} \right\} (n = 1, 2, \dots) \text{ в пространстве } l_2.$$

3. Найти расстояние между элементами $x = \left\{ \frac{(-1)^n}{3^n} \right\} (n = 0, 1, 2, \dots)$ и $y = \left\{ \frac{5}{4^n} \right\} (n = 0, 1, 2, \dots)$.

4. Найти норму элемента $x(t) = \frac{t}{e^t}$ в пространствах $L_1[0, 2], L_2[0, 2]$.

5. Методом итерации найти приближенно с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$ единственное решение уравнения

$$x = 1 + \frac{1}{4} \operatorname{arctg} x$$

на промежутке $[0, \sqrt{3}]$, сделав 4 шага итерации (обосновать применимость метода итерации).

6. Метод последовательных приближений в метрическом пространстве. Сжимающие отображения. Теорема Банаха.

7. Линейные нормированные пространства. Банаховы пространства. Определение. Примеры.

Расчетно-графическая работа (РГР 2)

Примерные задачи

1. Рассмотрим оператор $A: L_2[0,1] \rightarrow L_2[0,1]$, $Ax(t) = \int_0^1 K(t,s)x(s)ds$,

$$K(t,s) = \begin{cases} \frac{t(l-s)}{l}, & \text{если } 0 \leq t \leq s \leq l, \\ \frac{s(l-t)}{l}, & \text{если } 0 \leq s \leq t \leq l. \end{cases}$$

Доказать, что A – самосопряженный компактный оператор. Найти его спектр и ортонормированные собственные функции.

2. Решить линейное неоднородное интегральное уравнение Фредгольма второго рода

$$\text{a) } x(t) - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t \cos x(s) ds = 3 \sin t.$$

$$\text{b) } x(t) - 4 \sin^2 t \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(s) ds = 2t - \pi.$$

3. Доказать, что функционал $f(x) = \int_{-1}^1 x(s) ds - 3x(0)$

определен в $C[-1,1]$, линеен, непрерывен, ограничен. Найти его норму.

4. Рассмотрим оператор A , действующий из l_p в l_q ($\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1, 1 < p, q < \infty$):

$$x = \{\xi_k\}_{k=1}^{\infty} \in l_p \rightarrow y = Ax = \{\eta_i\}_{i=1}^{\infty}, \eta_i = \sum_{k=1}^{\infty} a_{i,k} \xi_k \quad (i=1,2,\dots), \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} |a_{i,k}|^q < \infty.$$

Показать, что A – линейный ограниченный оператор и оценить его норму.

5. Показать, что оператор A

$$Ax(t) = \int_0^1 tsx(s) ds$$

действует из $C[a,b]$ в $C[a,b]$, линеен, непрерывен. Найти его норму.

6. Линейные ограниченные операторы в линейном нормированном пространстве. Норма оператора. Обратные операторы. Теорема Банаха об обратном операторе.

7. Вполне непрерывные самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве. Теорема Гильберта-Шмидта.

Контролирующие тесты

Образец:

При решении системы уравнений ищут объединение множеств решений каждого уравнения системы?

- А) нет
- В) да

7.3.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в виде устного экзамена в 1 семестре и зачета с оценкой во втором. Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации в ФГБОУ ВО НИУ «МГСУ».

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Вопросы к экзамену за 4 семестр

