

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.7.1	Дифференциальная геометрия
Код направления подготовки / специальности	01.03.04
Направление подготовки / специальность	Прикладная математика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач (Академический бакалавриат)
Год начала реализации ОПОП	2015
Уровень образования	Бакалавриат
Форма обучения	очная
Год разработки/обновления	2017

Разработчики:

должность	ученая степень, учёное звание	ФИО
Доцент	к.ф.-м.н., доцент	Мацевич Т.А.
Доцент	к.ф.-м.н., доцент	Лемин А.Ю.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры прикладной математики, Протокол № 12 от 12.05.2017.

Заведующий кафедрой
(руководитель структурного подразделения)

_____ / Осипов Ю.В. /
Подпись, ФИО

Рабочая программа утверждена методической комиссией, Протокол № 5 от 29.05.2017

Председатель (зам. председателя)
методической комиссии

_____ / Широкова О.Л. /
Подпись, ФИО

Согласовано:

ЦОСП

_____ /
дата

_____ / Беспалов А.Е. /
Подпись, ФИО

1. Цель освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Дифференциальная геометрия» является углубление уровня освоения компетенций обучающегося в области расчета строительных конструкций типа оболочек-поверхностей и криволинейных стержней, подвесок и т.п. С одной стороны, имитация дифференциальной геометрией свойств и форм реальных конструкций, их прочностных характеристик (через кривизны) подтверждается практикой и, следовательно, является правильным отображением действительности. С другой стороны, изучение предмета ведет к созданию дифференциально-геометрической логики, что дает возможность подвести к прочностному расчету новые конструкции, например, в виде оболочек.

Программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика» (уровень образования - бакалавриат).

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели оценивания (показатели достижения результата)	Код показателя оценивания
способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат	ПК-9	Знает базовые понятия и теоремы дифференциальной геометрии.	31
		Умеет формализовать в терминах дисциплины задачи как геометрического, так и аналитического характера.	У1
готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов	ПК-10	Знает основные модели дифференциальной геометрии, а также область их практического применения.	32
способностью к самоорганизации и самообразованию	ОК-7	Имеет навыки самостоятельной работы по разделу дифференциальная геометрия	Н3

3. Указание места дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальная геометрия» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины/модули» основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика» (уровень - бакалавриат), направленность/профиль «Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач». Дисциплина является дисциплиной по выбору обучающихся.

Изучение дисциплины «Дифференциальная геометрия» основано на знаниях, умениях и навыках, полученных при изучении обучающимися следующих дисциплин: линейная алгебра и аналитическая геометрия, математический анализ, дифференциальные уравнения.

Для освоения курса «Дифференциальная геометрия» обучающийся должен:

- знать:
основные понятия векторной алгебры, аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа
- уметь:
применять теоретические знания к исследованию и решению практических задач, выбирая соответствующие математические модели
- владеть:
методами решения задач в областях векторной и линейной алгебры, математического анализа (в том числе методами решения дифференциальных уравнений и систем).
- иметь навыки:
самостоятельной работы, первичного владения дифференциальным и интегральным исчислением.

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 академических часа.

(1 зачетная единица соответствует 36 академическим часам)

Структура дисциплины:

Форма обучения – очная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Контактная работа с обучающимися				Самостоятельная работа		
				Лекции	Практико-ориентированные занятия					
					Лабораторный практикум	Практические занятия	Групповые занятия - комп. практикумы	в период теор. обучения	в сессию	
1	Введение. Вектор - функции и математические операции над ними. Кривые на плоскости, их локальные особенности. Касание кривых, кривизна кривой. Семейства кривых. Огибающая.	7	1-4	4		8		30	2	
2	Кривые в пространстве. Формулы Френе,	7	5-8	4		8		25	2	КР №1 (8 неделя)

	трехгранник Френе. Кривизна и кручение кривой. Плоские кривые в пространстве. Эволюта и эвольвента.									
3	Теория поверхностей: Криволинейные координаты на поверхности и инвариантные построения. Первая квадратическая форма поверхности и внутренняя геометрия. Сети линий на поверхности. Огибающая семейства поверхностей	7	9-12	4		8		25	2	Устный опрос
4	Искривление поверхности. Вторая квадратическая форма поверхности. Кривизны поверхности. Линии кривизны и асимптотические линии на поверхности. Классификация точек поверхности.	7	13-16	4		8		25	2	КР №2 (16 неделя)
5	Геодезическая кривизна и геодезические линии на поверхности. Специальные виды поверхностей, применяемые в строительстве	7	17-18	2		4		12	1	
	Итого:	7	18	18		36		117	9	Зачет
6	Линейное векторное пространство. Преобразование ортонормированных базисов. Контрвариантные и ковариантные координаты вектора. Понятие тензора.	8	1,2	2		2		8	4	
7	Тензорная алгебра. Тензоры в трехмерном евклидовом пространстве. Ранги	8	3,4	2		4		8	6	

	или валентности тензоров. Кососимметрические и симметрические тензоры. Получение инвариантов. Разложение тензора									
8	Основные положения тензорного анализа. Тензорное поле и его дифференцирование. Бесконечно малая деформация непрерывной среды. Тензоры напряжений и деформаций. Поток векторного поля через поверхность.	8	5-8	4		2		8	4	Практическое задание
9	Тензоры в римановом пространстве. Многообразия. Метрический тензор и операции с ним. Ковариантные дифференцированные поля. Операции над индексами. Геодезические линии. Понятие о пространстве аффинной связности. Тензор кривизны. Тензор кручения.	8	9-11	4		2		8	4	
	Итого:	8	11	12		10		32	18	Зачет с оценкой
	Итого:	7,8		30		46		149	27	Зачет, зачет с оценкой

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Содержание лекционных занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема и содержание занятия	Кол-во акад. часов
1	Кривые на плоскости и их геометрия.	Исторические сведения, касающиеся создания дифференциальной геометрии. Основные понятия, связанные с вектор-функцией на плоскости. Математические операции над вектор-функциями. Разложение вектор-функции в ряд Тейлора. Понятие простого куска кривой в дифференциальной геометрии. Различные виды задания кривой на плоскости и методы ее исследования. Строение кривой в окрестности ее особой точки. Классификация особых точек.	4

		Дифференциал длины дуги кривой, касательная и нормаль к кривой в точке. Инварианты. Порядок касания кривых в точке. Кривизна кривой. Соприкасающаяся окружность. Центр кривизны. Эволюта и эвольвента. Семейства кривых на плоскости. Огибающая однопараметрического семейства кривых.	
2	Пространственные кривые, сопровождающий трехгранник Френе. Кривизна и кручение кривой, её инвариантные элементы.	Евклидово пространство. Понятие пространственной кривой, ее параметрическое задание и задание при помощи вектор-функции. Дифференциал длины дуги и нормальная параметризация кривой. Натуральный параметр и переход к натуральной параметризации. Сопровождающий трехгранник Френе и его элементы. Формулы Френе. Кривизна и кручение кривой в точке. Геометрическая и кинематическая интерпретация формул Френе, кривизны и кручения. Плоские кривые в Евклидовом пространстве. Соприкасающаяся окружность. Эволюты и эвольвенты. Понятие о теореме существования кривой в пространстве по наперед заданным функциям кривизны и кручения.	4
3	Понятие простого куска поверхности и связанных с ним инвариантов, извлекаемых в криволинейных координатах. Первая квадратическая форма поверхности и внутренняя геометрия.	Понятие простого куска поверхности в пространстве. Способы задания поверхности. Задание поверхности вектор-функцией. Криволинейные координаты на поверхности, касательные векторы к координатным линиям. Инвариантные элементы, связанные с поверхностью: касательная плоскость и нормаль к ней в точке. Первая квадратическая форма поверхности, ее коэффициенты. Понятие внутренней геометрии поверхности. Сети линий на поверхности и переход от одних к другим. Примеры поверхностей и их квадратичных форм. Ортогональные сети на поверхности. Огибающие однопараметрического семейства поверхностей. Развертывающиеся поверхности. Линейчатая поверхность.	4
4	Кривизна поверхности и её вторая квадратическая форма.	Понятие кривизны поверхности в данной точке и в данном направлении. Кривизна нормального сечения. Теорема о кривых, касающегося одного и того же направления на поверхности. Нормальная кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратическая форма поверхности и ее коэффициенты. Главные кривизны и главные направления на поверхности. Средняя и гауссова кривизны. Линии кривизны на поверхности и формула Эйлера. Асимптотические направления и асимптотические линии на поверхности. Классификация точек поверхности.	4
5	Геодезическая кривизна линий на поверхности. Геодезические линии.	Понятие геодезической кривизны линии, лежащей на поверхности. Понятие геодезических линий, проходящих через точку поверхности. Геодезически как прямые линии на поверхности. Вектор геодезической кривизны для них. Вычисление геодезической кривизны и уравнение геодезических	2

