

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Председатель МК

Широкова О.Д. \_\_\_\_\_

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине**

**«Математический анализ»**

Уровень образования

*бакалавриат*

---

Направление подготовки/специальность

01.03.04 Прикладная математика

---

Направленность (профиль)  
программы

Применение математических методов к  
решению инженерных и экономических задач

---

г. Москва  
2015 г.

1. Фонд оценочных средств – неотъемлемая часть нормативно-методического обеспечения системы оценки качества освоения студентами основной профессиональной образовательной программы высшего образования.

2. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Математический анализ» утвержден на заседании кафедры высшей математики.

Протокол № 1 от 31 августа 2015 г. (год начала реализации 2015)

3. Срок действия ФОС: 2015/2016 учебный год.

## 1.

## Структура дисциплины (модуля)

Разделы теоретического обучения

№	Наименование раздела теоретического обучения
1	Введение в математический анализ. Элементы теории множеств и функций
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.
3	Интегральное исчисление функции одной переменной.
4	Функции нескольких переменных. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.
5	Ряды. Гармонический анализ.
6	Интегральное исчисление функции нескольких переменных.
7	Теория поля.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы – освоение компетенций.

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю) – получение знаний, умений, навыков.

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели освоения (показатели достижения результата)	Код по казателя освоения
Способность к самоорганизации и самообразованию.	ОК-7	<b>Знает</b> основные технические приемы и методы, используемые в математическом анализе, такие как основные положения теории пределов и непрерывных функций, теории числовых и функциональных рядов, теории интегралов, зависящих от параметра, теории неявных функций и ее приложение к задачам на условный экстремум, теория поля; основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных.	31
		<b>Умеет</b> определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач; решать основные задачи на вычисление пределов функции, их дифференцирования и интегрирования, на вычисление	У1

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели освоения (показатели достижения результата)	Код по казателя освоения
		интегралов, на разложение функции в ряды; производить оценку качества полученных решений прикладных задач.	
		<b>Имеет</b> навыки в использовании алгоритмических приемов решения стандартных задач и способность геометрического видения формального аппарата дисциплины.	Н1
Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук.	ПК-12	<b>Имеет навыки</b> расширения своих математических знаний по изученной дисциплине.	Н4
Способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовность использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат.	ПК- 9	<b>Знает</b> базовые понятия и теоремы математического анализа.	32
		<b>Умеет</b> формализовать в терминах дисциплины задачи как геометрического, так и аналитического характера и применить изученные методы к решению прикладных задач.	Н2

### 3. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

#### 3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции по ФГОС	Этапы формирования компетенций (разделы теоретического обучения)						
	1	2	3	4	5	6	7
ОК-7	+	+	+	+	+	+	+
ПК-12	+	+	+	+	+	+	+
ПК-9	+	+	+	+	+	+	+

3.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

3.2.1. Описание показателей и форм оценивания компетенций

Код компетенции по ФГОС	Показатели освоения (Код показателя освоения)	Форма оценивания								Обеспеченность оценивания компетенции
		Текущий контроль (1 семестр)						Промежуточная аттестация		
		Контрольная работа 1	Контрольная работа 2			Расчетно-графическая работа 1	Расчетно-графическая работа 2		экзамен	
1	2	3	4			5	6		7	8
ОК-7	31								+	+
	У1	+	+			+	+		+	+
	Н1	+	+			+	+		+	+
ПК-9	32								+	+
	У2	+	+			+	+		+	+
ПК-12	Н4					+	+		+	+
ИТОГО		+	+			+	+		+	+

Код компетенции по ФГОС	Показатели освоения (Код показателя освоения)	Форма оценивания								Обеспеченность оценивания компетенции
		Текущий контроль (2 семестр)						Промежуточная аттестация		
		Контрольная работа 1	Контрольная работа 2			Расчетно-графическая работа 1	Расчетно-графическая работа 2		Зачет	
1	2		4			5	6		7	8
ОК-7	31								+	+
	У1	+	+			+	+		+	+
	Н1	+	+			+	+		+	+
ПК-9	32								+	+
	У2	+	+			+	+		+	+
ПК-12	Н4					+	+		+	+
ИТОГО		+	+			+	+		+	+

Код компетенции по ФГОС	Показатели освоения (Код показателя освоения)	Форма оценивания				Обеспеченность оценивания компетенции
		Текущий контроль (3 семестр)			Промежуточная аттестация	

	освоения)									
		Контрольная работа 1	Контрольная работа 2		Расчетно-графическая работа 1	Расчетно-графическая работа 2	Расчетно-графическая работа 3	Экзамен		
1	2	3	4		5	6	7	8		9
ОК-7	31							+		+
	У1	+	+		+	+	+	+		+
	Н1	+	+		+	+	+	+		+
ПК-9	32							+		+
	У2	+	+			+	+	+		+
ПК-12	Н4					+	+	+		+
ИТОГО		+	+			+	+	+		+

3.2.2. Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Экзамена

Код показателя оценивания	Оценка			
	«2» (неудовлетв.)	Пороговый уровень освоения	Углубленный уровень освоения	Продвинутый уровень освоения
		«3» (удовлетвор.)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
31	Обучающийся не знает значительной части приемов и методов математического анализа, допускает существенные ошибки.	Обучающийся имеет знания только основных технических приемов и методов, но не усвоил деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки и нарушения логической последовательности в изложении.	Теоретическое содержание курса освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в	Обучающийся глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал из литературы, правильно обосновывает принятое решение.

			ответе на вопрос.	
У1	Обучающийся не умеет самостоятельно использовать алгоритмические приёмы решения стандартных задач, допускает существенные ошибки, необходимые практические компетенции не сформированы.	Частично освоено использование алгоритмических приёмов решения стандартных задач. Пробелы не носят существенного характера. Большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки при ответе на поставленный вопрос. Обучающийся допускает неточности в решении.	Обучающийся твердо знает алгоритмические приёмы решения стандартных задач, грамотно и по существу излагает, не допуская существенных неточностей в решении. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое.	Обучающийся глубоко и прочно усвоил алгоритмические приёмы решения стандартных задач, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал из литературы, правильно обосновывает принятое решение.
Н1	Обучающийся не владеет значительной частью программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические работы, или не выполняет совсем.	Большинство предусмотренных программой заданий по изученным модулям выполнено обучающимся, но в них имеются ошибки, неточности.	Обучающийся владеет необходимыми методами изученных модулей.	Все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; обучающийся анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.
32	Обучающийся не знает значительной части базовых понятий и теорем, допускает существенные ошибки.	Обучающийся имеет знания только основных базовых понятий и теорем, но не усвоил деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки.	Обучающийся твердо знает базовые понятия и теоремы, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.	Базовые понятия и теоремы освоены полностью, без пробелов; обучающийся исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал.
У2	Обучающийся не может	Обучающийся в основном может	Обучающийся может	Обучающийся может точно формализовать

	формализовать задачи геометрического и физического характера.	формализовать задачи геометрического, физического характера, но допускает неточности, недостаточно правильные формулировки.	формализовать задачи геометрического и физического характера.	задачи геометрического и физического характера, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий.
Н4	Обучающийся не продемонстрировал навыки самостоятельной работы.	Навыки самостоятельной работы продемонстрированы частично, не все темы изучены полностью.	Навыки самостоятельной работы обучающимся продемонстрированы.	Теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал.

3.2.3. *Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Защиты курсовой работы/проекта*

Учебным планом не предусмотрена

3.2.4. *Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Зачета*

Код показателя оценивания	Оценка	
	Не зачтено	Зачтено
З1	Обучающийся не знает значительной части приемов и методов математического анализа, допускает существенные ошибки.	Содержание курса освоено, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
У1	Обучающийся не умеет самостоятельно использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач, допускает существенные ошибки, необходимые практические навыки не сформированы.	Обучающийся твердо знает алгоритмические приемы решения стандартных задач, грамотно и по существу их излагает, не допуская существенных неточностей в решении. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое.
Н1	Обучающийся не владеет значительной	Обучающийся владеет необходимыми



	частью программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические работы, или не выполняет их совсем.	методами изученных модулей анализирует полученные результаты, проявляет самостоятельность при выполнении заданий.
32	Обучающийся не знает значительной части базовых понятий и теорем, допускает существенные ошибки.	Обучающийся твердо знает базовые понятия и теоремы, грамотно и по существу излагает изученный материал, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
У2	Обучающийся не может формализовать задачи геометрического и физического характера.	Обучающийся может точно формализовать задачи геометрического и физического характера, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий.
Н4	Обучающийся не продемонстрировал навыки самостоятельной работы.	Навыки самостоятельной работы обучающимся продемонстрированы.

3.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

#### 3.3.1. Текущий контроль

Контролируется посещение лекций и практических занятий, Выполнение контрольных и расчетно-графических работ. Может быть использовано компьютерное тестирование.

##### Контрольные работы (КР)

КР1 «Предел и непрерывность функции одной переменной»(1 семестр)

КР2 «Производная и ее приложения»(1 семестр)

КР1 «Неопределенный интеграл»(2 семестр)

КР2 «Определенный интеграл и его приложения»(2 семестр)

КР1 «Ряды. Гармонический анализ»(ч.1 и 2) (3 семестр)

КР2 «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы и их приложения» (3 семестр)

КР№1 «Предел и непрерывность функции одной переменной»(1 семестр).

Примерный вариант.

