

ЗАДАНИЕ

- 1)-7) Определить вид дифференциального уравнения и найти его общее решение или частное решение, удовлетворяющее начальному условию задачи Коши.
- 8)-10) Для дифференциальных уравнений второго порядка найти общее решение или частное решение, удовлетворяющее начальным условиям задачи Коши.
- 11),13) Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородных дифференциальных уравнений.
- 12) Найти интегральную кривую, которая касается прямой $y = kx + b$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.
- 14) Найти фундаментальную систему решений, определитель Вронского для фундаментальной системы решений и общее решение однородного линейного дифференциального уравнения.
- 15) Найти вид общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения со специальной правой частью.
- 16) Решить задачу Коши.
- 17),18) Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения со специальной правой частью методом неопределенных коэффициентов.
- 19) Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения методом вариации произвольных постоянных.
- 20) Решить систему дифференциальных уравнений двумя способами:
- 1) методом исключения;
 - 2) с помощью собственных векторов и собственных значений.

ВАРИАНТ 1

- 1) $\frac{e^{2x}}{x-1} y' = e^{1+x^2} \cdot \operatorname{tg} y$, $y(1) = \frac{\pi}{2}$ 2) $S t dt + (t+1) dS = 0$
- 3) $x y' \sin \frac{y}{x} - x = y \sin \frac{y}{x}$ 4) $4x^2 dy = (4xy + y^2) dx$
- 5) $(2u + x) dx = x du + 4 \ln x dx$ 6) $(2x + 1) y' - 2y = 4x$
- 7) $y' - y \operatorname{tg} x = y^4 \cos x$, $y(\pi) = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ 8) $x y'' - 2y' - x = 0$
- 9) $x y'' = 2\sqrt{x} y' + y'$ 10) $y((y')^2 + 1) + (1 - y^2) y'' = 0$,
 $y(-1) = 0$, $y'(-1) = 1$
- 11) $2y'' - 3y' - 2y = 0$ 12) $y'' - 2y' + y = 0$,
 $M_0(0;1)$, $y = 3x + 1$
- 13) $4y'' - 4y' + 5y = 0$ 14) $y^{(4)} - 2y''' = 0$
- 15) $y''' - 10y'' + 29y' = x e^{5x} + e^{5x} \cos 2x - x^2$
- 16) $y''' + 9y' = 9x^2 - 3x$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 4$, $y''(0) = 18$
- 17) $y'' - 4y = (3x - 2)e^{-x}$ 18) $y'' - 4y = 8(\sin 2x - 3\cos 2x)$
- 19) $y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^3}$ 20) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y \\ \frac{dy}{dt} = -\frac{5}{3}x - \frac{2}{3}y \end{cases}$

ВАРИАНТ 2

$$1) x \frac{dx}{dt} + t = 1, \quad x(0) = 1 \qquad 2) \ln \cos y \, dx + x \operatorname{tg} y \, dy = 0$$

$$3) (x y e^{\frac{y}{x}} + x^2) dy = y^2 e^{\frac{y}{x}} dx \qquad 4) x y + y^2 = (2x^2 + xy) y'$$

$$5) y' - 2x y = 2x^3 \qquad 6) (\sin^3 t + Q \operatorname{ctg} t) dt = dQ$$

$$7) x y' - 4y = 2x^2 \sqrt{y}, \quad y(1) = 0 \qquad 8) x y'' + 5y' - 1 = 0$$

$$9) y'' - \frac{y'}{x(\ln x + 2)} = \ln x + 2 \qquad 10) y y'' - y'(1 + y') = 0,$$

$$y(1) = 2, \quad y'(1) = 1$$

$$11) 3y'' + 2y' - y = 0 \qquad 12) 4y'' - 4y' + y = 0,$$

$$M_0(0, 2), \quad y = x + 2$$

$$13) y'' - 4y' + 5y = 0 \qquad 14) 4y^{(4)} - y'' = 0$$

$$15) y''' - 8y'' + 25y' = 1 + x e^{4x} \sin 3x - 5e^{4x}$$

$$16) y''' - y'' = 6x^2 - 2x + 3, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1, \quad y''(0) = 0$$