		линий через коэффициенты первой квадратической формы путем решения системы дифференциальных уравнений. Геодезические линии на классических поверхностях. Понятие о теореме существования поверхности в евклидовом пространстве по наперед заданным первой и второй квадратичной форме. Поверхность вращения, переноса, минимальные, развертывающиеся, линейчатые, применяемые в строительном производстве.	
6	Линейное пространство, евклидово пространство. Преобразование базисов. Понятие тензора.	Элементы линейной алгебры. Линейное пространство, его базис, размерность. Преобразования ортонормированных базисов. Контрвариантные и ковариантные координаты векторов. Понятие о ковариантной производной вектора. Понятие тензора. Простейшие примеры тензоров. Основная задача тензорного исчисления.	2
7	Математические операции над тензорами разных порядков.	Понятие надлежащих математических операций над тензорами. Тензорная алгебра и тензоры в трехмерном евклидовом пространстве. Понятие ранга (или валентности) тензора. Исследования тензоров первого, второго, третьего, четвертого рангов. Кососимметрические и симметрические тензоры. Получение инвариантов при помощи тензорных операций от кососимметрических тензоров. Разложение произвольного тензора на симметрическую и кососимметрическую части.	2
8	Понятие тензорного анализа, тензорной функции, тензорного поля. Математические операции.	Основные понятия тензорного анализа. Тензорная функция и ее свойства. Понятие тензорного поля. Дифференцирование тензора, дифференцирование тензорного поля. Приложения: бесконечно малая деформация непрерывной среды в точке. Понятие тензора напряжений и тензора деформаций. Связь между этими тензорами. Поток векторного поля через поверхность. Теорема Остроградского-Гаусса в тензорном изложении. Инварианты, связанные с ней. Другие физические приложения.	4
9	Риманово пространство и метрический тензор. Математические операции с тензорами в римановом пространстве.	Понятие риманова пространства и тензора в нем. Многообразия. Определение метрического тензора и операций над ним (поднятие и опускание индексов и т.д.). Ковариантное дифференцирование тензора поля в криволинейных координатах. Дальнейшие операции с индексами. Формулы Френе и геодезические линии в римановом пространстве. Понятие о пространствах аффинной связности. Понятие тензора кривизны и его геометрический смысл.	4
		Итого:	30

5.2. Лабораторный практикум

Учебным планом лабораторный практикум не предусмотрен.

5.3. *Перечень практических занятий*

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема и содержание занятия	Кол-во акад. часов
1	Вектор-функции. Математические операции над ними. Кривые на плоскости. Задание. Особые точки. Касание. Кривизна. Огибающая однопараметрического семейства кривых	Задание кривой: параметрическое, при помощи вектор-функции, неявное, в полярных координатах. Построение кривых на плоскости, их инвариантные элементы. Особые точки кривых. Поведение кривых в окрестности особых точек. Вычисление степени касания кривых. Кривизна кривой в точке. Эволюта и эвольвента. Нахождение огибающей семейства кривых.	8
2	Кривые в пространстве, их задание. Примеры. Дифференциал длины дуги. Инвариантные элементы. Треугольник Френе, формулы Френе. Кривизна и кручение кривой. Плоская кривая в пространстве.	Задание кривой. Примеры натуральной параметризации кривых. Дифференциал длины дуги и вычисление длин кривых. Построение элементов треугольника Френе. Использование формул Френе для вычисления кривизны кривой, вектора кривизны, кручения кривой, а также для исследования различных частных случаев. Соотношения кривизны и кручения. Задачи, связанные с плоской кривой в пространстве. Эволюта и эвольвента.	8
3	Поверхности в пространстве. Их задание. Криволинейные координаты на поверхности. Инвариантные элементы поверхности в точке. Первая квадратическая форма. Элементы внутренней геометрии. Сети линий. Огибающие.	Поверхность второго порядка, их задание, образы. Отнесение поверхности к криволинейной системе координат. Задание поверхности при помощи вектор-функции и неявно. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая квадратическая форма поверхности, ее коэффициенты. Внутренняя геометрия: вычисление длин линий на поверхности, углов между линиями, площадей кусков поверхности. Сети линий на поверхности и технология перехода от одной сети к другой (замена криволинейных координат). Огибающая однопараметрического семейства плоскостей.	8
4	Кривизна поверхности в точке. Кривизна кривой, лежащей на поверхности. Нормальная кривизна. Вторая квадратичная форма поверхности, ее коэффициенты. Кривизны поверхности (главные, гауссова,	Направления на поверхности. Кривые на поверхности, имеющие общую касательную. Вектор кривизны кривой. Его проекция на нормаль. Нормальная кривизна. Вторая квадратическая форма и вычисления ее коэффициентов. Вычисления главных кривизн, средней и гауссовой кривизн на примерах, связанных с поверхностями: сферой, цилиндром, геликоидом и других.	8

	средняя). Линии кривизны и асимптотические линии.	Нахождение линий кривизны и асимптотических линий. Примеры применения формулы Эйлера для нахождения различных типов точек.	
5	Геодезические линии на поверхности. Их свойства. Геодезические линии как элементы внутренней геометрии поверхности. Их нахождение на некоторых поверхностях. Специальные виды поверхностей, применяемых в строительстве и вычисление их геометрических характеристик	Геодезическая кривизна линии на поверхности. Геодезические линии на поверхности. Нахождение уравнений геодезических линий из системы дифференциальных уравнений, в которые входят только функции от коэффициентов первой квадратической формы поверхности. Вычисление геодезических линий на классических поверхностях: цилиндрах, сферах, конусах, торе, гиперблоидах, параболоидах, геликоиде, на развертывающихся и линейчатых поверхностях, поверхностях переноса и других. Приводятся примеры поверхностей с прямоугольным контуром в плане.	4
6	Линейная алгебра и линейные векторные пространства. Подпространство. Евклидово пространство. Преобразование ортонормированного базиса и координат векторов. Понятие тензора и примеры тензора.	Совокупности векторов, образующих и не образующих линейное пространство. Линейная зависимость векторов. Размерность и базис линейного пространства: примеры, задачи. Скалярное произведение векторов и евклидово пространство. Прямоугольный ортонормированный базис в евклидовом пространстве. Контрвариантные и ковариантные координаты вектора. Формулы преобразования ортонормированного базиса и координат вектора, связанные с основной задачей тензорного исчисления.	2
7	Математические операции над тензорами: на прямой, на плоскости, в пространстве. Тензоры различных рангов, участвующих в математических операциях. Тензорная алгебра и получение инвариантов. Разложение тензора.	Сложение и вычитание тензоров одинаковой валентности (ранга). Умножение тензоров в заданном порядке, свертывание тензоров, подстановка индексов. Альтернирование и симметрирование. Кососимметрические тензоры. Получение инвариантов. Примеры и задачи на введенные алгебраические операции над тензорами. Примеры разложения тензора на симметрическую и кососимметрическую части. Применение понятий линейных и полилинейных форм для операций над обобщенными тензорами.	4
8	Тензорные поля. Дифференцирование тензора поля. Дифференцирование скалярного поля. Бесконечно малая	Тензорное поле. Векторное поле как частный случай тензорного. Поле двухвалентного тензора. Применение основной операции тензорного анализа – дифференцирование тензорного поля (или тензора поля) на примерах. Дифференцирование скалярного поля, приводящее	2

	деформация непрерывной среды и тензоры напряжений и деформаций. Поток векторного поля через поверхность в тензорной интерпретации.	к полю одновалентного тензора, физическая интерпретация, геометрическая интерпретация. Дифференцирование векторного поля, приводящая к тензору второй валентности, его физический смысл на примерах. Тензоры напряжений и деформаций. Их получение и связь между ними. Поток векторного поля и теорема Остроградского – Гаусса в тензорном написании.	
9	Риманово пространство. Элементарное многообразие. Тензоры в римановом пространстве. Метрический тензор. Уравнение геодезических линий. Дифференцирование полей в римановом пространстве и операции над индексами. Афинная связность. Тензоры кривизны и кручения.	Криволинейная система координат в элементарном многообразии. Задание фундаментальной метрической формы в элементарном многообразии и превращение его в риманово пространство. Образование из коэффициентов формы метрического тензора с ковариантными компонентами. Операции над индексами и получение других метрических тензоров (другого вида). Формулы Френе в римановом пространстве. Получение уравнений геодезических линий в римановом пространстве. Ковариантное дифференцирование векторов и тензоров и операции над индексами. Афинная связность на примерах и задачах. Получение тензоров кривизны и кручения, их геометрическая и интерпретация.	2
		Итого:	46

5.4. Групповые занятия – компьютерные практикумы

Учебным планом групповые занятия – компьютерные практикумы не предусмотрены.