Вычислить

$$1. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2x}}{x + 1}$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3 + 5x + 2}}{4x + 5}$$

$$3. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 5x - 6}$$

$$4. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2x}}{x + 1}$$

$$5. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3 + 5x + 2}}{4x + 5}$$

6.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 5x - 6}$
7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin(\frac{\pi}{2} - 3x)}{x \operatorname{ctg}^2 3x}$
8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \sin 3x)}{e^{3x} - 1}$
9.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{3x^2 + 1}{4x^2 - x + 2}\right)^{3x}$
10.  $\lim_{x \rightarrow 2-0} (9 - 4x)^{\frac{1}{2-x}}$

11. Исследовать на непрерывность и сделать схематический чертеж графика функции в окрестности точки разрыва

$$f(x) = \frac{1}{e^x - 1}.$$

*Контрольная работа №2 «Производная и ее приложения» (1-ый семестр)  
Примерный вариант.*

I. Найти производную:

- 1)  $y = 2^{\arccos \frac{2}{x^2 + 1}}$
- 2)  $y = \operatorname{ctg}^7(\sqrt{3x + 1} + e^{x-4}) + e^2$
- 3)  $y = \frac{e^4 - 5^{-x}}{\sqrt{x^4 + 7x}}$
- 4)  $y = (1 + x^2)^{\arccos x^3}$

Найти угловой коэффициент касательной к кривой

$$x = e^{-t} \sin t, \quad y = e^{\sqrt{-t}} \cos t$$

в точке, соответствующей параметру  $t = 0$ .

II. Вычислить производную неявной функции  $y^3 + 2^{\frac{x}{y}} = x$ .

III. Найти угол, под которым пересекаются параболы  $y = (x - 2)^2$  и  $y = -4 + 6x - x^2$

IV. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a^x}{x^2} (a > 1)$ .

*Контрольная работа «Неопределенный интеграл» (2 семестр)  
Примерный вариант.*

Вычислить

1.  $\int \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{1 + x^2} dx$

2.  $\int \frac{dx}{x^3 + 8x^2}$

3.  $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$

$$4. \int \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} dx$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$$

$$6. \int \frac{1-3x}{\sqrt{1-x-x^2}} dx$$

$$7. \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx$$

$$8. \int \frac{dx}{\sin^6 x}$$

$$9. \int (2 - 3x) \sin x dx$$

$$10. \int \cos 5x \sin 4x dx$$

$$11. \int \frac{dx}{\sin^2 x + 5 \cos^2 x}$$

*Контрольная работа №1 «Определенный интеграл и его приложения» (2 семестр).*

*Примерный вариант.*

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 4 - x^2$ .

2. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  дуги цепной линии  $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$  между точками  $x = -1$  и  $x = 1$ .

3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги полукубической параболы

$$y = t^2, \quad x = \frac{t^3}{3} \quad (0 \leq t \leq \sqrt[3]{3})$$

вокруг оси  $Ox$ .

4. Найти длину кривой, заданной уравнением  $r = a \cos^{\frac{3}{2}} \varphi$ .

5. Найти массу участка кривой  $L: y = e^x, x \in [0, 1]$ , если плотность равна  $\rho = 2y^2$ .

6. Вычислить или доказать расходимость

а)

*Контрольная работа №1 «Ряды. Гармонический анализ» (часть 1)*

*(3 семестр.)*

*Примерный вариант.*

1. Исследовать сходимость числовых рядов

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{-n^2}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n+3)}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$ .

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^{n^4} \sqrt{(n+2)^3}}{(n+1)!}.$$

3. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x+5)^n}{n^2 \ln n}.$$

4. Разложить в ряд Тейлора по степеням  $(x+4)$  и указать область сходимости

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}.$$

5. С помощью разложения подынтегральной функции в ряд вычислить

$$\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx.$$

*Контрольная работа №1 «Ряды. Гармонический анализ» (часть 2) (3 семестр).*

*Примерный вариант.*

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию и найти сумму полученного ряда

2. Разложить в ряд Фурье по косинусам и найти сумму полученного ряда

$$f(x) = \begin{cases} -3, & 0 < x < 1; \\ 2x - 3, & 1 < x < 3. \end{cases}$$

3. Найти синус-преобразование Фурье

$$f(x) = \begin{cases} 3 \sin x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4. Тригонометрический ряд Фурье периодических функций произвольного периода. Формулировка достаточных условий сходимости.

*Теоретические вопросы по теме «Гармонический анализ» (часть 2).*

1. Ряды Фурье периодических функций с периодом  $T = 2\pi$ . Ряды Фурье четных и нечетных функций. Сформулировать достаточные условия сходимости.

2. Ряды Фурье периодических функций с периодом  $T = 2l$ . Ряды Фурье четных и нечетных функций. Сформулировать достаточные условия сходимости.

3. Ортогональные системы. Ряды Фурье по ортогональным системам функций. Формулировка теоремы о единственности ряда Фурье.

4. Экстремальное свойство частичных сумм ряда Фурье по ортогональной системе функций. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.

5. Экстремальное свойство частичных сумм ряда Фурье по тригонометрической системе. Неравенство Бесселя. Равенство Парсевала. Теорема о сходимости в среднем ряда Фурье.

6. Представление функции интегралом Фурье. Формулировка теоремы о представлении функции. Косинус и синус – интегралы (преобразования Фурье).

*Контрольная работа №2 «Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы и их приложения» (3 семестр)*

*Примерный вариант.*

1. Найти массу линии  $r = 2\cos^3 \frac{\varphi}{3}$ , если плотность  $\rho = \sin \frac{\varphi}{3}$ ,  $\varphi \in [0, \frac{3\pi}{2}]$ .

2. Найти момент инерции  $J_0$  плоской области, ограниченной линиями  $x^2 + y^2 = 9$  и  $x^2 + y^2 = 16$ , если плотность  $\rho = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ .

3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9, \quad z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}.$$

4. Найти площадь части поверхности  $x^2 + y^2 = 1$ , вырезанной поверхностями  $z = 5x^2 + y^2, z = 0$ .

5. Вычислить, применяя формулу Грина, криволинейный интеграл  $\oint_{\Gamma} (-x^2 y) dx + x y^2 dy$

где  $\Gamma$  – окружность  $x^2 + y^2 = a^2$ , пробегаемая в положительном направлении.

*ДЗ «Функции нескольких переменных» (2 семестр).*

*Примерный вариант.*

1) Привести уравнение второго порядка к каноническому виду с помощью выделения полных квадратов. Построить кривую

$$9x^2 - 4y^2 - 126x + 32y + 341 = 0.$$

2) Привести к каноническому виду уравнение поверхности второго порядка.

Указать тип поверхности

$$4x^2 - y^2 - 4x + 4y + z - 3 = 0.$$

3) Найти область определения функции.

$$z = \sqrt{x + y - 1} (\ln x + \ln y).$$

4) Вычислить частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  функции

$$z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2}).$$

5) Вычислить производную  $\frac{dz}{dx}$  сложной функции

$$z = x^y, \text{ где } y = x\sqrt{x^2 + 1}.$$

6) К поверхности  $S$  провести касательную плоскость, перпендикулярную данной прямой  $l$ :

$$S: z = 3(xy - y_x - 1), l: \frac{x-2}{9} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{-1}.$$

7) Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 + xy + y^2 + x + y + 1$ .

8) Найти производную функции  $u = xyz$  в точке  $A(5, 1, 2)$  в направлении вектора  $\overline{AB}$ , где  $B(9, 4, 14)$ .

*ДЗ «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы и их применение»*

*Примерный вариант.*

1) Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями  $y = 9 - x^2$ ,  $y = 0$ , если плотность  $\rho = 2y + x^2$ .

2) Найти площадь плоской области, ограниченной линиями:  $r = 2 - \cos\varphi$ ,  $r = \cos\varphi$ ,  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ .

3) Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $x^2 + y^2 = 2$ ,  $z = 2x$ ,  $y = 0$ .

4) Найти объем тела, ограниченного поверхностями:  $z = (x - 1)^2 + y^2$ ,  $z = 1$ .

5) Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями  $y = \sqrt{x}$ ,  $x^2 + y^2 = 2$ ,  $z = 2x$ ,  $z = 0$ ,  $y = 0$ .

6) Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y = \frac{\ln x}{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x \in [1, e]$  вокруг оси  $Ox$ .

7) Найти площадь части поверхности  $x^2 + y^2 = 4$ , вырезанной поверхностями  $z = 9 - x^2$ ,  $z = 0$ .

8) Найти  $M_x$  плоской области, ограниченной линиями  $y = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$ ,  $y = 0$ , если  $\rho = 2$ .

9) Найти  $M_{xy}$  участка поверхности  $2z = 8 - x^2 - y^2$ , ограниченного плоскостью  $z = 0$ , если плотность  $\rho = \frac{1}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$ .

*Компьютерный тест №1.*

*Примерный вариант*

Функции 1)  $y = x^4 - 2x^2$  и  $4y = \frac{a^x - a^{-x}}{2}$

- 1-четная, 2-нечетная;
- обе – четные;
- обе – нечетные;
- обе функции не являются ни четными ни нечетными.

*Компьютерный тест №2.*

*Примерный вариант.*

Вторая производная функции  $y = e^{2x}$  в точке  $x = 0$  равна

- 4;
- 2;
- 1;
- не существует.

Компьютерный тест №3.

Примерный вариант.

Дифференциал функции  $y = \operatorname{tg}^2 x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{4}$  равен

- a). 4;
- b). 2;
- c). 1;
- d). -2.

Компьютерный тест №4.

Примерный вариант.

Определённый интеграл  $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx$  равен

- a).  $7 + 2\ln 2$ ;
- b). 7;
- c).  $2\ln 2$ ;
- d). 1.