$$17) y'' + 9y = 6x e^{-3x} \qquad 18) y'' + 9y = 5(\cos 2x - 2 \sin 2x)$$

$$19) y'' - 3y' + 2y = e^{3x} \cdot \sqrt{1 + e^x} \qquad 20) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y \\ \frac{dy}{dt} = -\frac{5}{3}x - \frac{2}{3}y \end{cases}$$

ВАРИАНТ 3

- 1) $\frac{1+e^x}{\cos^2 y} y' + 3e^x \operatorname{tg} y = 0, \quad y(0) = \frac{\pi}{4}$ 2) $\sqrt{v^2+1} dz = z v dv$
- 3) $x y y' = y^2 + 2x^2$ 4) $x dy = y \ln \frac{y}{x} dx$
- 5) $y' \sin x - y \cos x = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ 6) $t dT = (T + \ln t) dt$
- 7) $y' - \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{4\sqrt{y}}{\sqrt{1+x^2}} \operatorname{arctg} x$ 8) $x y'' - y' = x^2 \cos x$
- 9) $x y'' = y' \ln \frac{y'}{x} - y'$ 10) $2y y'' = (y')^2 - 4,$
 $y(2) = 5, \quad y'(2) = 3$
- 11) $y'' + 14y' + 49y = 0$ 12) $3y'' - 7y' - 6y = 0,$
 $M_0(0;4), \quad y = x + 4$
- 13) $9y'' + 6y' + 37y = 0$ 14) $y^{(4)} + y'' = 0$
- 15) $y''' + y'' - 20y' = x e^{4x} + 2e^{-5x} \sin 4x - 3x$
- 16) $y''' + 3y'' = 36x + 6, \quad y(0) = 5, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 7$
- 17) $y'' - 2y' + 2y = (10x - 3)e^{-x}$ 18) $y'' - 2y' + 2y = 10 \cos 2x$
- 19) $y'' + 9y = \frac{1}{\sin 3x}$ 20) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x - 7y \\ \frac{dy}{dt} = 2x - 5y \end{cases}$

ВАРИАНТ 4

1) $\frac{y y'}{x} + e^y = 0, y(1) = 0$ 2) $2x^2 u du + (u^2 - 2)dx = 0$

3) $x y' \ln \frac{y}{x} = x + y \ln \frac{y}{x}$ 4) $(x^2 + y^2) dx = 2xy dy$

5) $x y' - 2y = x^4$ 6) $y' \cos x + y = 1 - \sin x$

7) $(p^2 + 2p + q^2) dp = -2q dq, q(0) = 1$ 8) $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$

9) $xy'' + x(y')^2 - y' = 0$ 10) $y'' = \frac{y'}{\sqrt[4]{(y+1)^3}},$

$y(1) = 0, y'(1) = 4$

11) $5y'' + 9y' - 2y = 0$ 12) $y'' + 6y' + 13y = 0,$

$M_0(0;1), y = -x + 1$

13) $25y'' - 40y' + 16y = 0$ 14) $y^{(4)} - 2y'' + y = 0$

15) $y''' + 2y' = x^2 - 1 - x \cos \sqrt{2}x + 3 \sin \sqrt{2}x$

16) $y''' + 5y'' = 15x^2 - 14x + 6, y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = 27$

17) $y'' - 5y' - 6y = 5e^{-x}$ 18) $y'' - 5y' - 6y = 7 \cos x - 5 \sin x$

19) $y'' + 4y = \frac{\sin^2 2x}{\cos 2x}$ 20) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x - 7y \\ \frac{dy}{dt} = 2x - 5y \end{cases}$