5.5. Самостоятельная работа

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание работы	Кол-во акад. часов	
			в период теор. обучения	в сессию
1	Введение. Вектор - функции и математические операции над ними. Кривые на плоскости, их локальные особенности. Касание кривых, кривизна кривой. Семейства кривых. Огибающая.	Изучение лекций и литературы по теме, решение задач, подготовка к контрольной работе.	30	
		Подготовка к зачету и сдача зачета		2
2	Кривые в пространстве. Формулы Френе, трехгранник Френе. Кривизна и кручение кривой. Плоские кривые в пространстве. Эволюта и эвольвента.	Изучение лекций и литературы по теме, решение задач, подготовка к контрольной работе.	25	
		Подготовка к зачету и сдача зачета		2

3	Теория поверхностей: Криволинейные координаты на поверхности и инвариантные построения. Первая квадратическая форма поверхности и внутренняя геометрия. Сети линий на поверхности. Огибающая семейства поверхностей	Изучение лекций и литературы по теме, решение задач, подготовка к контрольной работе.	25	
		Подготовка к зачету и сдача зачета		2
4	Искривление поверхности. Вторая квадратическая форма поверхности. Кривизны поверхности. Линии кривизны и асимптотические линии на поверхности. Классификация точек поверхности.	Изучение лекций и литературы по теме, решение задач, подготовка к контрольной работе.	25	
		Подготовка к зачету и сдача зачета		2
5	Геодезическая кривизна и геодезические линии на поверхности. Специальные виды поверхностей, применяемые в строительстве	Изучение лекций и литературы по теме, решение задач, подготовка к контрольной работе.	12	
		Подготовка к зачету и сдача зачета		1
6	Линейное векторное пространство. Преобразование ортонормированных базисов. Контрвариантные и ковариантные координаты вектора. Понятие тензора.	Изучение лекций и литературы по теме, решение задач, подготовка к практическому заданию.	8	
		Подготовка к дифференцированному зачету и сдача дифференцированного зачета		4
7	Тензорная алгебра. Тензоры в трехмерном евклидовом пространстве. Ранги или валентности тензоров. Кососимметрические и симметрические тензоры. Получение инвариантов. Разложение тензора	Изучение лекций и литературы по теме, решение задач, подготовка к практическому заданию.	8	
		Подготовка к дифференцированному зачету и сдача дифференцированного зачета		6
8	Основные положения тензорного анализа. Тензорное поле и его дифференцирование. Бесконечно малая деформация непрерывной среды. Тензоры напряжений и деформаций. Поток векторного поля через поверхность.	Изучение лекций и литературы по теме, решение задач, подготовка к практическому заданию.	8	
		Подготовка к дифференцированному зачету и сдача дифференцированного зачета		4
9	Тензоры в римановом пространстве. Многообразия. Метрический тензор и операции с ним. Ковариантные дифференцированные поля. Операции над индексами. Геодезические линии. Понятие о пространстве аффинной связности. Тензор кривизны. Тензор кручения.	Изучение лекций и литературы по теме, решение задач, подготовка к практическому заданию.	8	
		Подготовка к дифференцированному зачету и сдача дифференцированного зачета		4
		Итого	149	27

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Основные принципы организации самостоятельной работы обучающихся изложены в Положении об организации самостоятельной работы обучающихся (НИУ МГСУ).

Самостоятельная работа по курсу является залогом усвоения знаний и прохождения промежуточных аттестаций, предусмотренных рабочей программой по дисциплине. Ключевые цели самостоятельных внеаудиторных занятий заключаются в закреплении, расширении знаний, формировании умений и навыков самостоятельного умственного труда, развитии самостоятельного мышления и способностей к самоорганизации.

Выполняемая в процессе изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия» обучающимися самостоятельная работа является по дидактической цели познавательной и обобщающей; по характеру познавательной деятельности и типу решаемых задач – познавательной и исследовательской; по характеру коммуникативного взаимодействия учащихся – индивидуальной; по месту выполнения – домашней; по методам научного познания – теоретической.

В ходе организации самостоятельной работы обучающихся преподавателем решаются следующие задачи:

- 1) углублять и расширять их профессиональные знания;
- 2) формировать у них интерес к учебно-познавательной деятельности;
- 3) научить студентов овладевать приемами процесса познания;
- 4) развивать у них самостоятельность, активность, ответственность;
- 5) развивать познавательные способности будущих специалистов.

Самостоятельная работа включает, как изучение текущих и дополнительных теоретических вопросов, так и совершенствование навыков по решению практических задач. Теоретические знания являются базой для понимания принципов построения математических моделей, математической формализации задач расчетного проектирования.

Предусмотрены следующие формы самостоятельной работы обучающегося:

- чтение и изучение основной и дополнительной литературы, включая справочные издания, конспект лекций,
- ознакомление с терминами и понятиями с помощью энциклопедий, словарей, справочников,
- написание собственного конспекта лекций,
- самостоятельное повторное решение практических задач,
- изучение методической литературы по дисциплине (методических указаний и др.),
- осуществление подготовки к мероприятиям текущего контроля и промежуточной аттестации по вопросам, указанным в рабочей программе дисциплины и фонде оценочных средств,
- составление перечня неувоенных вопросов с последующей консультацией у преподавателя.

На практических занятиях решаются задачи по темам лекционного курса. Часть задач выносятся на самостоятельное решение. Самостоятельное решение задач также необходимо при подготовке к текущей аттестации.

Обучающийся должен обладать основными методами исследования и решения математических задач. Необходима выработка первичных навыков математического исследования инженерных задач (перевод реальной задачи на математический язык, построение математической модели, выбор нужного математического метода ее решения, интерпретация и оценка полученного результата) на примерах задач специальности

(теоретическая механика, физика, сопротивление материалов, строительная механика, гидравлика и др.), развитие с этой целью необходимой интуиции в вопросах приложения математики.

При подготовке к сдаче зачета или зачета с оценкой рекомендуется пользоваться записями, сделанными на практических и лекционных занятиях, а также в ходе текущей самостоятельной работы. Сначала необходимо повторить теоретическую часть, а затем переходить к решению задач.

Для подготовки к написанию контрольной работы надо повторить теоретический материал, изложенный на лекциях, затем приступить к решению задач. Вначале надо изучить задачи, разобранные на практических занятиях, а затем самостоятельно решить аналогичные задачи и примеры.

Большое значение для активизации самостоятельной работы обучающихся имеет выполнение практического задания в аудитории под руководством преподавателя. Это элемент обучения. Преподаватель отмечает ошибки и дает рекомендации обучающимся.

При выполнении самостоятельной работы обучающиеся используют учебники и учебные пособия, указанные в Приложении 2.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) для проведения промежуточной аттестации, а также текущего контроля обучающихся является Приложением 1 к рабочей программе дисциплины (модуля).

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации, а также текущего контроля по дисциплине (модуля) хранятся на кафедре, ответственной за преподавание данной дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Для освоения дисциплины обучающийся может использовать:

- учебно-методическую литературу, имеющуюся в НТБ НИУ МГСУ,
- учебную литературу, размещённую в Электронных библиотечных системах ЭБС АСВ и IPRbooks,
- методическую литературу, размещённую в ЭБС НИУ МГСУ.