РГР1 «Предел и непрерывность функции одной переменной» (1 семестр).

Примерный вариант.

1) Какие из следующих функций являются ограниченными, периодическими, монотонными:

$$\sin 3x, \operatorname{tg} 2x, e^{-x};$$

2) Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27x^3 + 3x + 2}}{5x + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 5x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2x}}{x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 8x\right)}{x \operatorname{tg}^2 5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 5x)}{e^{4x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( \frac{2x^3 + 1}{3x^3 - x + 2} \right)^{5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-0} (7 - 3x)^{\frac{1}{2-x}}$$

2. Исследовать на непрерывность следующие функции

$$y = [x]$$

$$y = \frac{\sin 2x}{3x}$$

$$y = \frac{2}{5x-1}$$

Используя определение производной, найти  $f'(x)$  для функции  $f(x) = e^{\frac{x}{2}}$ .

1) Найти производные следующих функций:

2.1  $y = \frac{1+3\sqrt[3]{x}}{2} - \frac{1}{3x^3} + 2x^5$ .

2.2  $y = \frac{x^2-x+3}{e^x}$ .

2.3  $y = (3x+7)\ln x - 2\ln 4$ .

2.4  $y = \frac{3\sin x + 4}{4\cos x - 3}$ .

2.5  $y = e^x \operatorname{tg} x - \sqrt{e}$ .

2.6  $y = 5 \operatorname{arcc} \operatorname{th} x + 3 \operatorname{arctg} x$ .

2.7  $y = (1-x) \operatorname{arcc} \cos x - \operatorname{arcc} \cos 0,1$ .

2.8  $y = \frac{3^x}{2-3^x}$ .

2.9  $y = \sqrt[3]{\sin x}$ .

2.10  $y = \frac{1-3x}{\ln(1-3x)}$ .

2.11  $y = \sqrt{e^{2x} - 1}$ .

2.12  $y = \frac{\cos^2 x}{1+\operatorname{tg} x}$ .

2.13  $y = \sqrt[3]{x} \operatorname{arcsin} \sqrt{x+1}$ .

2.14  $y = 3 \operatorname{arcc} \operatorname{rg}^2 \frac{1}{x}$ .

2.15  $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = \frac{1}{2} t^2. \end{cases}$

2.16  $\operatorname{tgy} = (x^2 + 2)y$ .

2.17  $y = (1 - \sqrt[3]{x})^{\sqrt[3]{x}}$ .

2) Написать уравнения касательной и нормали к кривой  $x + 5 = 2y^2$  в точке  $M_0(3; -2)$ . Сделать чертеж.

3) Написать уравнение одной из касательных к кривой  $y = \operatorname{arctg} x$ , зная, что эта касательная перпендикулярна прямой  $y + 4x = 2$ .

4) Закон движения материальной точки:  $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$

Показать, что при  $t = \frac{2\pi}{3}$  траектория движения пересекает прямую  $y = -\sqrt{3}(x - \frac{2\pi}{3})$  и найти угол между траекторией и прямой.

5) Закон прямолинейного движения точки:

$$S = \begin{cases} 3t^2 - 2t^3, & t \in [0; 1], \\ 1, & t \in (1; 4], \\ 1 + (t + 4)^2, & t \in (4, 5], \end{cases}$$

где  $S$  – путь в метрах,  $t$  – время в секундах.

Построить график функции  $S=S(t)$ .

Найти: а). Зависимость скорости движения от времени и построить график этой зависимости.

б). Скорость движения в моменты  $t_1=4c, t_2=5c$ .

в). Средняя скорость на интервале  $t \in [4, 5]$ .

г). Интервал времени, в течение которого точка находилась в покое.

д). Момент времени, когда точка имела наибольшую скорость.

б) Найти дифференциалы:

$d(\cos \ln^2 x), d(\frac{1}{e^x-1}), d(\sqrt{x^4+1})$ .



- 1)  $y = \frac{(x+1)^2}{x^8}$ .
- 2)  $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$ .
- 3)  $y = (1-x) * e^{-2x}$ .
- 4)  $y = \frac{x}{\ln x}$ .

РГР1 (часть 1) «Неопределенный интеграл» (2 семестр).  
Примерный вариант.

1)  $\int (x^3 - 3^x + \frac{\sqrt{2}}{x}) dx$

2)  $\int (\pi \cos x - \frac{1}{\cos^2 x} + 10) dx$

3)  $\int (\sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x^3}}) dx$ ,

4)  $\int (x^3 \sqrt{x} + \frac{3\sqrt{x}}{x}) dx$ ,

5)  $\int \frac{\sqrt{\pi} - \sin x}{\sin^2 x} dx$ ,

6)  $\int \frac{x dx}{x^2 - 3}$ ,

7)  $\int \frac{e^x dx}{1 - e^x}$ ,

8)  $\int \operatorname{tg}(2x - 1) dx$ ,

9)  $\int \frac{x dx}{x^2 + 3}$ ,

10)  $\int \frac{dx}{1 + 9x^2}$ ,

11)  $\int \operatorname{ctg} \frac{x}{7} dx$ ,

12)  $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$ ,

13)  $\int \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}$ ,

14)  $\int \frac{\operatorname{tg} x dx}{\cos^2 x}$ ,

15)  $\int \frac{x^2 dx}{1 + x^6}$ ,

16)  $\int x e^{-2x^2} dx$ ,

17)  $\int \frac{(2x-5) dx}{\sqrt{x^2+x+1}}$ ,

18)  $\int \frac{(4x-3) dx}{x^2-6x+8}$ .

II

1)  $\int (2x + 3) \sin 3x dx$ ,

2)  $\int x^2 e^{-4x} dx$ ,

3)  $\int x \ln x dx$ ,

4)  $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{3} dx$ ,

5)  $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx$ .

III

1)  $\int \sin^2 7x dx$ ,

2)  $\int \cos^5 2x dx$ ,

3)  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$ ,

4)  $\int \cos 7x \sin 3x dx$ ,

5)  $\int \operatorname{ctg}^3 2x dx$ .

IV

1)  $\int \frac{x^3 dx}{x+1}$ ,

2)  $\int \frac{2x^2-1}{x^2+1} dx$ ,

3)  $\int \frac{x^2-9x+16}{(x-3)(x-2)(x-1)} dx$ ,

4)  $\int \frac{3x^2-8x+1}{(x-1)^2(x+1)} dx$ ,

5)  $\int \frac{5x^2-12x+22}{(x-1)(x^2+4)} dx$ ,

6)  $\int \frac{x^3-2x^2+7}{(x^2+3)(x-2)^2} dx$ ,

V

1)  $\int \frac{x+\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x+1}} dx$ ,

2)  $\int \frac{2x+1}{\sqrt{2x+1}-1} dx$ ,

3)  $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x^5}}$ ,

4)  $\int \frac{dx}{2+\sin x + \cos x}$ ,

VI

$$1) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}},$$

$$2) \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{(9+x^2)^7}},$$

$$3) \int \frac{\sqrt{(x^2-4)^5} dx}{x^8},$$

VII

$$1) \int \frac{x^3 dx}{(3x+1)^4},$$

$$2) \int \frac{dx}{(x^2+3x+2)^2},$$

$$3) \int \frac{x+4}{\sqrt{x^2+2x+3}} dx,$$

$$4) \int \sin^2 2x \cos^4 2x dx,$$

$$5) \int \frac{\arctg \frac{x}{2}}{x^2} dx.$$

РГР1 (часть 2), (2 семестр) «Определенный интеграл и его приложения».

Примерный вариант.

1) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$xy = 12, y = 0, x = 1, x = e^2.$$

2) Найти длину участка кривой

$$x = \text{const}, y = 1 + \sin t, z = \frac{\pi}{2} - t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

3) Найти массу участка кривой  $y = 4\sqrt{x-2}$ ,  $x \in [3,6]$ , если плотность  $\rho = 2y\sqrt{x+2}$ .

4) Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси Oх дуги

$$\text{цепной линии } y = \frac{1}{2}(e^{2x} + e^{-2x}) \text{ между точками } x=-2 \text{ и } x=2$$

5) Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги полукубической параболы

$$y = t^2, x = \frac{t^3}{5} \quad (0 \leq t \leq \sqrt[3]{5}).$$

б) Вычислить или доказать расходимость

$$a) \int_0^{\ln 3} \sqrt{e^x - 1} dx; \quad b) \int_1^3 \ln^4 x dx; \quad c) \int_0^2 \frac{dx}{8-x^3}; \quad d) \int_0^{+\infty} e^{-4x} dx.$$

РГР1, ч.1, (3 семестр) «Числовые и степенные ряды. Ряды Фурье».

Примерный вариант.

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью достаточного признака расходимости и признаков сравнения:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi}{10n}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n}}$$

$$* 3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right)$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{n\sqrt{n^4+2}}$$

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью признака Даламбера, радикального или интегрального признаков Коши:

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-3}{\sqrt{n3^n}}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\operatorname{arctg} n}}{1+n^2}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{3n+1} \right)^{2n}$$

Исследовать на условную и абсолютную сходимость следующие знакпеременные ряды:

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n (2n)!}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right)}{\sqrt{2n+3}}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n+3)}{n^4 \sqrt{2n+3}}$$

Найти интервал сходимости степенного ряда, исследовать поведение ряда на концах интервала сходимости:

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+3) \ln(n+4)}$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-x)^{2n}}{3n+2}$$

Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$  с помощью известных рядов Маклорена и указать область сходимости полученного ряда к порождающей функции:

$$13. f(x) = \cos^2 x; \quad x_0 = 0$$

$$14. f(x) = \sqrt{x}; \quad x_0 = 2$$

Вычислить приближенно сумму ряда с точностью до 0,01 оценить остаток с помощью интегрального признака сходимости:

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3 + 10n}{(n^4 + 5n^2 + 6)^2}$$

Вычислить приближенно значение интеграла с точностью до 0,0001

$$16. \int_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^5}$$

Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям:

$$17. y'' = x + y \cos y'; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = \frac{\pi}{3}.$$

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$ , заданную на промежутке  $(-\pi, \pi)$  выражением  $f(x) = x^2$ .

2. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$ , заданную на промежутке

$$(-2, 2) \text{ выражением } f(x) = -2x + 3, T = 4.$$

3. Разложить в ряд Фурье по синусам функцию  $f(x)$ , заданную на промежутке  $(0, \pi)$  выражением  $f(x) = x - \frac{\pi}{4}$

4. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию и найти сумму полученного ряда

$$f(x) = x(\pi - x) \quad (-\pi < x < \pi).$$

5. Разложить в ряд Фурье по косинусам и найти сумму полученного ряда

$$f(x) = \begin{cases} -3, & 0 < x < 1; \\ 2x - 3, & 1 < x < 3. \end{cases}$$

6. Найти синус-преобразование Фурье

$$f(x) = \begin{cases} 3 \sin x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

РГР №2 по теме «Теория поля» (3 семестр)

Примерный вариант.

Задача № 1. Замкнутая поверхность  $G$ , ориентированная, как на рис. 1, состоит

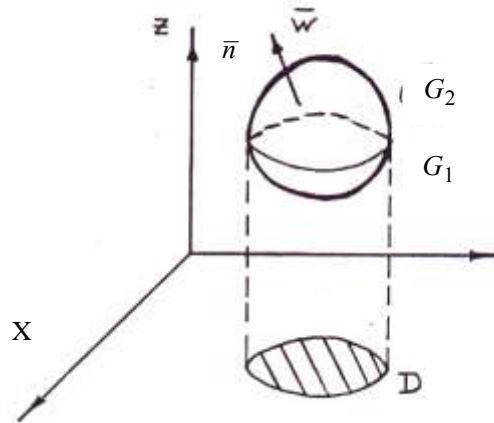


рис. 1

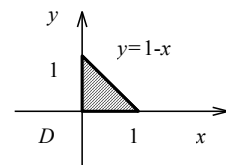
из нижней части  $G_1 : z = f_1(x, y)$ ,  $(x, y) \in D$  и верхней части  $G_2 : z = f_2(x, y)$ ,  $(x, y) \in D$ .

Для заданного векторного поля  $\vec{a} = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$  найти поток  $\Pi_G(\vec{a})$  через поверхность  $G$  двумя способами: 1) как сумму  $\Pi_G(\vec{a}) = \Pi_{G_1}(\vec{a}) + \Pi_{G_2}(\vec{a})$ , где потоки  $\Pi_{G_1}(\vec{a}), \Pi_{G_2}(\vec{a})$  вычисляются с помощью поверхностного интеграла второго рода; 2) с помощью формулы Остроградского-Гаусса. Кроме того, вычислить интенсивность источника (стока) в заданной точке  $M$ .

$$G_1 : z = 0$$

$$G_2 : z = xy(1 - x - y)$$

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad M(1, 1, 1)$$



**Задача № 2.** Двумя способами (непосредственно и с помощью формулы Стокса) найти циркуляцию вектора  $\vec{a}$  вдоль линии пересечения поверхности  $S$  с плоскостями координат ( $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ ).

$$\vec{a} = (z - y)\vec{i} + (2x + y)\vec{j}$$

$$S : 12x^2 = 24 - 3y - 4z$$

**Задача № 3.** Найти значения параметров  $a, b, d$ , при которых векторное поле  $\vec{c}$  будет а) соленоидальным, б) потенциальным, в) гармоническим.

$$\bar{c} = (a^2x + by + (2d + 1)z)\bar{i} + (dx + ay)\bar{j} + bx\bar{k}$$

### 3.3.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в виде устного экзамена в первом и третьем семестрах и устного зачета во втором. Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации в ФГБОУ ВПО «МГСУ».

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины:

*Экзаменационные вопросы, 1 курс, 1 семестр*

1. Множества. Подмножества. Операции над множествами и их свойства.
2. Конечные и бесконечные множества. Эквивалентные множества. Счетные множества и их свойства. Счетность множества рациональных чисел.
3. Несчетные множества. Континуум. Несчетность множества всех вещественных чисел интервала  $(0, 1)$ .
4. Принцип вложенных отрезков. Теорема о системе вложенных отрезков, длина которых стремится к нулю.
5. Верхние и нижние грани множеств. Теорема о существовании граней ограниченных множеств.
6. Предел последовательности. Определение и свойства. Арифметические операции над пределами. Свойства сходящихся последовательностей.
7. Теорема о пределе монотонной последовательности.
8. Теорема Больцано – Вейерштрасса о сходящейся подпоследовательности.
9. Критерий Коши существования предела последовательности (Принцип сходимости).
10. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности и их свойства.
11. Функция. Способы задания функции. Элементарные функции и их классификация.
12. Два определения предела функции и их эквивалентность. Геометрическая интерпретация. Односторонние пределы. Лемма о сохранении знака. Теорема о пределе сложной функции. Свойства пределов функции.
13. Первый и второй замечательные пределы.
13. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства.
14. Сравнение функций. Эквивалентные функции и их свойства. Таблица эквивалентных бесконечно малых при  $x \rightarrow 0$  (с выводом).
15. Теорема о пределе монотонных функций.
16. Определения непрерывности функции в точке и их эквивалентность. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных в точке.
17. Первая теорема Вейерштрасса об ограниченности функции, непрерывной на замкнутом промежутке.
18. Вторая теорема Вейерштрасса о достижении экстремальных значений функции, непрерывной на замкнутом промежутке.
19. Теорема Коши о промежуточных значениях функций, непрерывных на замкнутом промежутке.
20. Непрерывность сложной и обратной функций.
21. Непрерывность основных элементарных функций. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции на отрезке.
22. Определение производной и односторонней производной. Геометрический и механический смысл производной.
23. Связь непрерывности и дифференцируемости функции в точке. Примеры.
24. Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции.

25. Обратная функция. Теорема о производной обратной функции. Геометрическая интерпретация.
26. Параметрическое задание функции. Теорема о дифференцировании функции, заданной параметрически.
27. Вывод формул для производной функций:  $x^\alpha$ ,  $\sin x$ ,  $a^x$ ,  $\log_a x$ ,  $\arcsin x$ ,  $\operatorname{arctg} x$ .
28. Определения дифференцируемости функции в точке, их эквивалентность. Дифференциал и его геометрический смысл. Инвариантность формы.
29. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной.
30. Теорема Ферма. Геометрический смысл.
31. Теорема Ролля. Геометрический смысл.
32. Теорема Лагранжа. Геометрический смысл.
33. Теорема Коши.
34. Доказательство правила Лопиталя для раскрытия неопределенности  $\left[\frac{0}{0}\right]$  и  $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ .
35. Доказательство формулы Тейлора. Примеры представления элементарных функций с помощью формулы Маклорена.
36. Вывод формулы для остаточного члена формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.
37. Условия постоянства и монотонности функции на промежутке.
38. Определение точек минимума и максимума. Экстремум. Доказательство необходимого условия экстремума.
39. Доказательство первого и второго достаточного условий экстремума.
40. Определение выпуклости вверх и вниз функции в интервале. Доказательство достаточного признака выпуклости вверх и вниз.
41. Определение точки перегиба функции. Доказательство необходимого признака точки перегиба. Доказательство достаточного условия точки перегиба.
42. Асимптоты функции. Определение. Нахождение вертикальных, горизонтальных и наклонных асимптот. Примеры.
43. Кривая на плоскости. Длина дуги, ее производная. Нахождение дифференциала длины дуги в случае явного задания уравнения кривой в декартовой системе координат, параметрического и в полярной системе координат. Характеристический треугольник.
44. Кривизна плоской кривой. Определение. Вывод формулы для вычисления кривизны кривой в точке. Формулы для координат центра кривизны. Эволюта и эвольвента кривой.
45. Векторная функция скалярного аргумента. Кривая в пространстве. Годограф. Примеры. Производная векторной функции. Геометрический и механический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к пространственной кривой.
46. Кривизна и кручение пространственной кривой.

#### *Вопросы к зачету, II семестр, I курс*

#### ИНТЕГРАЛ

1. Определение первообразной для функции  $f(x)$ .
2. Определение неопределенного интеграла от функции  $f(x)$ .  $n$ -ая интегральная сумма. Определение определенного интеграла по отрезку  $[a, b]$  от функции  $f(x)$ .
3. Теорема об оценке определенного интеграла. Геометрический смысл.
4. Определение среднего значения функции на отрезке.

5. Теорема о среднем. Геометрический смысл.
6. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
7. Теорема Ньютона-Лейбница.
8. Несобственные интегралы. Признаки сходимости. Вычисление.
9. Интегралы, зависящие от параметра, их свойства и вычисление. Интегралы Эйлера.

#### ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Понятие полной окрестности точки на плоскости.
2. Определение открытой области.
3. Определение замкнутой области (два определения).
4. Определение ограниченной области.
5. Определение функции двух переменных  $x$  и  $y$ . Область определения функции.
6. Полное и частное приращения функции двух переменных.
7. Предел функции нескольких переменных.
8. Частная производная и ее геометрический смысл
9. Производная по направлению и градиент скалярного поля. Определение. Вычисление.
10. Определение функции двух переменных, непрерывной в точке.
11. Определение функции, непрерывной в открытой области.
12. Определение функции, непрерывной в замкнутой области.
13. Теоремы о свойствах функции, непрерывной в замкнутой ограниченной области.
14. Определение функции, дифференцируемой в точке. Полный дифференциал функции.
15. Определения точек минимума и максимума функции двух переменных.
16. Необходимое и достаточное условия экстремума.
17. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.

#### *Экзаменационные вопросы, 3 семестр, II курс*

### ЧИСЛОВЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ. РЯДЫ ТЕЙЛОРА.

#### Числовые ряды

1. Определение ряда. Сходимость. Сумма ряда. Примеры. Необходимый признак сходимости ряда. Гармонический ряд.
2. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: критерий сходимости, признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши-Маклорена. Исследование сходимости обобщенного гармонического ряда.
3. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница.
4. Абсолютная и условная сходимости.
5. Двойные числовые ряды.

#### Функциональные ряды

1. Область сходимости. Поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов. Примеры.
2. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы, почленное дифференцирование и интегрирование.
3. Степенные ряды. Теорема Абеля. Область сходимости степенных рядов. Примеры. Свойства степенных рядов: непрерывность суммы, почленное дифференцирование и интегрирование.
4. Ряды Тейлора. Критерий сходимости. Формула Лагранжа остаточного члена. Достаточное условие сходимости ряда Тейлора к порождающей его функции.
5. Разложение в ряд Маклорена классических элементарных функций: показательной, тригонометрических, биномиальный ряд (без исследования остаточного члена), логарифмический ряд.
6. Приложения к приближенному вычислению значений функции и определенных интегралов. Примеры.
7. Ортогональные системы. Примеры. Ряды Фурье по общим ортогональным системам.

8. Определение тригонометрического ряда Фурье. Достаточные условия сходимости ряда Фурье: признак Дирихле, признак Дини – Липшица.
9. Ряды Фурье четных и нечетных функций. Ряды Фурье периодических функций с произвольным периодом.
10. Экстремальные свойства частичных сумм ортогонального ряда Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Полнота и замкнутость ортогональных систем.
11. Равномерная аппроксимация непрерывных функций многочленами (теоремы Вейерштрасса).
12. Интеграл Фурье как предельный случай ряда Фурье. Косинус и синус-интегралы Фурье. Примеры. Достаточные условия сходимости интеграла Фурье. Преобразование Фурье и его свойства.

#### ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Двойной интеграл. Определение. Свойства. Верхняя и нижняя суммы Дарбу. Теорема о существовании двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла.
2. Теоремы об оценке и о среднем. Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах. Приложения двойных интегралов в механике.
3. Криволинейные интегралы. Определение криволинейного интеграла первого рода. Свойства. Вычисление. Геометрический смысл. Приложения.
4. Определение криволинейного интеграла второго рода. Свойства. Физический смысл. Связь между криволинейными интегралами первого и второго родов.
5. Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Нахождение функции двух переменных по ее полному дифференциалу. Потенциал и его вычисление. Нахождение работы при движении материальной точки. Циркуляция.
6. Тройной интеграл. Определение. Свойства. Геометрический смысл. Теоремы об оценке и о среднем. Вычисление тройного интеграла. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Приложения тройного интеграла.
7. Понятие об  $n$ -кратном интеграле, его свойствах и вычислении.
8. Поверхностные интегралы первого рода. Определение поверхностного интеграла первого рода. Определение. Свойства. Вычисление поверхностного интеграла первого рода. Приложения.
9. Ориентированные поверхности. Определение поверхностного интеграла второго рода. Свойства. Вычисление. Связь между поверхностными интегралами первого и второго родов.
10. Теорема Остроградского – Гаусса. Теорема Стокса.
11. Скалярные и векторные поля. Определения и примеры. Циркуляция векторного поля вдоль кривой. Поток векторного поля через поверхность. Векторная форма теоремы Остроградского – Гаусса. Дивергенция векторного поля и ее физический смысл.
12. Ротор векторного поля и его физический смысл. Векторная форма теоремы Стокса. Независимость криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования в пространстве.
13. Потенциальные поля и их свойства.
14. Соленоидальные поля и их свойства. Условие соленоидальности.
15. Оператор Гамильтона и его применения.

3.4. *Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций*

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся в ФГБОУ НИУ «МГСУ».



Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине. Присутствие посторонних лиц в ходе проведения аттестационных испытаний без разрешения ректора или проректора не допускается (за исключением работников университета, выполняющих контролирующие функции в соответствии со своими должностными обязанностями). В случае отсутствия ведущего преподавателя аттестационные испытания проводятся преподавателем, назначенным письменным распоряжением по кафедре.

Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, имеющие нарушения опорно-двигательного аппарата, допускаются на аттестационные испытания в сопровождении ассистентов-сопровождающих.

Во время аттестационных испытаний обучающиеся могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя, справочной литературой и калькуляторами.

Время подготовки ответа при сдаче зачета/экзамена в устной форме должно составлять не менее 40 минут (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным). Время ответа – не более 15 минут.

При подготовке к устному экзамену экзаменуемый, как правило, ведет записи в листе устного ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается экзаменатору.

При проведении устного экзамена экзаменационный билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.

Экзаменатору предоставляется право задавать обучающимся дополнительные вопросы в рамках программы дисциплины текущего семестра, а также, помимо теоретических вопросов, давать задачи, которые изучались на практических занятиях.

Оценка результатов устного аттестационного испытания объявляется обучающимся в день его проведения.

Результаты выполнения аттестационных испытаний, проводимых в форме компьютерного тестирования, должны быть объявлены обучающимся и выставлены в зачётные книжки не позднее следующего рабочего дня после их проведения.

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача вопросов к промежуточной аттестации	1 неделя семестра	На лекциях, по интернет и др.	Ведущий преподаватель
Консультации	Последняя неделя семестра, в сессию	На групповой консультации	Ведущий преподаватель
Промежуточная аттестация	В сессию	Письменно, тестирование, устно и др., по билетам, с выдачей задач к билетам	Ведущий преподаватель, комиссия
Формирование оценки	На аттестации	В соответствии с критериями	Ведущий преподаватель, комиссия

#### **4. Фонд оценочных средств для мероприятий текущего контроля обучающихся по дисциплине (модулю)**

*Состав фонда оценочных средств для проведения текущего контроля.*

Фонда оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости включает в себя:

Материалы для проведения текущего контроля успеваемости

**Контрольные работы (КР)**

- КР1 «Предел и непрерывность функции одной переменной»(1 семестр)  
 КР2 «Производная и ее приложения»(1 семестр)  
 КР1 «Неопределенный интеграл»(2 семестр)  
 КР2 «Определенный интеграл и его приложения»(2 семестр)  
 КР1 «Ряды. Гармонический анализ»(ч.1 и 2) (3 семестр)  
 КР2 «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы и их приложения»  
 (3 семестр)

**КР№1 «Предел и непрерывность функции одной переменной»(1 семестр).  
Примерный вариант.**

Вычислить

12.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2x}}{x + 1}$

13.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3 + 5x + 2}}{4x + 5}$

14.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 5x - 6}$

15.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2x}}{x + 1}$

16.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3 + 5x + 2}}{4x + 5}$

17.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 5x - 6}$

18.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)}{x \operatorname{ctg}^2 3x}$

19.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \sin 3x)}{e^{2x} - 1}$

20.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{3x^2 + 1}{4x^2 - x + 2}\right)^{3x}$

21.  $\lim_{x \rightarrow 2-0} (9 - 4x)^{\frac{1}{2-x}}$

22. Исследовать на непрерывность и сделать схематический чертеж графика функции в окрестности точки разрыва

$$f(x) = \frac{1}{e^x - 1}.$$

**Контрольная работа №2 «Производная и ее приложения» (1-ый семестр)  
Примерный вариант.**

V. Найти производную:

5)  $y = 2^{\arccos \frac{2}{x^2 + 1}}$

6)  $y = \operatorname{ctg}^7(\sqrt{3x + 1} + e^{x-4}) + e^2$

7)  $y = \frac{e^4 - 5^{-x}}{\sqrt{x^4 + 7x}}$

$$8) \quad y = (1 + x^2)^{\arccos x^3}$$

Найти угловой коэффициент касательной к кривой

$$x = e^{-t} \sin t, \quad y = e^{\sqrt{-t}} \cos t$$

в точке, соответствующей параметру  $t = 0$ .

VI. Вычислить производную неявной функции  $y^3 + 2^{\frac{x}{y}} = x$ .

VII. Найти угол, под которым пересекаются параболы  $y = (x - 2)^2$  и  $y = -4 + 6x - x^2$

VIII. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a^x}{x^2} (a > 1)$ .

**Контрольная работа «Неопределенный интеграл» (2 семестр)**

**Примерный вариант.**

Вычислить

3.  $\int \frac{\arctg^2 x}{1+x^2} dx$

4.  $\int \frac{dx}{x^3 + 8x^2}$

3.  $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$

4.  $\int \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} dx$

5.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$

6.  $\int \frac{1-3x}{\sqrt{1-x-x^2}} dx$

7.  $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx$

8.  $\int \frac{dx}{\sin^6 x}$

9.  $\int (2 - 3x) \sin x dx$

10.  $\int \cos 5x \sin 4x dx$

11.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x + 5 \cos^2 x}$

**Контрольная работа «Определенный интеграл и его приложения» (2 семестр).**

**Примерный вариант.**

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 4 - x^2$ .

7. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси Oх дуги цепной линии  $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$  между точками  $x = -1$  и  $x = 1$ .

8. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги полукубической параболы

$$y = t^2, \quad x = \frac{t^3}{3} \quad (0 \leq t \leq \sqrt[3]{3})$$

вокруг оси  $Ox$ .

9. Найти длину кривой, заданной уравнением  $r = a \cos^3 \frac{\varphi}{3}$ .

10. Найти массу участка кривой  $L: y = e^x, x \in [0, 1]$ , если плотность равна  $\rho = 2y^2$ .

**Контрольная работа №1 «Ряды. Гармонический анализ» (часть 1)  
(3 семестр.)**

**Примерный вариант.**

3. Исследовать сходимость числовых рядов

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{-n^2}$ ; b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n+3)}$ ; c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$ .

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^{n^4} \sqrt{(n+2)^8}}{(n+1)!}.$$

3. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x+5)^n}{n^2 \ln n}.$$

4. Разложить в ряд Тейлора по степеням  $(x+4)$  и указать область сходимости

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}.$$

5. С помощью разложения подынтегральной функции в ряд вычислить

$$\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx.$$

**Контрольная работа №1 «Ряды. Гармонический анализ» (часть 2) (3 семестр.)**

**Примерный вариант.**

5. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию и найти сумму полученного ряда

6. Разложить в ряд Фурье по косинусам и найти сумму полученного ряда

$$f(x) = \begin{cases} -3, & 0 < x < 1; \\ 2x - 3, & 1 < x < 3. \end{cases}$$

7. Найти синус-преобразование Фурье

$$f(x) = \begin{cases} 3 \sin x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

8. Тригонометрический ряд Фурье периодических функций произвольного периода. Формулировка достаточных условий сходимости.

*Теоретические вопросы по теме «Гармонический анализ» (часть 2).*

7. Ряды Фурье периодических функций с периодом  $T = 2\pi$ . Ряды Фурье четных и нечетных функций. Сформулировать достаточные условия сходимости.

8. Ряды Фурье периодических функций с периодом  $T = 2l$ . Ряды Фурье четных и нечетных функций. Сформулировать достаточные условия сходимости.

9. Ортогональные системы. Ряды Фурье по ортогональным системам функций. Формулировка теоремы о единственности ряда Фурье.

10. Экстремальное свойство частичных сумм ряда Фурье по ортогональной системе функций. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.

11. Экстремальное свойство частичных сумм ряда Фурье по тригонометрической системе. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Теорема о сходимости в среднем ряда Фурье.

12. Представление функции интегралом Фурье. Формулировка теоремы о представлении функции. Косинус и синус – интегралы (преобразования Фурье).

**Контрольная работа №2 «Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы и их приложения» (3 семестр)**

**Примерный вариант.**

6. Найти массу линии  $r = 2\cos^3 \frac{\varphi}{3}$ , если плотность  $\rho = \sin \frac{\varphi}{3}$ ,  $\varphi \in [0, \frac{3\pi}{2}]$ .

7. Найти момент инерции  $J_0$  плоской области, ограниченной линиями  $x^2 + y^2 = 9$  и  $x^2 + y^2 = 16$ , если плотность  $\rho = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ .

8. Найти объём тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9, \quad z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}.$$

9. Найти площадь части поверхности  $x^2 + y^2 = 1$ , вырезанной поверхностями  $z = 5x^2 + y^2, z = 0$ .

10. Вычислить, применяя формулу Грина, криволинейный интеграл  $\oint_{\Gamma} (-x^2 y) dx + x y^2 dy$

где  $\Gamma$  - окружность  $x^2 + y^2 = a^2$ , пробегаемая в положительном направлении.

ДЗ «Функции нескольких переменных» (2 семестр).

Примерный вариант.

1) Привести уравнение второго порядка к каноническому виду с помощью выделения полных квадратов. Построить кривую  $9x^2 - 4y^2 - 126x + 32y + 341 = 0$ .

2) Привести к каноническому виду уравнение поверхности второго порядка. Указать тип поверхности  $4x^2 - y^2 - 4x + 4y + z - 3 = 0$ .

3) Найти область определения функции.

$$z = \sqrt{x + y - 1}(\ln x + \ln y).$$

4) Вычислить частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  функции  $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$ .

5) Вычислить производную  $\frac{dz}{dx}$  сложной функции  $z = x^y$ , где  $y = x\sqrt{x^2 + 1}$ .

6) К поверхности  $S$  провести касательную плоскость, перпендикулярную данной прямой  $l$ :

$$S: z = 3(xy - y_x - 1), l: \frac{x-2}{9} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{-1}.$$

7) Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 + xy + y^2 + x + y + 1.$$

8) Найти производную функции  $u = xyz$  в точке  $A(5, 1, 2)$  в направлении вектора  $\overline{AB}$ , где  $B(9, 4, 14)$ .

ДЗ «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы и их применение»

Примерный вариант.

10) Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями  $y = 9 - x^2$ ,  $y = 0$ , если плотность  $\rho = 2y + x^2$ .

11) Найти площадь плоской области, ограниченной линиями:  $r = 2 - \cos\varphi$ ,  $r = \cos\varphi$ ,  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ .

12) Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $x^2 + y^2 = 2$ ,  $z = 2x$ ,  $y = 0$ .

13) Найти объем тела, ограниченного поверхностями:  $z = (x - 1)^2 + y^2$ ,  $z = 1$ .

14) Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями  $y = \sqrt{x}$ ,  $x^2 + y^2 = 2$ ,  $z = 2x$ ,  $z = 0$ ,  $y = 0$ .

15) Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y = \frac{\ln x}{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x \in [1, e]$  вокруг оси  $OX$ .

16) Найти площадь части поверхности  $x^2 + y^2 = 4$ , вырезанной поверхностями  $z = 9 - x^2$ ,  $z = 0$ .

17) Найти  $M_x$  плоской области, ограниченной линиями

$$y = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}, y = 0, \text{ если } \rho = 2.$$

18) Найти  $M_{xy}$  участка поверхности  $2z = 8 - x^2 - y^2$ , ограниченного плоскостью  $z=0$ , если плотность  $\rho = \frac{1}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$ .

*Компьютерный тест №1.*

*Примерный вариант*

Функции 1)  $y = x^4 - 2x^2$  и  $4y = \frac{a^x - a^{-x}}{2}$

- a). 1-четная, 2-нечетная;
- b). обе – четные;
- c). обе – нечетные;
- d). обе функции не являются ни четными ни нечетными.

*Компьютерный тест №2.*

*Примерный вариант.*

Вторая производная функции  $y = e^{2x}$  в точке  $x = 0$  равна

- a). 4;
- b). 2;
- c). 1;
- d). не существует.

*Компьютерный тест №3.*

*Примерный вариант.*

Дифференциал функции  $y = \operatorname{tg}^2 x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{4}$  равен

- a). 4;
- b). 2;
- c). 1;
- d). -2.

*Компьютерный тест №4.*

*Примерный вариант.*

Определённый интеграл  $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx$  равен

- a).  $7 + 2\ln 2$ ;
- b). 7;
- c).  $2\ln 2$ ;
- d). 1.

### **РГР1 «Предел и непрерывность функции одной переменной»(1 семестр).**

#### **Примерный вариант.**

3) Какие из следующих функций являются ограниченными, периодическими, монотонными:

$\sin 3x, \operatorname{tg} 2x, e^{-x}$ ;

4) Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27x^3 + 3x + 2}}{5x + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 5x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2x}}{x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 8x\right)}{x \operatorname{tg}^2 5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 5x)}{e^{4x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( \frac{2x^3 + 1}{3x^3 - x + 2} \right)^{5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-0} (7 - 3x)^{\frac{1}{2-x}}$$

4. Исследовать на непрерывность следующие функции

$$y = [x]$$

$$y = \frac{\sin 2x}{3x}$$

$$y = \frac{2}{5x-1}$$

**РГР2 (часть 1) «Производная и ее приложения» (1 семестр)**

**Примерный вариант.**

Используя определение производной, найти  $f'(x)$  для функции  $f(x) = e^{\frac{x}{2}}$ .

7) Найти производные следующих функций:

$$2.1 y = \frac{1 + 3\sqrt[3]{x}}{2} - \frac{1}{3x^3} + 2x^5$$

$$2.2 y = \frac{x^2 - x + 3}{e^x}$$

$$2.3 y = (3x + 7) \ln x - 2 \ln 4$$

$$2.4 y = \frac{3 \sin x + 4}{4 \cos x - 3}$$

$$2.5 y = e^x \operatorname{tg} x - \sqrt{e}$$

$$2.6 y = 5 \operatorname{arcc} \operatorname{th} x + 3 \operatorname{arctg} x$$

$$2.7 y = (1 - x) \operatorname{arcc} \cos x - \operatorname{arcc} \cos 0,1$$

$$2.8 y = \frac{3^x}{2 - 3^x}$$

$$2.9 y = \sqrt[3]{\sin x}$$

$$2.10 y = \frac{1 - 3x}{\ln(1 - 3x)}$$

$$2.11 y = \sqrt{e^{2x} - 1}$$

$$2.12 y = \frac{\cos^2 x}{1 + \operatorname{tg} x}$$

$$2.13 y = \sqrt[3]{x} \operatorname{arcsin} \sqrt{x + 1}$$

$$2.14 y = 3 \operatorname{arcc} \operatorname{rg}^2 \frac{1}{x}$$

$$2.15 \begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = \frac{1}{2} t^2. \end{cases}$$

$$2.16 \operatorname{tgy} = (x^2 + 2)y$$

$$2.17 y = (1 - \sqrt[3]{x})^{\sqrt[3]{x}}$$

8) Написать уравнения касательной и нормали к кривой  $x + 5 = 2y^2$  в точке  $M_0(3; -2)$ . Сделать чертеж.