ВАРИАНТ 5

1) $xy + x + (xy + y)y' = 0$ 2) $(1 + e^{2t})v^2 dv = e^t dt, v(0) = 0$

3) $y' = \frac{y}{x} + \cos \frac{y}{x}$ 4) $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$

5) $x(y' - y) = e^x$ 6) $(1 - 2St)dt = t(t - 1)dS$

7) $x' + \frac{2x}{y} = \frac{2\sqrt{x}}{\cos^2 y}, y(0) = \pi$ 8) $(x^2 - 1)y'' = 2y'$

9) $y'' - \frac{3 + e^x}{3x + e^x} y' = 3x + e^x$ 10) $y''(3 + y) = y'(1 + y'),$
 $y(-2) = -1, y'(-2) = 1$

11) $9y'' - 42y' + 24y = 0$ 12) $y'' - 4y' + 4y = 0,$

$M_0(0;0), y = -2x$

13) $8y'' - 4y' + 32,5y = 0$ 14) $y^{(4)} - 3y'' - 4y = 0$

15) $y''' + 9y'' + 27y' + 27y = (x - 1)e^{-3x} - e^{-3x} \cos x - x$

16) $y''' + 2y'' + y' = 3(x^2 + 4x), y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = 0$

17) $y'' - 4y = 3e^{2x}$ 18) $y'' - 4y = 4 \cos x - 3 \sin x$

19) $y'' + y' = e^x \cdot \cos e^x$ 20) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 2y \end{cases}$

ВАРИАНТ 6

$$1) 3e^x \sin y dx = (e^x - 1) \frac{dy}{\cos y} \quad 2) (\sqrt{Jt} + \sqrt{t})J' = J, J(0) = 1$$

$$3) (x y' - y) \ln \frac{y}{x} = x \quad 4) (x^2 + y^2) dx = xy dy$$

$$5) y' + 3y \operatorname{tg} 3x = \sin 6x, y(0) = \frac{1}{3} \quad 6) (3H - R^2) dR = R dH$$

$$7) y' + y = x\sqrt{y} \quad 8) y''x \ln x - y' = x \ln^2 x$$

$$9) y'' - \frac{1 - \sin x}{x + \cos x} y' = x + \cos x \quad 10) y'' + \frac{3}{4 - y} (y')^2 = 0,$$

$$y(0,5) = 5, y'(0,5) = 1$$

$$11) 4y'' + 11y' - 3y = 0$$

$$12) y'' + 6y' + 18y = 0,$$

$$M_0(0; -1), y = -1$$

$$13) 9y'' - 6y' + y = 0$$

$$14) y^{(4)} + 2y'' = 0$$

$$15) y''' + 8y'' + 20y' = -5 - x \cos 2x + e^{-4x} \sin 2x$$

$$16) y''' - 5y'' + 6y' = 4x - 6x^2 + 9, y(0) = 5, y'(0) = 0, y''(0) = 3$$

$$17) y'' + 4y' = 2e^{-4x}$$

$$18) y'' + 4y' = 8 \cos 4x$$

$$19) y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{x}}$$

$$20) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 2y \end{cases}$$

ВАРИАНТ 7

1) $y dx + \operatorname{ctg} x dy = 0$, $y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$ 2) $\frac{d\omega}{dt} + 1 = e^\omega$

3) $2x y y' = y^2 - x^2$

4) $(x y' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x$

5) $y' - y = x$, $y(1) = \frac{1}{e}$

6) $(2PQ + 3)dQ = Q^2 dP$

7) $y' - 2y \operatorname{tg} x + y^2 \sin^2 x = 0$

8) $x y'' + x(y')^2 = y'$

9) $y'' = \frac{e^x}{1+e^x} y' + 1 + e^x$

10) $y'' = \frac{y'}{\sqrt{y}}$,

$y(1) = 4$, $y'(1) = 4$

11) $4y'' - 13y' - 12y = 0$

12) $25y'' + 10y' + 10y = 0$,

$M_0(0; 5)$, $y = 2x + 5$

13) $y'' + 12y' + 36y = 0$

14) $y^{(4)} - 9y'' = 0$

15) $y''' + 6y'' + 18y' = -e^{-3x} + 2e^{-3x} \cos 3x + x \cos 3x - x$

16) $y''' + 2y'' = 8(1 - 3x)$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 6$