Перечень используемой литературы ежегодно обновляется с учётом уровня развития науки и техники и представлен в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее – сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
«Российское образование» - федеральный портал	http://www.edu.ru/index.php
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru/defaultx.asp?
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Федеральная университетская компьютерная сеть России	http://www.runnet.ru/
Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
Научно-технический журнал по строительству и архитектуре «Вестник МГСУ»	http://www.vestnikmgsu.ru/
Научно-техническая библиотека НИУ МГСУ	http://www.mgsu.ru/resources/Biblioteka/
раздел «Кафедры» на официальном сайте НИУ МГСУ	http://www.mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Перечень тем по разделам дисциплины (модуля) для самостоятельного изучения обучающимися приведён в таблице.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Темы для самостоятельного изучения (в период теоретического обучения)
1	Кривые на плоскости, их локальные особенности. Касание кривых, кривизна кривой. Семейства кривых. Огибающая.	Обычные (неособые) и особые точки плоской кривой. Семейства кривых, их касание и огибающие
2	Пространственные кривые, сопровождающий трехгранник Френе. Кривизна и кручение кривой, её инвариантные элементы.	Исследования кривой, заданной вектор-функцией и нахождение её инвариантных элементов. Эволюты и эвольвенты плоской кривой в пространстве.
3	Понятие простого куска поверхности и связанных с ним инвариантов, извлекаемых в криволинейных координатах. Первая квадратическая форма поверхности и внутренняя геометрия.	Построение инвариантных элементов, в первую очередь касательной плоскости и нормали. Определение первой квадратической формы поверхности. Знакомство с задачами внутренней геометрии, с огибающей однопараметрического семейства поверхностей.
4	Кривизна поверхности и её вторая квадратическая форма.	Определение кривизны поверхности в данной точке и в данном направлении (как кривизны нормального сечения). Изучение главных кривизн, гауссовой и средней. Линии кривизны и асимптотические линии на поверхности.
5	Геодезическая кривизна линий на поверхности. Геодезические линии.	Понятие геодезической кривизны линии и свойства геодезических линий. Примеры нахождения геодезических линий при помощи решения дифференциальных уравнений.
6	Линейное пространство, евклидово пространство. Преобразование базисов. Понятие тензора.	Евклидово пространство на основе линейного, его подвижный базис путём преобразования базисных векторов. Возникающее при этом понятие тензора отрабатывается на геометрических примерах.
7	Математические операции над тензорами разных порядков.	При помощи алгебраических операций над тензорами, на примерах и задачах происходит понимание этого важного объекта. Его разложение на симметрическую и кососимметрическую части.
8	Понятие тензорного анализа, тензорной функции, тензорного поля. Математические операции.	Дифференцирование тензорного поля. Связь с непрерывной средой и её деформацией. Тензоры напряжений, деформаций и другие, их физические приложения.
9	Риманово пространство и метрический тензор. Математические операции с тензорами в римановом пространстве.	Определения римановых пространств на основе положительно определённой квадратической формы и рассмотрение тензорных операций в римановых пространствах. Ковариантное дифференцирование векторов и тензоров. Геодезические линии в римановом пространстве.

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) приведён в п.6.

Организация учебной работы обучающихся на аудиторных занятиях осуществляется в соответствии с п. 4.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

11.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Информационные технологии
1	Введение. Вектор - функции и математические операции над ними. Кривые на плоскости, их локальные особенности. Касание кривых, кривизна кривой. Семейства кривых. Огибающая.	- поиск информации с помощью информационных (справочных) систем, баз данных - использование ресурсов сети Интернет
2	Кривые в пространстве. Формулы Френе, трехгранник Френе. Кривизна и кручение кривой. Плоские кривые в пространстве. Эволюта и эвольвента.	- поиск информации с помощью информационных (справочных) систем, баз данных - использование ресурсов сети Интернет
3	Теория поверхностей: Криволинейные координаты на поверхности и инвариантные построения. Первая квадратическая форма поверхности и внутренняя геометрия. Сети линий на поверхности. Огибающая семейства поверхностей	- поиск информации с помощью информационных (справочных) систем, баз данных - использование ресурсов сети Интернет
4	Искривление поверхности. Вторая квадратическая форма поверхности. Кривизны поверхности. Линии кривизны и асимптотические линии на поверхности. Классификация точек поверхности.	- поиск информации с помощью информационных (справочных) систем, баз данных - использование ресурсов сети Интернет
5	Геодезическая кривизна и геодезические линии на поверхности. Специальные виды поверхностей, применяемые в строительстве	- поиск информации с помощью информационных (справочных) систем, баз данных - использование ресурсов сети Интернет
6	Линейное векторное пространство. Преобразование ортонормированных базисов. Контрвариантные и ковариантные координаты вектора. Понятие тензора.	- поиск информации с помощью информационных (справочных) систем, баз данных - использование ресурсов сети Интернет
7	Тензорная алгебра. Тензоры в трехмерном евклидовом пространстве. Ранги или валентности тензоров. Кососимметрические и симметрические тензоры. Получение инвариантов. Разложение тензора	- поиск информации с помощью информационных (справочных) систем, баз данных - использование ресурсов сети Интернет
8	Основные положения тензорного анализа. Тензорное поле и его дифференцирование. Бесконечно малая деформация непрерывной среды. Тензоры напряжений и деформаций. Поток векторного поля через поверхность.	- поиск информации с помощью информационных (справочных) систем, баз данных - использование ресурсов сети Интернет
9	Тензоры в римановом пространстве. Многообразия. Метрический тензор и операции с ним. Ковариантные дифференцированные поля. Операции над индексами. Геодезические линии. Понятие о пространстве аффинной связности. Тензор кривизны. Тензор кручения.	- поиск информации с помощью информационных (справочных) систем, баз данных - использование ресурсов сети Интернет

11.2. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса

При освоении дисциплины используется лицензионное и открытое программное обеспечение, указанное в Приложении 3 к рабочей программе.

11.3. Перечень информационных справочных систем

Информационно-библиотечные системы

Наименование ИБС	Электронный адрес ресурса
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru/defaultx.asp?
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Научно-техническая библиотека НИУ МГСУ	http://www.mgsu.ru/resources/Biblioteka/

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю):

Учебные занятия по дисциплине проводятся в оборудованных учебных кабинетах, оснащенных соответствующим оборудованием и программным обеспечением. Перечень материально-технического обеспечения дисциплины (модуля) приведён в Приложении 4 к рабочей программе.

Приложение 1 к рабочей программе

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.7.1	Дифференциальная геометрия

Код направления подготовки / специальности	01.03.04
Направление подготовки / специальность	Прикладная математика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач (Академический бакалавриат)
Год начала реализации ОПОП	2015
Уровень образования	Бакалавриат
Форма обучения	очная
Год разработки/обновления	2017

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации и текущего контроля обучающихся по дисциплине (модулю)

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Формирование компетенций при изучении дисциплины (модуля) происходит поэтапно, по мере освоения обучающимися разделов дисциплины (модуля).

Код компетенции по ФГОС	Этапы формирования компетенций (разделы теоретического обучения)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ПК-9	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ПК-10	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ОК-7	+	+	+	+	+	+	+	+	+

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оценивание формирования компетенций осуществляется посредством прохождения обучающимися форм промежуточной аттестации и текущего контроля.

Оценивание формирования компетенций производится на основе показателей оценивания, указанных в п.2. рабочей программы.

2.1. Описание показателей и форм оценивания компетенций

Формами оценивания компетенций являются мероприятия промежуточной аттестации и текущего контроля по дисциплине (модулю), указанные в учебном плане и в п.4 рабочей программы.

Взаимосвязь форм и показателей оценивания компетенций приведена в таблице.

Код компетенции по ФГОС	Показатели освоения (Код показателя оценивания)	Форма оценивания				Обеспеченность оценивания компетенции
		Текущий контроль		Промежуточная аттестация		
		Контрольная работа (1,2)	Практическое задание	Зачет	Дифференцированный зачет	
1	2	3	4	5	6	7
ПК-9	31			+	+	+
	У1	+	+	+	+	+
ПК-10	32			+	+	+
ОК-7	НЗ			+	+	+
ИТОГО		+	+	+	+	+

2.2. Описание шкалы и критериев оценивания

При проведении промежуточной аттестации в форме экзамена, дифференцированного зачёта, защиты курсовых работ/курсовых проектов используется четырёх балльная шкала оценивания:

Уровень освоения	Оценка
Минимальный	«2» (неудовлетворительно)
Пороговый	«3» (удовлетворительно)
Углубленный	«4» (хорошо)
Продвинутый	«5» (отлично)

При проведении промежуточной аттестации в форме зачёта используется бинарная шкала:

Уровень освоения	Оценка
Ниже порогового	Не зачтено
Пороговый	Зачтено

Критериями оценивания уровня освоения компетенций являются:

Показатели оценивания	Критерии оценивания
Знания	Знание терминов и определений, понятий
	Знание основных закономерностей и соотношений, принципов
	Объём освоенного материала, усвоение всех дидактических единиц (разделов)
	Полнота ответов
	Правильность ответов
	Чёткость изложения и интерпретации знаний
Умения	Освоение методик - умение решать (типовые) практические задачи, выполнять (типовые) задания
	Умение использовать теоретические знания для выбора методики решения задач, выполнения заданий
	Умение проверять решение и анализировать результаты

	Умение качественно оформлять (презентовать) решение задач и выполнения заданий
Навыки	Навыки решения стандартных/нестандартных задач
	Быстрота выполнения трудовых действий Объём выполненных заданий
	Качество выполнения трудовых действий
	Самостоятельность планирования выполнения трудовых действий

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

3.1. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся НИУ МГСУ.