9) Написать уравнение одной из касательных к кривой  $y = \operatorname{arctg} x$ , зная, что эта касательная перпендикулярна прямой  $y + 4x = 2$ .

10) Закон движения материальной точки:  $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$



Показать, что при  $t = \frac{2\pi}{3}$  траектория движения пересекает прямую  $y = -\sqrt{3}(x - \frac{2\pi}{3})$  и найти угол между траекторией и прямой.

11) Закон прямолинейного движения точки:

$$S = \begin{cases} 3t^2 - 2t^3, & t \in [0; 1], \\ 1, & t \in (1; 4], \\ 1 + (t + 4)^2, & t \in (4, 5], \end{cases}$$

где  $S$  – путь в метрах,  $t$  – время в секундах.

Построить график функции  $S=S(t)$ .

Найти: а). Зависимость скорости движения от времени и построить график этой зависимости.

б). Скорость движения в моменты  $t_1=4c$ ,  $t_2=5c$ .

в). Средняя скорость на интервале  $t \in [4, 5]$ .

г). Интервал времени, в течение которого точка находилась в покое.

д). Момент времени, когда точка имела наибольшую скорость.

12) Найти дифференциалы:

$$d(\cos \ln^2 x), d\left(\frac{1}{e^x - 1}\right), d(\sqrt{x^4 + 1}).$$

## РГР2 (часть 2) «Исследование функций и построение графиков».

(1 семестр).

### Примерный вариант.

5)  $y = \frac{(x+1)^2}{x^5}$ .

6)  $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$ .

7)  $y = (1-x) * e^{-2x}$ .

8)  $y = \frac{x}{\ln x}$ .

## РГР1 (часть 1) «Неопределенный интеграл» (2 семестр).

### Примерный вариант.

1)  $\int (x^3 - 3^x + \frac{\sqrt{2}}{x}) dx$

2)  $\int (\pi \cos x - \frac{1}{\cos^2 x} + 10) dx$

3)  $\int (\sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x^3}}) dx$ ,

5)  $\int \frac{\sqrt{\pi} - \sin x}{\sin^2 x} dx$ ,

8)  $\int \operatorname{tg}(2x - 1) dx$ ,

11)  $\int \operatorname{ctg} \frac{x}{7} dx$ ,

14)  $\int \frac{\operatorname{tg} x dx}{\cos^2 x}$ ,

17)  $\int \frac{(2x-5) dx}{\sqrt{x^2+x+1}}$ ,

II

1)  $\int (2x + 3) \sin 3x dx$ ,

4)  $\int (x^3 \sqrt{x} + \frac{\sqrt[3]{x}}{x}) dx$ ,

7)  $\int \frac{e^x dx}{1-e^x}$ ,

10)  $\int \frac{dx}{1+9x^2}$ ,

13)  $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$ ,

16)  $\int x e^{-2x^2} dx$ ,

18)  $\int \frac{(4x-3) dx}{x^2-6x+8}$ .

2)  $\int x^2 e^{-4x} dx$ ,

$$3) \int x \ln x dx, \quad 4) \int \arctg \frac{x}{3} dx, \quad 5) \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx.$$

III

$$1) \int \sin^2 7x dx, \quad 2) \int \cos^5 2x dx, \quad 3) \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx,$$

$$4) \int \cos 7x \sin 3x dx, \quad 5) \int \operatorname{ctg}^3 2x dx.$$

IV

$$1) \int \frac{x^3 dx}{x+1}, \quad 2) \int \frac{2x^2-1}{x^2+1} dx,$$

$$3) \int \frac{x^2-9x+16}{(x-3)(x-2)(x-1)} dx, \quad 4) \int \frac{3x^2-8x+1}{(x-1)^2(x+1)} dx,$$

$$5) \int \frac{5x^2-12x+22}{(x-1)(x^2+4)} dx, \quad 6) \int \frac{x^3-2x^2+7}{(x^2+3)(x-2)^2} dx,$$

V

$$1) \int \frac{x+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} dx, \quad 2) \int \frac{2x+1}{\sqrt{2x+1}-1} dx,$$

$$3) \int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x^5}}, \quad 4) \int \frac{dx}{2+\sin x + \cos x},$$

VI

$$1) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}, \quad 2) \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{(9+x^2)^7}},$$

$$3) \int \frac{\sqrt{(x^2-4)^5} dx}{x^8},$$

VII

$$1) \int \frac{x^3 dx}{(3x+1)^4}, \quad 2) \int \frac{dx}{(x^2+3x+2)^2},$$

$$3) \int \frac{x+4}{\sqrt{x^2+2x+3}} dx, \quad 4) \int \sin^2 2x \cos^4 2x dx,$$

$$5) \int \frac{\arctg \frac{x}{2}}{x^2} dx.$$

**РГР1 (часть 2), (2 семестр) «Определенный интеграл и его приложения».**

**Примерный вариант.**

5) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  
 $xy = 12, y = 0, x = 1, x = e^2$ .

6) Найти длину участка кривой  
 $x = \operatorname{const}, y = 1 + \sin t, z = \frac{\pi}{2} - t, t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ .

7) Найти массу участка кривой  $y = 4\sqrt{x-2}, x \in [3,6]$ , если плотность  $\rho = 2y\sqrt{x+2}$ .

8) Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  дуги цепной линии  $y = \frac{1}{2}(e^{2x} + e^{-2x})$  между точками  $x=-2$  и  $x=2$

5) Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги полукубической параболы

$$y = t^2, \quad x = \frac{t^3}{5} \quad (0 \leq t \leq \sqrt[3]{5}).$$

6) Вычислить или доказать расходимость

b)  $\int_0^{\ln 3} \sqrt{e^x - 1} dx$ ; б)  $\int_1^3 \ln^4 x dx$ ; в)  $\int_0^2 \frac{dx}{8-x^3}$ ; д)  $\int_0^{+\infty} e^{-4x} dx$ .

РГР1, ч.1, (3 семестр) «Числовые и степенные ряды. Ряды Фурье».  
Примерный вариант.

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью достаточного признака расходимости и признаков сравнения:

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi}{10n}$
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n}}$
- \*3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right)$
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{n\sqrt{n^4+2}}$

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами с помощью признака Даламбера, радикального или интегрального признаков Коши:

5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-3}{\sqrt{n3^n}}$
6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\arctg n}}{1+n^2}$
7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1}\right)^{2n}$

Исследовать на условную и абсолютную сходимость следующие знакпеременные ряды:

8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n (2n)!}$
9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right)}{\sqrt{2n+3}}$
10.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n+3)}{n^4 \sqrt{2n+3}}$

Найти интервал сходимости степенного ряда, исследовать поведение ряда на концах интервала сходимости:

11.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+3)\ln(n+4)}$
12.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-x)^{2n}}{3n+2}$

Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$  с помощью известных рядов Маклорена и указать область сходимости полученного ряда к порождающей функции:

$$13. f(x) = \cos^2 x; \quad x_0 = 0$$

$$14. f(x) = \sqrt{x}; \quad x_0 = 2$$

Вычислить приближенно сумму ряда с точностью до 0,01 оценить остаток с помощью интегрального признака сходимости:

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3 + 10n}{(n^4 + 5n^2 + 6)^2}$$

Вычислить приближенно значение интеграла с точностью до 0,0001

$$16. \int_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^5}$$

Найти несколько первых членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям:

$$17. y'' = x + y \cos y'; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = \frac{\pi}{3}.$$

### РГР1 ч.2, (3 семестр) «Числовые и степенные ряды. Ряды Фурье».

#### Примерный вариант.

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$ , заданную на промежутке  $(-\pi, \pi)$  выражением  $f(x) = x^2$ .

2. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$ , заданную на промежутке

$$(-2, 2) \text{ выражением } f(x) = -2x + 3, T = 4.$$

3. Разложить в ряд Фурье по синусам функцию  $f(x)$ , заданную на промежутке  $(0, \pi)$  выражением  $f(x) = x - \frac{\pi}{4}$

4. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию и найти сумму полученного ряда

$$f(x) = x(\pi - x) \quad (-\pi < x < \pi).$$

5. Разложить в ряд Фурье по косинусам и найти сумму полученного ряда

$$f(x) = \begin{cases} -3, & 0 < x < 1; \\ 2x - 3, & 1 < x < 3. \end{cases}$$

6. Найти синус-преобразование Фурье

$$f(x) = \begin{cases} 3 \sin x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

### РГР №2 по теме «Теория поля» (3 семестр)

#### Примерный вариант.

Задача № 1. Замкнутая поверхность  $G$ , ориентированная, как на рис. 1, состоит

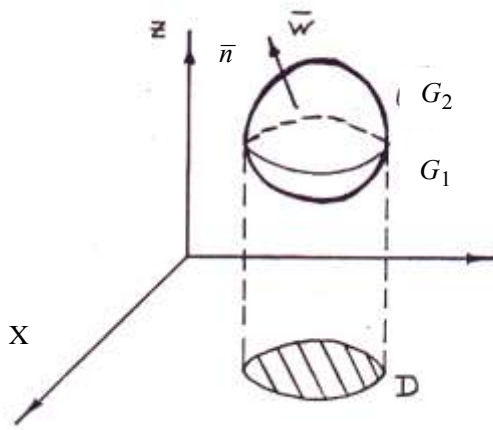


рис. 1

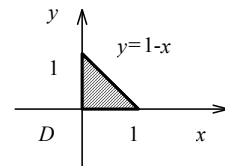
из нижней части  $G_1 : z = f_1(x, y)$ ,  $(x, y) \in D$  и верхней части  $G_2 : z = f_2(x, y)$ ,  $(x, y) \in D$ .