17) $y'' + 2y' = 3e^{-2x}$

18) $y'' - y' - 2y = 4 \sin 2x$

19) $y'' + 2y' + y = \frac{\sqrt{1-x}}{x} e^{-x}$

20) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = -7x - 6y \end{cases}$

ВАРИАНТ 8

$$1) y dy + \frac{2x dx}{\cos y} = 0, \quad y(0) = 0 \quad 2) t^2 (2v v' + 1) = 1$$

$$3) (1 + e^{\frac{y}{x}})(x y' - y) = x \quad 4) x y' = 2(y - \sqrt{xy})$$

$$5) y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x, \quad y(e) = \frac{e^2}{2} \quad 6) y' + \frac{x y}{1 - x^2} = \arcsin x + x$$

$$7) y' - y \operatorname{tg} x = y^4 \cos x \quad 8) y'' \operatorname{tg} x - y' = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$9) xy'' = y' \left(\ln \frac{y'}{x} + 1 \right) \quad 10) y'' + 2y(y')^3 = 0,$$

$$y(2) = 0, \quad y'(2) = 1$$

$$11) 3y'' + 14y' - 5y = 0 \quad 12) y'' + 4y' + 5y = 0,$$

$$M_0(0;1), \quad y = 1$$

$$13) 4y'' + 6y' + 9y = 0 \quad 14) y^{(4)} + 9y'' = 0$$

$$15) y''' - 2y'' - 3y' = -2x + x^2 e^{-x} + 3xe^{3x} \cos x$$

$$16) y''' - 5y'' + 4y' = 8x^2 - 24x + 5, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 6, \quad y''(0) = 30$$

$$17) y'' + y' = 3e^{-x} \quad 18) y'' + y' = 2 \sin x - 4 \cos x$$

$$19) y'' + y = \frac{\sin x}{\cos^2 x} \quad 20) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = -7x - 6y \end{cases}$$

ВАРИАНТ 9

1) $(1+x^2)y^3 dx = (y^2-1)x^3 dy$, 2) $y' + \sin(x+y) = \sin(x-y)$

$y(1) = 1$

3) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$

4) $xy' = y\left(\ln\frac{y}{x} + 2\right)$ 5) $y'\sqrt{1-x^2} + y = \arcsin x, y(0) = 0$

6) $y' \cos x - y \sin x = \sin 2x$,

7) $t p dp = (p^2 + t) dt$

$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$

8) $x^2 y'' + xy' = 1$

9) $x^2 y'' = (y')^2$

10) $y'' e^y + y' = 0$,

$y(2) = 0, y'(2) = 1$

11) $5y'' - 21y' - 20y = 0$

12) $9y'' - 6y' + 10y = 0$,

$M_0(0;3), y = 3 - x$

13) $y'' - 6y' + 9y = 0$

14) $y^{(4)} + 15y'' - 16y = 0$

15) $y''' + 6y'' + 9y' = x^2 e^{-3x} - x e^{-3x} \sin x + x^2 + 1$

16) $y''' - 4y'' = -12(2x+1), y(0) = -1, y'(0) = -6, y''(0) = 0$

17) $y'' - 2y' - 3y = 2e^{-x}$

18) $y'' - 2y' - 3y = 2 \cos 3x$

19) $y'' - 4y + 4y = \frac{\ln x}{x^2} e^{2x}$

20) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + 4y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y \end{cases}$

ВАРИАНТ 10

1) $S = S' \cos^2 t \ln S, S(\pi) = 1$ 2) $2^{x+y} dx + 3^{x-2y} dy = 0$

3) $xy' + x \operatorname{tg}^2 \frac{y}{x} = y - x$ 4) $(y^2 - 2xy) dx + x^2 dy = 0$