Перечень типовых вопросов/заданий для проведения зачёта в 7 семестре (очная форма обучения):

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Вопросы / задания
1	Введение. Вектор - функции и математические операции над ними. Кривые на плоскости, их локальные особенности. Касание кривых, кривизна кривой. Семейства кривых. Огибающая.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Плоские кривые. Вектор-функции и математические операции над ними. Разложение в ряд Тейлора. Строение плоской кривой в окрестности любой ее точки (обыкновенные точки, особые, точки самопересечения, асимптоты, экстремумы). 2. Инвариантные элементы плоской кривой (касательная, нормаль, асимптоты, точки самопересечения и др.). График – изображение кривой в различных системах координат. 3. Порядок касания кривых. Кривизна плоской кривой, радиус кривизны, соприкасающаяся окружность. Эволюта и эвольвента. 4. Огибающие плоских кривых. Понятие о дискриминантной кривой. Привести примеры. Нарисовать.
2	Кривые в пространстве. Формулы Френе, трехгранник Френе. Кривизна и кручение кривой. Плоские кривые в пространстве. Эволюта и эвольвента.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Пространственные кривые. Их задание. Вектор-функция. Операции над вектор-функциями. Параметризация кривой. Натуральный параметр. Замена параметра. Продемонстрировать замену на примере. Инвариантные элементы кривой (касательная, единичный касательные вектор, нормальная плоскость и др.) 2. Сопровождающий трехгранник Френе. Соприкасающаяся, нормальная, спрямляющая плоскости. 3. Формула Френе. Кривизна и кручение кривой. Их геометрическая интерпретация. 4. Трехгранник Френе и особенности движения его элементов при изменении параметра. Кинематическая интерпретация. 5. Плоская кривая в пространстве и ее формулы Френе. Условие плоскостности кривой в R^3.

		<p>Теорема о задании и расположении такой кривой в пространстве.</p> <p>6. Понятие соприкосновения кривых в пространстве. Соприкасающаяся окружность, радиус кривизны, центр кривизны. Эволюта и эвольвента.</p>
3	<p>Теория поверхностей: Криволинейные координаты на поверхности и инвариантные построения. Первая квадратическая форма поверхности и внутренняя геометрия. Сети линий на поверхности. Огибающая семейства поверхностей</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Задание простого куска поверхности. Вектор-функция двух аргументов. Условия существования простого куска. Способы задания поверхности. 2. Криволинейные координаты на поверхности. Инвариантные образы и элементы, связанные с поверхностью (касательные векторы, касательная плоскость, нормаль и др.). 3. Первая квадратичная форма поверхности и ее коэффициенты. Что она позволяет вычислять? 4. Понятие внутренней геометрии поверхности и 1-ая квадратичная форма поверхности. Понятие о римановой геометрии. 5. Огибающая однопараметрического семейства поверхностей. Теорема, позволяющая находить огибающую. Пример. 6. Огибающая однопараметрического семейства плоскостей. Понятие развертывающихся поверхностей. Какие бывают развертывающиеся поверхности. Линейчатые поверхности. Пример.
4	<p>Искривление поверхности. Вторая квадратическая форма поверхности. Кривизны поверхности. Линии кривизны и асимптотические линии на поверхности. Классификация точек поверхности.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Кривизна поверхности в данной точке в данном направлении. Вторая квадратичная форма поверхности и ее коэффициенты. 2. Нормальная кривизна кривой на поверхности. Теорема о кривизне кривых, касающихся одного и того же направления в точке. 3. Главные направления на поверхности, главные кривизны поверхности. 4. Линии кривизны на поверхности и их свойства. Применения в теории оболочек. 5. Полная и средняя кривизны поверхности. 6. Формула Эйлера. Асимптотические направления на поверхности, их свойства. Асимптотические линии на поверхности. Их связь с линиями кривизны. 7. Формула Эйлера и классификация точек на поверхности.
5	<p>Геодезическая кривизна и геодезические линии на поверхности. Специальные виды поверхностей, применяемые в строительстве</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Геодезическая кривизна линий на поверхности и геодезические линии на поверхности. 2. Геодезические линии как кратчайшие и прямейшие на поверхности (локально). 3. Поверхности вращения, переноса, развертывающиеся, линейчатые, минимальные и др. 4. Поверхности применяемые в строительстве в виде оболочек.

Перечень типовых вопросов/заданий для проведения дифференцированного зачёта (зачёта с оценкой) в 8 семестре (очная форма обучения):

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Вопросы / задания
1	<p>Линейное векторное пространство. Преобразование ортонормированных базисов. Контрвариантные и ковариантные координаты вектора. Понятие тензора.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Элементы линейной алгебры и линейное векторное пространство. Линейная зависимость и независимость векторов в нем. Его размерность, базис, подпространства. 2. Преобразование базисов. Евклидово пространство. Переход от одного ортонормированного базиса к другому. Матрица перехода. 3. Ковариантные и контрвариантные координаты вектора. Их преобразования. 4. Понятие криволинейных координат и локального базиса. Вектор в такой системе. Понятие о производной вектора и понятие о ковариантной производной вектора. 5. Определение вектора. Основная задача тензорного исчисления. Валентность (ранг) тензора. Примеры тензора.
2	<p>Тензорная алгебра. Тензоры в трехмерном евклидовом пространстве. Ранги или валентности тензоров. Кососимметрические и симметрические тензоры. Получение инвариантов. Разложение тензора</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Операции над тензорами. Тензорная алгебра. Примеры. 2. Тензоры в трехмерном евклидовом пространстве R^3. 3. Симметричные и кососимметричные тензоры. Получение инвариантов при помощи тензорных операций. 4. Разложение тензора на симметричный и кососимметричный тензор. 5. Криволинейная система координат в пространстве и преобразование локальных реперов. Матрица преобразования. Обратная матрица. 6. Тензор в криволинейной системе координат, его ранг. Операции с такими тензорами.
3	<p>Основные положения тензорного анализа. Тензорное поле и его дифференцирование. Бесконечно малая деформация непрерывной среды. Тензоры напряжений и деформаций. Поток векторного поля через поверхность.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Тензорное поле и основные понятия тензорного анализа. 2. Тензорные функции и их свойства. 3. Тензор поля. Дифференцирование тензора. Дифференцирование тензорного поля. 4. Бесконечно малая деформация непрерывной среды в окрестности точки. 5. Понятие тензора деформации. 6. Тензор напряжений. 7. Связь между тензорами деформаций и напряжений. 8. Тензор инерции. 9. Приведение тензора к главным осям. 10. Скалярные и векторные поля в криволинейной системе координат. 11. Градиент скалярного поля (в криволинейной системе). 12. Поток векторного поля через поверхность. 13. Дивергенция векторного поля в криволинейной системе координат. 14. Ротор вектора. Его тензорная запись. 15. Теорема Остроградского – Гаусса в тензорном

		изложении. 16. Обзор других физических приложений тензорного исчисления: в уравнениях математической физики, гидравлики, кристаллографии и др.
4	Тензоры в римановом пространстве. Многообразия. Метрический тензор и операции с ним. Ковариантные дифференцированные поля. Операции над индексами. Геодезические линии. Понятие о пространстве аффинной связности. Тензор кривизны. Тензор кручения.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Понятие риманова пространства. Понятие элементарного многообразия. Примеры. 2. Фундаментальный метрический тензор в римановом пространстве и алгебраические операции с ним и с его производными формами. 3. Вычисление символов Кристоффеля второго и первого рода через фундаментальный метрический тензор. 4. Ковариантное дифференцирование тензора, заданного в криволинейных координатах в римановом пространстве. 5. Опускание и поднятие индексов у тензоров при помощи метрического тензора. 6. Формулы Френе в римановом пространстве. 7. Геодезические линии в римановом пространстве и их свойства. 8. Понятие о пространствах аффинной связности и параллельное перенесение. 9. Тензор кривизны и его физический смысл.

3.2. Текущий контроль

Перечень проводимых мероприятий текущего контроля: контролируется посещение лекций и практических занятий, выполнение контрольных работ и расчетно-графических заданий.

Типовые контрольные задания мероприятий текущего контроля:

Контрольная работа «Плоские и пространственные кривые. Их особенности и инварианты». (КР1)

Примерный вариант.

1. Найти длину дуги кривой L: первая арка циклоиды.

$$\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$

2. Написать уравнение касательной и нормали к кривой L:

$$y = 2\sqrt{x}, \text{ зная что, касательная параллельна прямой } y = 2x + 1$$

3. Найти особые точки кривой L: $\overline{M}(t) = \overline{N}\left(t - \frac{1}{t}, t^2 - \frac{1}{t}\right)$ Установить их характер.

Изобразить L в окрестности точки.