Для заданного векторного поля  $\vec{a} = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$  найти поток  $\Pi_G(\vec{a})$  через поверхность  $G$  двумя способами: 1) как сумму  $\Pi_G(\vec{a}) = \Pi_{G_1}(\vec{a}) + \Pi_{G_2}(\vec{a})$ , где потоки  $\Pi_{G_1}(\vec{a}), \Pi_{G_2}(\vec{a})$  вычисляются с помощью поверхностного интеграла второго рода; 2) с помощью формулы Остроградского-Гаусса. Кроме того, вычислить интенсивность источника (стока) в заданной точке  $M$ .

$$G_1 : z = 0$$

$$G_2 : z = xy(1 - x - y)$$

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad M(1, 1, 1)$$



**Задача № 2.** Двумя способами (непосредственно и с помощью формулы Стокса) найти циркуляцию вектора  $\vec{a}$  вдоль линии пересечения поверхности  $S$  с плоскостями координат ( $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ ).

$$\vec{a} = (z - y)\vec{i} + (2x + y)\vec{j}$$

$$S : 12x^2 = 24 - 3y - 4z$$

**Задача № 3.** Найти значения параметров  $a, b, d$ , при которых векторное поле  $\vec{c}$  будет а) соленоидальным, б) потенциальным, в) гармоническим.

$$\vec{c} = (a^2x + by + (2d + 1)z)\vec{i} + (dx + ay)\vec{j} + bx\vec{k}$$

### 3.1. Система и критерии оценивания по каждому виду текущего контроля успеваемости

Для оценивания результатов тестирования возможно использовать следующие критерии оценивания:

- Правильность ответа или выбора ответа,
- Скорость прохождения теста,
- Наличие правильных ответов во всех проверяемых темах (дидактических единицах) теста.
  - Оценка проводится по балльной системе. Правильный ответ на вопрос тестового задания равен 1 баллу. Общее количество баллов по тесту равняется количеству вопросов.
  - Общее количество вопросов принимается за 100 %, оценка выставляется по значению соотношения правильных ответов к общему количеству вопросов в процентах.
  - Для пересчета оценки в традиционную систему используется таблица соответствия:

Границы в процентах	Традиционная оценка
85-100 %	5 - Отлично или зачтено
71-84 %	4 - Хорошо или зачтено
60-70 %	3 - Удовлетворительно или зачтено

0-59 %	2 – не удовлетворительно или не зачтено
--------	---

Для оценивания выполнения контрольных работ, домашних заданий и расчётно-графических работ возможно использовать следующие критерии оценивания:

Оценка	Характеристики действий обучающегося
Отлично	Обучающийся самостоятельно и правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия.
Хорошо	Обучающийся самостоятельно и в основном правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия.
Удовлетворительно	Обучающийся в основном решил учебно-профессиональную задачу, допустил несущественные ошибки, слабо аргументировал свое решение, используя в основном профессиональные понятия.
Неудовлетворительно	Обучающийся не решил учебно-профессиональную задачу.

*Процедура оценивания при проведении текущего контроля успеваемости*

*1 семестр*

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача РГР №1	1 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Выполнение задания	1-4 неделя семестра	Выполнение задания дома или в учебном классе	Обучающийся
Сдача задания	5 неделя семестра		Обучающийся лично
Проверка задания	5 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Защита	5 неделя семестра	Опрос	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	На защите	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Выдача КР №1	6 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Консультации по КР №1	5 неделя семестра	На практических занятиях	Ведущий преподаватель
Проверка КР №1	6 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	Во время проверки	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки КР №1	7 неделя семестра	На практическом занятии	Ведущий преподаватель
Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача РГР2, ч.1	6 неделя	На практическом занятии	Ведущий преподаватель

	семестра	по вариантам	
Выполнение задания	6-11 неделя семестра	Выполнение задания дома или в учебном классе	Обучающийся
Сдача задания	11 неделя семестра		Обучающийся лично
Проверка задания	11 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Защита	11 неделя семестра	Опрос	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	На защите	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки выполненного задания	11 неделя семестра	На защите, на практическом занятии	Ведущий преподаватель
Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача КР №2	12 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Консультации по КР №2	11 неделя семестра	На практических занятиях	Ведущий преподаватель
Проверка КР №2	13 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	Во время проверки	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки КР №2	13 неделя семестра	На практическом занятии	Ведущий преподаватель
Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача РГР№2, ч.2	14 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Выполнение задания	14-16 неделя семестра	Выполнение задания дома или в учебном классе	Обучающийся
Сдача задания	17 неделя семестра		Обучающийся лично
Проверка задания	17 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Защита	18 неделя семестра	Опрос	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	На защите	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки выполненного задания	18 неделя семестра	На защите, на практическом занятии	Ведущий преподаватель

*2 семестр*

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача РГР№1, ч.1	1 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Выполнение задания	1-3 неделя семестра	Выполнение задания дома или в учебном классе	Обучающийся
Сдача задания	4 неделя семестра		Обучающийся лично
Проверка задания	4 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Защита	5 неделя	Опрос	Ведущий преподаватель

	семестра		
Формирование оценки	На защите	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки выполненного задания	5 неделя семестра	На защите, на практическом занятии	Ведущий преподаватель
Выдача КР №1	6 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Консультации по КР №1	5 неделя семестра	На практических занятиях	Ведущий преподаватель
Проверка КР №1	7 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	Во время проверки	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки КР №1	7 неделя семестра	На практическом занятии	Ведущий преподаватель
Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача РГР1, ч.2	6неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Выполнение задания	7-8 неделя семестра	Выполнение задания дома или в учебном классе	Обучающийся
Сдача задания	9 неделя семестра		Обучающийся лично
Проверка задания	9-10 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Защита	10 неделя семестра	Опрос	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	На защите	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки выполненного задания	10 неделя семестра	На защите, на практическом занятии	Ведущий преподаватель
Выдача КР №2	16 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Консультации по КР №2	15 неделя семестра	На практических занятиях	Ведущий преподаватель
Проверка КР №2	16 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	Во время проверки	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки КР №2	16 неделя семестра	На практическом занятии	Ведущий преподаватель

### *3 семестр*

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача РГР№1, ч.1	1 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Выполнение задания	1-3 неделя семестра	Выполнение задания дома или в учебном классе	Обучающийся
Сдача задания	3 неделя семестра		Обучающийся лично
Проверка задания	3 неделя	Вне занятий	Ведущий преподаватель



	семестра		
Защита	4 неделя семестра	Опрос	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	На защите	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки выполненного задания	4 неделя семестра	На защите, на практическом занятии	Ведущий преподаватель
Выдача КР №1	5 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Консультации по КР №1	4 неделя семестра	На практических занятиях	Ведущий преподаватель
Проверка КР №1	6 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	Во время проверки	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки КР №1	6 неделя семестра	На практическом занятии	Ведущий преподаватель
Выдача РГР1, ч.2	4 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Выполнение задания	4-5 неделя семестра	Выполнение задания дома или в учебном классе	Обучающийся
Сдача задания	6 неделя семестра		Обучающийся лично
Проверка задания	6 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Защита	6 неделя семестра	Опрос	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	На защите	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки выполненного задания	неделя семестра	На защите, на практическом занятии	Ведущий преподаватель
Выдача КР №2	14 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Консультации по КР №2	13 неделя семестра	На практических занятиях	Ведущий преподаватель
Проверка КР №1	15 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Формирование оценки	Во время проверки	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки КР №1	16 неделя семестра	На практическом занятии	Ведущий преподаватель
Выдача РГР2	7 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Выполнение задания	7-16 неделя семестра	Выполнение задания дома или в учебном классе	Обучающийся
Сдача задания	17 неделя семестра		Обучающийся лично
Проверка задания	17 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель
Защита	18 неделя семестра	Опрос	Ведущий преподаватель

Формирование оценки	На защите	В соответствии со шкалой и критериями оценивая	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки выполненного задания	18 неделя семестра	На защите, на практическом занятии	Ведущий преподаватель

### Перечень приложений:

Методические материалы для проведения промежуточной аттестации и текущего контроля успеваемости

номер приложения	Наименование документов приложения
1	Экзаменационные билеты
2	Вопросы и задачи к зачету
3	Бланк для оценки ответа обучающегося экзаменатором
4	Варианты заданий расчетно-графических работ
5	Варианты задач для контрольных работ.
6	Вопросы и ответы для тестирования.

Приложение 1 хранится в отдельном файле

Приложение 2 хранится в отдельном файле

Приложение 3

Примерный бланк для оценки ответа обучающегося экзаменатором

Критерии оценки	Критерии оценки			
	Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
Уровень усвоения материала, предусмотренного программой				
Умение выполнять задания, предусмотренные программой				
Уровень знакомства с дополнительной литературой				
Уровень раскрытия причинно-следственных связей				
Уровень раскрытия междисциплинарных связей				
Стиль поведения (культура речи, манера общения, убежденность, готовность к дискуссии)				
Качество ответа (полнота, правильность, аргументированность, его общая композиция, логичность)				
Общая оценка				

Приложение 4 хранится в отдельном файле

Приложение 5 хранится в отдельном файле

Приложение 6 хранится в отдельном файле