5) $x^2 y' + xy + 1 = 0,$ 6) $t dS - 2S dt = t^3 \ln t dt, S(1) = -1$

7) $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$ 8) $x^4 y'' + x^3 y' = 1$

9) $y''(e^x + 1) + y' = 0$ 10) $(3y - 1)^2 y'' = y',$

$y(3) = 1, y'(3) = -0,5$

11) $7y'' + 27y' - 4y = 0$ 12) $y'' - 2y' + 10y = 0,$

$M_0(0;1), y = 3x$

13) $9y'' - 12y' + 4y = 0$ 14) $y^{(4)} - 8y'' - 9y = 0$

15) $y''' - 12y'' + 48y' - 64y = -4x + 2e^{4x} \sin 4x - xe^{4x}$

16) $y''' + y'' - 2y' = -2x^2 + 6x + 4, y(0) = 0, y'(0) = 4, y''(0) = -2$

17) $y'' - 2y' + 5y = (5x + 2)e^{2x}$

18) $y'' - 2y' + 5y = 7 \sin 2x + 6 \cos 2x$

19) $y'' + 3y' + 2y = \sqrt{1 + e^x}$ 20) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + 4y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y \end{cases}$

ВАРИАНТ 11

$$1) \sec^2 x \sec y = y' \operatorname{ctg} x \sin y \qquad 2) (S + t S) dt = (t S - t) dS,$$

$$S(1) = 1$$

$$3) 2x^3 dy = y(2x^2 - y^2) dx \qquad 4) x y' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y$$

$$5) y' - y \operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x \qquad 6) (t^4 + 2r) dt = t dr$$

$$7) y' + y = e^{\frac{x}{2}} \cdot \sqrt{y}, \quad y(0) = \frac{9}{4} \qquad 8) y''(1-x) + 2xy' = 0$$

$$9) (1+x)y'' + y' = 0 \qquad 10) y'' + 18 \sin y \cos^3 y = 0,$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 3$$

$$11) 5y'' - 4y' - y = 0 \qquad 12) 4y'' + 4y' + 17y = 0,$$

$$M_0(0;4), \quad y = 4$$

$$13) y'' + 10y' + 25y = 0 \qquad 14) y^{(4)} - 3y'' = 0$$

$$15) y''' - 4y'' + 5y' = e^{2x} + x e^{2x} \cos x - 3 \cos x$$

$$16) y''' - 4y'' + 3y' = 3x^2 - 8x - 4, \quad y(0) = -5, \quad y'(0) = 4, \quad y''(0) = 0$$

$$17) y'' + 2y' = -6e^{-2x} \qquad 18) y'' + 2y' = 4 \sin 2x$$

$$19) y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x} \qquad 20) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -1,5x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 5y \end{cases}$$

ВАРИАНТ 12

$$1) y' = (2y + 1) \operatorname{ctg} x, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \quad 3) (x + 2y) dx - x dy = 0$$

$$2) x(y^6 + 1) dx + y^2(x^4 + 1) dy = 0 \quad 4) x^2 y' + y^2 = x y y'$$

$$5) y' + \frac{y}{x} = 2 \ln x + 1 \quad 6) \frac{dS}{dt} = \frac{2St}{1+t^2} + (1+t^2) \cos^3 t,$$

$$S(0) = 0$$

$$7) y'' + xy = xy^3$$

$$8) x^2 y'' = (y')^2$$

$$9) x y'' = 2y'(\ln y' - \ln x) + y'$$

$$11) 3y'' + 4y' - 4y = 0$$

$$10) y''(2y + 3) - 2(y')^2 = 0,$$

$$12) 16y'' + 8y' + y = 0,$$

$$y(\ln 3) = 0, \quad y'(\ln 3) = 3$$

$$M_0(0; 4), \quad y = x + 4$$

$$13) y'' + 2y' + 5y = 0$$

$$14) 9y^{(4)} - y'' = 0$$

$$15) y''' + 6y'' + 10y' = -1 - x + x^2 e^{-3x} - x e^{-3x} \sin x$$

$$16) y''' - 3y'' = -36x - 6, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 15$$