4. Найти огибающую семейства кривых: $(x - c)^2 + (y - c)^2 = 9$

5. Вычислить кривизну и кручение кривой L:
$$\begin{cases} x = R \cos \\ y = R \sin \\ z = at \end{cases} \text{ в точке } t_0 = \frac{\pi}{2}$$

*Контрольная работа «Поверхности в пространстве. Криволинейные координаты. Внутренняя геометрия поверхности. Кривизны поверхности». (КР2)
Примерный вариант.*

1. Изобразить поверхность $x^2 + y^2 = 4$. Перейти к заданию поверхности при помощи вектор-функции, изобразить криволинейные координаты на поверхности и пояснить их геометрический смысл.
2. Найти первую и вторую квадратичные формы этой поверхности.
3. Найти ее главные кривизны, гауссову и среднюю кривизну.
4. Указать линии кривизны на этой поверхности.
5. Какие сечения плоскостью выделяются в пространстве.

Практическое задание «Линейное и евклидово пространство. Линейная зависимость и линейная независимость векторов, размерность, базис. Ковариантные и контрвариантные координаты вектора. Ортонормированный базис. Преобразование базисов и координат вектора. Их матричная запись. Тензоры и линейные формы, некоторые действия над ними. Элементы тензорной алгебры. Криволинейные координаты на плоскости и в пространстве. Тензоры в криволинейной системе координат и математические операции над ними. Косоугольные и ортогональные криволинейные системы координат в пространстве. Фундаментальный метрический тензор и действия над ним. Символы Кристоффеля и фундаментальный тензор. Операции над ковариантными и контрвариантными индексами тензоров. Ковариантное дифференцирование тензоров».

Примерный вариант.

1. Образуется ли линейное векторное пространство L_3 совокупность векторов $\bar{x} = (x^1, x^2, x^3)$, со свойством:

а) (первый случай) $x^1 + x^2 + x^3 = 0$; б) (второй случай) $x^1 + x^2 + x^3 = 1$

2. При каком α векторы $\bar{a}(1, \alpha, 1), \bar{b}(1, 0, 2), \bar{c}(1, 0, \alpha)$ в R^3 не образуют базис.

3. Определение скалярного произведения и евклидово пространство. Доказать, что в линейном векторном пространстве L_3 можно определить скалярное произведение двух векторов $\bar{x} = (x^1, x^2, x^3)$ и $\bar{y} = (y^1, y^2, y^3)$ как $(\bar{x}, \bar{y}) = x^1 y^1 + x^2 y^2 + x^3 y^3$, опираясь на неравенство Коши - Буняковского и как вычислить угол между векторами.

4. Пусть дан ортонормированный репер (l_1, l_2, l_3) в R^3 с началом в $(0, 0, 0)$ и вектор $\bar{x} = (x^1, x^2, x^3)$. Перейти к другому (новому) ортонормированному базису (l_{11}, l_{21}, l_{31}) с тем же началом. Получить формулу перехода от старого базиса к новому, а также формулу преобразования координат вектора \bar{x} , т.е. матрицу перехода от старых координат к новым. Сравнить формулы, сделать вывод.

5. Найти контрвариантные и ковариантные координаты вектора \bar{x} в L_2 , если базис: $\{l_1 - \text{направлен по оси } OX, l_2 - \text{ по биссектрисе первого координатного угла. } |l_1|=1, |l_2|=1, \bar{x} = l_1 + l_2.$

6. Привести матрицу симметрического линейного преобразования $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ к

диагональному виду.

7. Дана билинейная форма в R^2 . Записать ее коэффициенты в виде таблицы. Как преобразуются они при переходе к другому базису и что образуют.

8. Сформулировать основную задачу тензорного исчисления. Дать определения тензоров валентности 0, 1, 2, 3 и привести примеры.

9. Найти характеристическую кривую симметричного тензора третьей валентности со следующими компонентами в \mathbb{R}^2 :

$$a_{111} = a_{222} = 0, \quad a_{112} = a_{122} = \frac{1}{3}.$$

10. Найти характеристическую поверхность симметрического тензора второй валентности в \mathbb{R}^3 . $a_{ij} = \frac{1}{2}(a_i b_j + a_j b_i)$

11. Криволинейная система координат в пространстве. Дать рисунок, изобразить локальный репер. Представить в общем виде формулы преобразования локального базиса при переходе от старого к новому и наоборот.

Рассмотреть сферическую систему координат и выполнить следующее:

- найти матрицу преобразования;
- построить локальный базис, дать рисунок;
- найти фундаментальный метрический тензор;
- вычислить параметр Ламе;
- найти символы Кристоффеля второго рода;
- найти градиент скалярного поля φ ;
- представить дивергенцию векторного поля \vec{a} ;
- найти ротор вектора \vec{a} .

12. Дано преобразование системы координат: $x^1 = \frac{rx}{x^2 + y^2}, y^1 = \frac{ry}{x^2 + y^2}$.

Зная компоненты тензора в системе координат XOY , найти их компоненты в системе $x^1 y^1 (x = x^1, y = x^2, x^1 = x^1, y^1 = x^2)$: $a_{11} = x, a_1^2 = x + y, a_2^1 = x - y, a_2^2 = y$

13. Перемножить два тензора в заданном порядке $b_1^1 = x^2, b_1^2 = y, b_2^1 = x, b_2^2 = y^2, b_{21} = x, b_{22} = y, b_{12} = x - y, b_{11} = y - x$

14. Свернуть тензор по нижнему и первому верхнему индексу T_i^{jk} :

$$\begin{cases} T_1^{11} = x^1 + (x^2)^2, T_1^{12} = x^1 + x^2, T_1^{21} = x^1 x^2, T_1^{22} = 1 \\ T_2^{11} = x^2 + (x^1)^2, T_2^{12} = x^1 - x^2, T_2^{21} = \frac{x^1}{x^2}, T_2^{22} = 0 \end{cases}$$

15. Дан четырехвалентный тензор T_i^{jk} : $T_1^{111} = 1, T_1^{112} = x^1, T_1^{121} = x^2, T_1^{122} = x^4 x^2, T_1^{211} = x^1 - x^2, T_1^{212} = 2, T_1^{221} = 0, T_1^{222} = 1, T_i^{jk} = 0$ и симметричный дважды ковариантный тензор: $a_{11} = 0, a_{12} = a_{21} = x^1 x^2, a_{22} = 1$. Опустить средний индекс у тензора T_a^{ijk} , умножив его справа на тензор a_{pj}

16. Найти ковариантную производную контрвариантного вектора в сферической системе координат.

17. Найти символы Кристоффеля первого рода в сферической системе координат.

18. Привести примеры тензоров напряжений, деформаций, инерции и других.

Типовые задачи для устного опроса.

1. Найти особые точки кривой $\overline{M}(t) = \overline{M}(t^2, t^3 - t^4)$ определить их тип, изобразить кривую в окрестности особой точки.

2. Построить параметризованную кривую L:
$$\begin{cases} x = t - \frac{1}{t} \\ y = t^2 - \frac{1}{t} \end{cases}$$

3. Найти огибающую и дискриминантную кривую однопараметрического семейства кривых: $(x - c)^2 + y = \frac{2}{c}$

4. Найти уравнение эволюты кривой $y^2 = 4x$ и построить ее.

5. Найти элементы трехгранника Френе кривой L:
$$\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \\ z = 3t \end{cases}$$
 в точке $t_0 = \pi$.

Вычислить кривизну и кручение этой кривой в точке t_0 . Сделать чертеж.

6. Привести примеры плоских пространственных кривых и их уравнений. Сделать изображение.

7. Дана поверхность $x^2 + y^2 = 4$

а) записать ее при помощи вектор-функции.

б) написать уравнение касательной плоскости и нормали в точке $M_0(u_0 = \frac{\pi}{2}, v_0 = 2)$.

в) найти угол между координатными линиями в этой точке.

г) вычислить длину координатной линии от точки $M_0(\frac{\pi}{2}, 2)$ до точки $M_0(\frac{\pi}{2}, 5)$

д) вычислить коэффициент первой и второй квадратичных форм и записать их.

г) найти главные кривизны, гауссову и среднюю кривизны в точке M_0

д) найти уравнения линий кривизны, асимптотических линий и геодезических линий на данной поверхности.

8. Образуется ли линейное пространство совокупность векторов на плоскости \mathbb{R}^2 , концы которых лежат на прямой (сделать чертеж).

9. При каком значении α векторы: $\overline{x} = \alpha \overline{a} + \overline{b} + 3\overline{c}$, $\overline{y} = \alpha \overline{a} + 2\overline{b} + 3\overline{c}$, $\overline{z} = \overline{a} + \overline{b} + \overline{c}$ линейно зависимы, если $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$ – базис. При каком α $\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}$ – базис.