1. Неравенства Гельдера и Минковского (интегральные и дискретные).
2. Метрические пространства. Свойства. Сходимость в метрических пространствах.
3. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах и их свойства. Структура открытых и замкнутых множеств на прямой.
4. Полные метрические пространства. Свойства. Примеры полных и неполных метрических пространств. Пополнение метрических пространств.
5. Мера и интеграл Лебега. Пространства Лебега.
6. Сепарабельные метрические пространства. Примеры сепарабельных и несепарабельных метрических пространств.
7. Непрерывные отображения метрических пространств. Неподвижные точки. Понятие о методе последовательных отображений.
8. Принцип сжимающих отображений. Теорема Банаха.
9. Применение принципа сжимающих отображений к приближенному решению нелинейных скалярных уравнений.
10. Применение принципа сжимающих отображений к приближенному решению линейных интегральных уравнений Фредгольма второго рода.
11. Обобщенный принцип сжимающих отображений и применение его к решению интегральных уравнений Вольтерра.
12. Линейные нормированные пространства и их свойства.
13. Линейные пространства со скалярным произведением. Свойства. Гильбертовы пространства.
14. Понятие ортогональности. Свойства. Теорема Реллиха об ортогональном разложении гильбертова пространства. Понятие об элементе наилучшего приближения в гильбертовом пространстве.
15. Ортогональные системы в сепарабельном гильбертовом пространстве. Теорема об ортогонализации.
16. Ряды Фурье в абстрактном гильбертовом пространстве и их свойства. Нахождение элемента наилучшего приближения в гильбертовом пространстве. Понятие о базисе. Существование ортогонального базиса в гильбертовом пространстве.
17. Топологические пространства. Линейные топологические пространства.

Вопросы к экзамену за 5 семестр

1. Непрерывные линейные операторы. Ограниченность. Норма линейного оператора и ее вычисление.

2. Непрерывные линейные функционалы. Норма ограниченного функционала и ее геометрический смысл. Теорема Банаха – Хана в гильбертовых пространствах.
3. Операции над линейными операторами. Алгебра операторов. Обратный оператор и его свойства. Теорема об обратных операторах.
4. Последовательность линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Сходимость последовательности средних Фейера для тригонометрических рядов Фурье.
5. Теорема Рисса об общем виде об общем виде линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
6. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Нахождение собственных значений и собственных функций интегрального оператора Фредгольма. Спектр линейного оператора.
7. Компактность в линейных нормированных пространствах . Критерий компактности. Достаточные условия компактности множества.
8. Компактные операторы в линейных нормированных пространствах и их свойства.
9. Операторы нормального типа: ограниченность, симметричность, компактность.
10. Симметричные компактные операторы в гильбертовых пространствах. Определение.
11. Свойства собственных значений и собственных векторов симметричных компактных операторов в гильбертовом пространстве. Структура спектра. Теорема Гильберта – Шмидта.
12. Решение симметричных интегральных уравнений Фредгольма второго рода с помощью разложения по собственным функциям.
13. Дифференцируемые функционалы и их свойства.
14. Экстремумы дифференцируемых функционалов.
15. Изопериметрическая задача. Условный экстремум.
16. Достаточные условия сильного экстремума.
17. Дифференцируемые функционалы с несколькими неизвестными функциями.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся в ФГБОУ ВО НИУ «МГСУ».

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине. Присутствие посторонних лиц в ходе проведения аттестационных испытаний без разрешения ректора или проректора не допускается (за исключением работников университета, выполняющих контролирующие функции в соответствии со своими должностными обязанностями). В случае отсутствия ведущего преподавателя аттестационные испытания проводятся преподавателем, назначенным письменным распоряжением по кафедре.

Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, имеющие нарушения опорно-двигательного аппарата, допускаются на аттестационные испытания в сопровождении ассистентов-сопровождающих.

Во время аттестационных испытаний обучающиеся могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя, справочной литературой и калькуляторами.

Время подготовки ответа при сдаче зачета/экзамена в устной форме должно составлять не менее 40 минут (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным). Время ответа – не более 15 минут.

При подготовке к устному экзамену экзаменуемый, как правило, ведет записи в листе устного ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается экзаменатору.

При проведении устного экзамена экзаменационный билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.

Экзаменатору предоставляется право задавать обучающимся дополнительные вопросы в рамках программы дисциплины текущего семестра, а также, помимо теоретических вопросов, давать задачи, которые изучались на практических занятиях.

Оценка результатов устного аттестационного испытания объявляется обучающимся в день его проведения.