$$17) y'' + 16y = 8(4x - 7)e^{4x}$$

$$18) y'' + 16y = 7 \cos 3x - 14 \sin 3x$$

$$19) y'' - 6y' + 9y = \frac{x^4 + 2x^2 + 5}{x^2} e^{3x} \quad 20) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -1,5x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 5y \end{cases}$$

ВАРИАНТ 13

1) $y' = e^{x+y} + e^{x-y}$, $y(0) = 0$ 2) $(\sqrt{uz} + \sqrt{z}) dv = (\sqrt{v} - \sqrt{vz}) dz$

3) $(x y' - y) \arcsin \frac{y}{x} = \sqrt{x^2 - y^2}$ 4) $(x^2 + y^2) dy = 2x y dx$

5) $xy' - y - x^2 \cos x = 0$ 6) $(t \sin^2 t + R \operatorname{ctg} t) dt = dR$, $R\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

7) $(2x^2 y \ln x - x) y' = y$

8) $x y'' = (1 + 2x^2) y'$

9) $(1 + \sin x) y'' = y' \cos x$

10) $(2y + 1)^2 y'' = (y')^3$,

11) $3y'' - 4y' - 4y = 0$

$y\left(\frac{1}{6}\right) = 1$, $y'\left(\frac{1}{6}\right) = 3$

12) $25y'' - 10y' + 26y = 0$,

13) $y'' - 8y' + 16y = 0$

$M_0(0; -5)$, $y = x - 5$

14) $y^{(4)} + 9y'' = 0$ 15) $y''' + 2y'' - 8y' = x e^{2x} - x^2 e^{-4x} - 5x$

16) $y''' - 4y' = -2x^2 + 12x + 1$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -4$, $y''(0) = -3$

17) $y'' - 2y' + y = 3e^x$

18) $y'' - 2y' + y = 14 \sin 3x - 2 \cos 3x$

19) $y'' + y = \frac{1}{\sin^3 x}$

20) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4,5y \end{cases}$

ВАРИАНТ 14

$$1) 5e^x \operatorname{tg} y \, dx = (e^x - 1) \sec^2 y \, dy \quad 3) x y' + x \sin^2 \frac{y}{x} = y$$

$$2) \frac{1}{x(u-1)} + \frac{u'}{u(x+2)} = 0, u(1) = 1 \quad 4) x y' - y = (x+y) \ln \frac{x+y}{x}$$

$$5) x y' + (x+1) y = 3x^2 \quad 6) t \, dz = \left(\frac{2z}{\ln t} + 1 \right) dt$$

$$7) y' x^3 \sin y = x y' - 2y, y(1) = 0 \quad 8) 2x y'' - y' = 0$$

$$9) x y'' - 2y' = x^3 e^{2x} \quad 11) 25y'' - 10y' + y = 0$$

$$10) 3y \sqrt[3]{y^2} y'' = -1, \quad 12) 5y'' + 4y' - y = 0,$$

$$y\left(\frac{3}{2}\right) = 1, \quad y'\left(\frac{3}{2}\right) = 1 \quad M_0\left(1; \frac{1}{e}\right), \quad y = \frac{2-x}{e}$$

$$13) 16y'' - 16y' + 5y = 0 \quad 14) 16y^{(4)} - 8y'' + y = 0$$

$$15) y''' + 9y' = 5 \cos 3x - x e^x \sin 3x - x^2$$

$$16) y''' - y'' = 6x^2 - 2x - 3, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = -8$$

$$17) y'' - 3y' - 10y = -21e^{-2x}$$

$$18) y'' - 3y' - 10y = 35 \sin 5x + 15 \cos 5x$$

$$19) y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{\sqrt{1-x^2}} \quad 20) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4,5y \end{cases}$$