10. Даны два ортонормированных базиса с общим началом (l_1, l_2, l_3) , (l_{11}, l_{21}, l_{31}) и вектор $\overline{x} = x^i l_i$ в первом базисе. Выразить векторы второго базиса через векторы первого и наоборот, а также преобразовании координат вектора x . Выписать матрицы перехода.

11. Дана билинейная форма в \mathbb{R}^2 . Записать ее коэффициенты в виде квадратной матрицы. Как они преобразуются при переходе к другому базису. Написать матрицу перехода.

12. Разложить тензор $(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 5 & 7 & -2 \\ 4 & -4 & 0 \end{pmatrix}$ на симметричную (a_{ij}) и

кососимметричную (b_{ij}) части (тензоры).

13. Написать уравнение и построить характеристическую кривую симметричного

тензора третьей валентности с компонентами $a_{111} = a_{222} = 1$, $a_{112} = a_{122} = 0$

14. Имеем преобразование координат в R^2 : $(x, y) \rightarrow (x^1, y^1)$: $x^1 = \frac{ax}{x^2 + y^2}$,

$y^1 = \frac{ay}{x^2 + y^2}$ и тензоры в системе координат (x, y) . Найти его компоненты в системе (x^1, y^1)

$(x = x^1, y = x^2, x' = x^1, y' = x^2)$: $a_{11} = x^2 + y^2$, $a_{12} = x$, $a_{21} = y$, $a_{22} = \frac{1}{x^2 + y^2}$.

15. Перемножить тензоры (в порядке их записи):

$$a_1^2 = x, a_2^1 = y, a_2^2 = xy, a_1^1$$

$$a^1 = 1, a^2 = x^2 + y^2$$

16. Свернуть тензор по нижнему и второму верхнему индексу T_i^{jk} : $T_1^{11} = x^1 + (x^2)^2$,

$$T_1^{12} = x^1 + x^2, T_1^{21} = x^1 x^2, T_1^{22} = 1, T_2^{11} = x^2 + (x^1)^2, T_2^{12} = x^1 - x^2, T_2^{21} = \frac{x^1}{x^2}, T_2^{22} = 0.$$

17. Симметризовать и альтернировать по нижним индексам следующий тензор:

$$T_{11}^1 = \sin x^1 + \cos x^2, T_{12}^1 = x^1, T_{21}^1 = (x^1)^2, T_{22}^1 = x^1 x^2, T_{11}^2 = \sin x^1 - \cos x^2, T_{12}^2 = x^2,$$

$$T_{21}^2 = (x^2)^2, T_{22}^2 = \frac{x^1}{x^2}.$$

18. Найти ковариантные производные тензора $T_{11}^1 = 0$, $T_{12}^1 = x^1 + x^2$, $T_{21}^1 = 2x^2$, $T_{22}^1 = 1$,

$$T_{11}^2 = 2x^1, T_{12}^2 = x^1 - x^2, T_{21}^2 = x^1 x^2, T_{22}^2 = 0$$
 с помощью геометрического объекта

$$a_{11}^1 = (x^1)^2, a_{12}^1 = a_{21}^1 = x^1 x^2, a_{22}^1 = (x^2)^2, a_{11}^2 = 0, a_{12}^2 = a_{21}^2 = \frac{x^1}{x^2}, a_{22}^2 = 0.$$

4. *Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций*

Процедура промежуточной аттестации регламентируется с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся в НИУ МГСУ.

4.1. *Процедура оценивания при проведении промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме экзамена/дифференцированного зачета*

Промежуточная аттестация проводится в виде Зачета с оценкой в 8 семестре.

Используется четырёх балльная шкала оценивания освоения, указанная в п.2.2.

Используются критерии оценивания, указанные п.2.2.

Оценка выставляется преподавателем интегрально по всем показателям и критериям оценивания.

Код показателя оценивания	Оценка			
	«2» (неудовлетв.)	Пороговый уровень освоения	Углубленный уровень освоения	Продвинутый уровень освоения
		«3» (удовлетвор.)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
Знания 3-1, 3-2	не знает терминов и определений	знает термины и определения, но допускает неточности формулировок	знает термины и определения	знает термины и определения, может сформулировать их самостоятельно
	не знает основные закономерности и соотношения, принципы построения знаний	знает основные закономерности, соотношения, принципы построения знаний	знает основные закономерности, соотношения, принципы построения знаний, способен их интерпретировать и использовать	знает основные закономерности, соотношения, принципы построения знаний, способен самостоятельно их получить и использовать
	не знает значительной части материала дисциплины	знает только основной материал дисциплины, не усвоил его деталей	знает материал дисциплины в запланированном объеме	обладает твёрдым и полным знанием материала дисциплины, владеет дополнительными знаниями
	Ответ не дан	дана только часть ответа на вопрос	ответ не полон, некоторые моменты в ответе не отражены	дан полный, развёрнутый ответ
	допускает грубые ошибки при изложении ответа на вопрос	В ответе имеются существенные ошибки	В ответе имеются несущественные неточности	Ответ верен
	Неверно излагает и интерпретирует знания. Изложение материала логически не выстроено. Не способен проиллюстрировать изложение поясняющими схемами, рисунками и примерами	Допускает неточности в изложении и интерпретации знаний. Имеются нарушения логической последовательности в изложении. Поясняющие рисунки, схемы выполнены не полно, не отражают материал.	Грамотно и по существу излагает материал. Логическая последовательность изложения не нарушена. Поясняющие рисунки, схемы и примеры корректны и понятны.	Логически, грамотно и точно излагает материал дисциплины, интерпретируя его самостоятельно, способен самостоятельно его анализировать и делать выводы. Поясняющие схемы, рисунки и примеры точны и раскрывают глубину полученных знаний.
Умения У1	Не умеет выполнять поставленные практические задания, выбрать типовой алгоритм решения	Умеет выполнять практические задания, но не всех типов. Способен решать задачи только по заданному алгоритму	Умеет выполнять типовые практические задания, предусмотренные программой	Умеет выполнять практические задания повышенной сложности
	Не может увязывать теорию с практикой, не может ответить на простые вопросы	Испытывает затруднения в применении теории при решении задач,	Правильно применяет полученные знания при выполнении заданий и	Умеет применять теоретическую базу дисциплины при выполнении

	по выполнению заданий, не может обосновать выбор метода решения задач	при обосновании решения	обосновании решения. Грамотно обосновывает ход решения задач	практических заданий, предлагать собственный метод решения. Грамотно обосновывает ход решения задач.
	Допускает грубые ошибки при выполнении заданий, нарушающие логику решения	Допускает ошибки при выполнении заданий, нарушения логики решения. Испытывает затруднения с выводами	Допускает некоторые ошибки при выполнении заданий, не нарушающие логику решения. Делает выводы по результатам решения	Не допускает ошибок при выполнении заданий, правильно обосновывает принятое решение. Самостоятельно анализирует задания и решение
	Не способен проиллюстрировать решение поясняющими схемами, рисунками	Поясняющие рисунки и схемы содержат ошибки, оформлены небрежно	Поясняющие рисунки и схемы корректны и понятны.	Поясняющие рисунки и схемы верны и аккуратно оформлены
Навыки НЗ	Не обладает навыками выполнения поставленных задач	Испытывает трудности при выполнении отдельных поставленных задач	Не испытывает затруднений при выполнении стандартных задач. Решение нестандартных задач представляет для него сложности.	Не испытывает затруднений при выполнении стандартных задач. Использует полученные навыки при решении сложных, нестандартных задач
	Не выполняет трудовые действия или выполняет очень медленно, не достигая поставленных задач	Выполняет трудовые действия медленно, с отставанием от установленного графика.	Выполняет трудовые действия, выполняет все поставленные задания.	Выполняет трудовые действия быстро, выполняя все поставленные задания.
	Выполняет трудовые действия некачественно	Выполняет трудовые действия с недостаточным качеством	Выполняет трудовые действия качественно	Выполняет трудовые действия качественно даже при выполнении сложных заданий
	Не может самостоятельно планировать и выполнять собственные трудовые действия	Выполняет трудовые действия только с помощью наставника	Самостоятельно выполняет трудовые действия с консультацией у наставника	Выполняет трудовые действия самостоятельно, без посторонней помощи

4.2. Процедура оценивания при проведении промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Зачета

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) проводится в форме Зачёта в 7 семестре.

Для оценивания знаний, умений и навыков используются критерии, указанные п.2.2.