Результаты выполнения аттестационных испытаний, проводимых в форме компьютерного тестирования, должны быть объявлены обучающимся и выставлены в зачётные книжки не позднее следующего рабочего дня после их проведения.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы, количество страниц	Количество экземпляров в печатных изданиях	Число обучающихся, одновременно изучающих дисциплину (модуль)
1	2	3	4	5
<i>Основная литература:</i>				
		НТБ МГСУ		
1	Функциональный анализ	Элементы теории функций и функционального анализа Колмогоров А.Н., Фомин С.В.–М.: Изд. «Физматлит», 2009г	20	30
2	Функциональный анализ	Функциональный анализ Треногин В.А. М.:Изд. «Физматлит», 2007г	15	30
3	Функциональный анализ	Осиленкер Б.П. Задачи и упражнения по функциональному анализу. (Учебное пособие). М., МГСУ, 2010 г, 144 стр	13	30
<i>Дополнительная литература:</i>				
		НТБ МГСУ		
	Функциональный анализ	Канторович Л.В., Г.П. Акилов. Функциональный анализ – Спб.:Невский диалект, 2002.	200	30
		ЭБС АСВ		
	Функциональный анализ	Садовничий В.А. Теория операторов. –М.: Дрофа,2004.	200	30
	Функциональный анализ	1. Осиленкер Б.П. Ряды Фурье по ортогональным полиномам. М.:МИСИ, 1989.	200	30

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее – сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
«Российское образование» - федеральный портал	http://www.edu.ru/index.php
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru/defaultx.asp?
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Федеральная университетская компьютерная сеть России	http://www.runnet.ru/
Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
Научно-технический журнал по строительству и архитектуре «Вестник МГСУ»	http://www.vestnikmgsu.ru/
Научно-техническая библиотека МГСУ	http://www.mgsu.ru/resources/Biblioteka/
раздел «Кафедры» на официальном сайте МГСУ	http://www.mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Курс по дисциплине предполагает изучение теории на лекционных занятиях. В ходе лекции студент ведет конспект лекций в свободной форме. Рекомендуется использовать тетрадь, разлинованную «в клетку» формата А5-А4, имеющую от 48 до 96 листов. Восприятие информации улучшается при использовании различных способов выделения текста и рисунков: подчеркивание, выделений цветным маркером, отметки на полях. Рекомендуется выбрать единую систему ведения конспекта лекций. Для закрепления знаний после лекции до следующей лекции по предмету (желательно не позднее следующего дня) рекомендуется перечитать лекционный материал и записать вопросы, которые не ясны из прочитанного. По этим вопросам необходимо обратиться к учебному пособию, если в результате работы с учебным пособием остались вопросы - следует обратиться за разъяснениями к лектору. После самостоятельной работы над лекцией, студент должен четко понимать изложенный в ней материал и ориентироваться в нем.

Вопросы, отнесенные на самостоятельное изучение, даются преподавателем в ходе лекций или практических занятий. Студенту рекомендуется:

- 1) Уяснить и записать вопрос;
- 2) Просмотреть рекомендованную литературу и наметить общую структуру изучения вопроса в виде плана или схемы;
- 3) Изучить информацию по вопросу. При изучении рекомендуется вести конспект (возможно, использовать лекционную тетрадь), куда вносится ключевая информация, формулы и рисунки.
- 4) Перечитать сделанные в конспекте записи. Убедиться в ясности изложенного. При необходимости дополнить записи, изучить дополнительные источники. После работы над вопросами для самостоятельного изучения студент должен четко понимать материал по вопросу и ориентироваться в нем. В случае необходимости допускается консультация с преподавателем.

При подготовке к экзамену (зачету) необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

11.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса

Не используются.

11.2. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса

ПО не используется.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю):

Учебные занятия по дисциплине «Функциональный анализ» проводятся в следующих оборудованных учебных кабинетах, оснащенных соответствующим оборудованием и программным обеспечением:

№ п/п	Вид учебного занятия	Наименование оборудования	№ и наименование оборудованных учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий
1	2	3	4
1	Лекция	Стационарные / мобильные (переносные) наборы демонстрационного оборудования	Аудитории / аудитория для проведения занятий лекционного типа в соответствии с перечнем аудиторного фонда
2	Практические занятия	Мобильные (переносные) наборы демонстрационного оборудования	Аудитории / аудитория для проведения занятий семинарского типа в соответствии с перечнем аудиторного фонда

Программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования с учетом рекомендаций примерной основной образовательной программы высшего образования по направлению 01.03.04 «Прикладная математика»