ВАРИАНТ 15

1) $\sec^2 \varphi \operatorname{tg} v \, dv = -\sec^2 v \operatorname{tg} \varphi \, d\varphi$, 3) $x \, dy - y \, dx = 3\sqrt{x^2 + y^2} \, dx$

$$2) \, v \left(\frac{\pi}{4} \right) = \frac{\pi}{4}$$

$$2) \, \frac{4 + y^2}{\sqrt{x^2 + 4x + 13}} = \frac{3y + 2}{x + 1} y'$$

$$4) \, x y' = y \cos \ln \frac{y}{x}$$

$$5) \, (x^2 + 1) y' + x y = 1$$

$$6) \, dT = \left(\frac{T}{t} + t \cos t \right) dt$$

$$7) \, 3y^2 y' + y^3 = x + 1, \, y(0) = 1$$

$$8) \, y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x$$

$$9) \, x y'' + y' = 3x + 1$$

$$10) \, \frac{y''}{y'} = \frac{2y y'}{1 + y^2},$$

$$11) \, 3y'' - 5y' - 12y = 0$$

$$y(0) = 0, \, y'(0) = 1$$

$$12) \, y'' + 8y' + 16y = 0,$$

$$13) \, 9y'' + 6y' + 2y = 0$$

$$M_0(0;1), \, y = x + 1$$

$$14) \, y^{(4)} + 3y'' - 4y = 0$$

$$15) \, y''' - 6y'' + 12y' - 8y = x^2 e^{2x} - x e^{2x} \sin 2x + \cos 2x$$

$$16) \, y''' + 4y' = 8(3x^2 + 1), \, y(0) = 0, \, y'(0) = 3, \, y''(0) = 6$$

$$17) \, y'' - y' - 6y = 10e^x \quad 18) \, y'' - y' - 6y = 6\sin 3x - 30\cos 3x$$

$$19) \, y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x} \ln x}{x}$$

$$20) \, \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = x + 6y \end{cases}$$

ВАРИАНТ 16

1) $(t^2 + 4)dJ = 2tJ dt, J(1) = 5$ 2) $e^{2x}y' = e^{1+x^2}(x-1)\operatorname{tg} y$

3) $(xy' - y)\sin \frac{y}{x} = x \cos^3 \frac{y}{x}$ 4) $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$

5) $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3,$ 6) $\cos t dS = (S + 2 \cos t) \sin t dt$

$y(0) = 1$

7) $xy' + y = y^2 \ln x$

8) $xy'' - 2y' = 2x^4$

9) $xy'' + y' + x = 0$

10) $y'' = 2 \sin^3 y \cos y,$

11) $4y'' + 7y' - 2y = 0$

$y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1$

12) $9y'' + 24y' + 16y = 0,$

$M_0(0; 0,5), y = 0,5$

13) $4y'' - 16y' + 17y = 0$

14) $y^{(4)} + 3y''' = 0$

15) $y''' - 4y'' + 13y' = -xe^{2x} \cos 3x - x \sin 3x - 4$

16) $y''' - 4y'' + 3y' = 18e^{-3x}, y(0) = -\frac{1}{4}, y'(0) = \frac{3}{4}, y''(0) = \frac{15}{4}$

17) $y''' - 4y'' + 3y' = 48x - 18x^2$

18) $y'' - 2y' = 4(\sin 2x - \cos 2x)$

19) $y'' + y = \frac{\cos^2 x}{\sin x}$

20) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = x + 6y \end{cases}$

ВАРИАНТ 17

1) $(1 + y^2)x dx + (1 + x^2) dy = 0$

2) $\beta' \sin \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta), \beta\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