Код показателя оценивания	Оценка	
	Не зачтено	Зачтено
31 32	не знает терминов и определений	знает термины и определения
	не знает основные закономерности и соотношения, принципы построения знаний	знает основные закономерности, соотношения, принципы построения знаний, способен их интерпретировать и использовать
	не знает значительной части материала дисциплины	знает материал дисциплины в запланированном объеме
	Ответ не дан	ответ не полон, некоторые моменты в ответе не отражены
	допускает грубые ошибки при изложении ответа на вопрос	В ответе имеются несущественные неточности
	Неверно излагает и интерпретирует знания. Изложение материала логически не выстроено. Не способен проиллюстрировать изложение поясняющими схемами, рисунками и примерами	Грамотно и по существу излагает материал. Логическая последовательность изложения не нарушена. Поясняющие рисунки, схемы и примеры корректны и понятны.
У1	Не умеет выполнять поставленные практические задания, выбрать типовой алгоритм решения	Умеет выполнять типовые практические задания, предусмотренные программой
	Не может увязывать теорию с практикой, не может ответить на простые вопросы по выполнению заданий, не может обосновать выбор метода решения задач	Правильно применяет полученные знания при выполнении заданий и обосновании решения. Грамотно обосновывает ход решения задач
	Допускает грубые ошибки при выполнении заданий, нарушающие логику решения	Допускает некоторые ошибки при выполнении заданий, не нарушающие логику решения. Делает выводы по результатам решения
	Не способен проиллюстрировать решение поясняющими схемами, рисунками	Поясняющие рисунки и схемы корректны и понятны.
НЗ	Не обладает навыками выполнения поставленных задач	Не испытывает затруднений при выполнении стандартных задач. Решение нестандартных задач представляет для него сложности.
	Не выполняет трудовые действия или выполняет очень медленно, не достигая поставленных задач	Выполняет трудовые действия, выполняет все поставленные задания.
	Выполняет трудовые действия некачественно	Выполняет трудовые действия качественно

4.3. Процедура оценивания при проведении промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме защиты курсовой работы/проекта

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) в форме защиты курсовой работы/курсового проекта не проводится.

Приложение 2 к рабочей программе

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.7.1	Дифференциальная геометрия

Код направления подготовки / специальности	01.03.04
Направление подготовки / специальность	Прикладная математика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач (Академический бакалавриат)
Год начала реализации ОПОП	2015
Уровень образования	Бакалавриат
Форма обучения	очная
Год разработки/обновления	2017

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы, количество страниц	Количество экземпляров печатных изданий в библиотеке НИУ МГСУ	Число обучающихся, одновременно изучающих дисциплину (модуль)
1	2	3	4	5
<i>Основная литература:</i>				
		НТБ НИУ МГСУ		
	Дифференциальная геометрия	Фиников, С. П. Курс дифференциальной геометрии [Текст] : [учебник] / С. П. Фиников. - Изд. 4-е. - Москва : КомКнига, 2013. - 343 с.	10	33
		ЭБС АСВ		
	Дифференциальная геометрия	Малаховский В.С. Краткий курс дифференциальной геометрии [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Малаховский В.С.— Электрон. текстовые данные.— Калининград: Российский государственный университет им. Иммануила Канта, 2010.— 111 с.	http://www.iprb-bookshop.ru/238 13	33
<i>Дополнительная литература:</i>				
		НТБ НИУ МГСУ		
1	Дифференциальная геометрия	Ленев, В. С. Дифференциальная геометрия в строительном университете. Конспект лекций [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. С. Ленев ; Моск. гос. строит. ун-т. - М. : МГСУ, 2009. - 94 с.	10	33

		ЭБС АСВ		
1	Дифференциальная геометрия	Манфредо П. до Кармо Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей [Электронный ресурс]/ Манфредо П. до Кармо— Электрон. текстовые данные.— Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2013.— 608 с.	http://www.iprb-bookshop.ru/28887	33

Согласовано:

НТБ

_____ /
дата

_____ /
Подпись, ФИО

Приложение 3 к рабочей программе

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.7.1	Дифференциальная геометрия

Код направления подготовки / специальности	01.03.04
Направление подготовки / специальность	Прикладная математика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач (Академический бакалавриат)
Год начала реализации ОПОП	2015
Уровень образования	Бакалавриат
Форма обучения	очная
Год разработки/обновления	2017

Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Наименование программного обеспечения	Тип лицензии
1	Введение. Вектор - функции и математические операции над ними. Кривые на плоскости, их локальные особенности. Касание кривых, кривизна кривой. Семейства кривых. Огибающая.	Операционная система Microsoft Windows;	DreamSpark subscription
		Microsoft Office	Open License
2	Кривые в пространстве. Формулы Френе, трехгранник Френе. Кривизна и кручение кривой. Плоские кривые в пространстве. Эволюта и эвольвента.	Операционная система Microsoft Windows;	DreamSpark subscription
		Microsoft Office	Open License
3	Теория поверхностей: Криволинейные координаты на поверхности и инвариантные построения. Первая квадратическая форма поверхности и внутренняя геометрия. Сети линий на поверхности. Огибающая семейства поверхностей	Операционная система Microsoft Windows;	DreamSpark subscription
		Microsoft Office	Open License
4	Искривление поверхности. Вторая квадратическая форма поверхности. Кривизны поверхности. Линии кривизны и асимптотические линии на поверхности. Классификация точек поверхности.	Операционная система Microsoft Windows;	DreamSpark subscription
		Microsoft Office	Open License
5	Геодезическая кривизна и геодезические линии на поверхности. Специальные виды поверхностей, применяемые в строительстве	Операционная система Microsoft Windows;	DreamSpark subscription
		Microsoft Office	Open License
6	Линейное векторное пространство. Преобразование ортонормированных базисов. Контрвариантные и ковариантные координаты вектора. Понятие тензора.	Операционная система Microsoft Windows;	DreamSpark subscription
		Microsoft Office	Open License
7	Тензорная алгебра. Тензоры в трехмерном евклидовом пространстве. Ранги или валентности	Операционная система Microsoft	DreamSpark subscription

	тензоров. Кососимметрические и симметрические тензоры. Получение инвариантов. Разложение тензора	Windows;	
		Microsoft Office	Open License
8	Основные положения тензорного анализа. Тензорное поле и его дифференцирование. Бесконечно малая деформация непрерывной среды. Тензоры напряжений и деформаций. Поток векторного поля через поверхность.	Операционная система Microsoft Windows;	DreamSpark subscription
		Microsoft Office	Open License
9	Тензоры в римановом пространстве. Многообразия. Метрический тензор и операции с ним. Ковариантные дифференцированные поля. Операции над индексами. Геодезические линии. Понятие о пространстве аффинной связности. Тензор кривизны. Тензор кручения.	Операционная система Microsoft Windows;	DreamSpark subscription
		Microsoft Office	Open License

Приложение 4 к рабочей программе

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.В.ДВ.7.1	Дифференциальная геометрия

Код направления подготовки / специальности	01.03.04
Направление подготовки / специальность	Прикладная математика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач (Академический бакалавриат)
Год начала реализации ОПОП	2015
Уровень образования	Бакалавриат
Форма обучения	очная
Год разработки/обновления	2017

Перечень материально-технического обеспечения по дисциплине (модулю):

№ п/п	Вид учебного занятия	Наименование оборудования	№ и наименование оборудованных учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий
1	2	3	4
1	Лекции	Стационарные / мобильные (переносные) наборы демонстрационного оборудования	Аудитории / аудитория для проведения занятий лекционного типа в соответствии с перечнем аудиторного фонда
2	Практические занятия	Мобильные (переносные) наборы демонстрационного оборудования	Аудитории / аудитория для проведения занятий семинарского типа в соответствии с перечнем аудиторного фонда
3	Самостоятельная работа	32 персональных компьютера с конфигурацией: 2,6 ГГц, HDD 160 Гб, RAM 2 Гб, Video RAM 256 Мб, DVD-R/RW, монитор 19", 48 персональных компьютеров с конфигурацией: 3 ГГц, HDD 160 Гб, RAM 2 Гб, Video RAM 256 Мб, DVD-R/RW, монитор 19", 40 персональных компьютеров с конфигурацией: 2,9 ГГц, HDD 250 Гб, RAM 4 Гб, Video RAM 512 Мб, DVD-R/RW, монитор 19".	Помещение для самостоятельной работы (129337, г. Москва, Ярославское ш, д. 26, корп. 2, Учебный корпус (Библиотека), комн. 10, комн. 41)
		29 персональных компьютеров с конфигурацией: 1,6 ГГц, HDD 80 Гб, RAM 1 Гб, Video RAM 128 Мб, DVD-R/RW, монитор 17".	Помещение для самостоятельной работы (129337, г. Москва, Ярославское ш, д. 26, корп. 2, Учебный корпус (Библиотека), комн. 10)