3) $y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$

4) $x dy = (3\sqrt{x^2 + y^2} + y) dx$

5) $(1 - x)(y' + y) = x^2 e^{-x}, y(0) = 0,5$

7) $y' - y \operatorname{ctg} x = y^3$

6) $q dp - (3p + 1 + e^q) dq = 0$

8) $y''(1 + x) + y' = 1$

10) $(4y - 1)y'' = (y')^3 + 4(y')^2,$

9) $2xy'y'' = (y')^2 - 1$

$y(1) = 0, y'(1) = -2$

11) $4y'' - 21y' - 18y = 0$

12) $9y'' + 6y' + 10y = 0,$

13) $y'' - 10y' + 25y = 0$

$M_0(0; -3), y + 3 = 0$

14) $y^{(4)} - 9y'' = 0$

15) $y''' + 10y'' + 26y' = x \sin x - 2e^{-5x} \sin x - x^2$

16) $y''' + 4y' = e^{-2x}, y(0) = \frac{3}{2}, y'(0) = \frac{1}{8}, y''(0) = 6$

17) $y'' + 4y' = 3x^2 - 8x - 6$

18) $y'' - y' - 12y = -\cos 3x - 7 \sin 3x$

19) $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{\sqrt{1 + e^x}}$

20) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 0,5x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = -x + 4,5y \end{cases}$

ВАРИАНТ 18

1) $v' = \sqrt{t - tv^2}$, $v(0) = 0$ 2) $2e^x \operatorname{tg} y \, dx + (1 + e^x) \sec^2 y \, dy = 0$

3) $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$

4) $y^2 \, dx + x^2 \, dy = x y \, dy$

5) $y' - y \operatorname{ctg} x = \sin^3 x$

6) $(2t + \ln t - R) \, dt = t \, dR$

7) $(1 - x^2) y' - x y = x y^2$, $y(0) = \frac{1}{2}$

8) $(1 + \sin x) y'' = y' \cos x$

9) $x y'' = y' + x \sin \frac{y'}{x}$

10) $4(y')^2 = y''(3y + 1)$,

11) $3y'' + 8y' - 3y = 0$

$y(-3) = 0$, $y'(-3) = 1$

12) $4y'' + 24y' + 37y = 0$,

13) $9y'' - 24y' + 16y = 0$

$M_0(0; 2)$, $y = 2$

14) $9y^{(4)} + y'' = 0$

15) $y''' - 6y'' + 9y' = 2 - x + x e^{3x} \sin 3x - 4e^{3x}$

16) $y''' - 9y' = 3,5e^{4x}$, $y(0) = \frac{3}{8}$, $y'(0) = \frac{13}{2}$, $y''(0) = 2$

17) $y''' - 9y' = 2 - 9x^2 - 15x$

18) $y'' - 2y' + 10y = \cos 3x + 6 \sin 3x$

19) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}(x^3 + 1)$

20) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 0,5x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = -x + 4,5y \end{cases}$

ВАРИАНТ 19

$$1) t \frac{dS}{dt} = \frac{S}{\ln t}, \quad S(e) = 2$$

$$2) \frac{y}{x} dy + \frac{\sin x}{\cos y} dx = 0$$

$$3) y' = \frac{x-y}{x+y}$$

$$4) (x y' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x$$

$$5) y' - 2y = e^x - x, \quad y(0) = 0,25$$

$$6) (S + t^3) dt = t dS$$

$$7) y' + \frac{y}{x^2 + 1} = \frac{y^2}{x^2 + 1}$$

$$8) y'' + y' = 2x^2 + 3x + 4$$

$$9) (y'')^2 = 4y'$$

$$10) y^3 y'' - y' = 0,$$

$$11) 5y'' - 16y' - 16y = 0$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = -0,5$$

$$12) y'' + 6y' + 9y = 0, \quad M_0(-1; e^3), \quad y = -3e^3 x - 2e^3$$

$$13) 8y'' - 4y' + y = 0$$

$$14) y^{(4)} - 18y'' + 81y = 0$$

$$15) 4y''' + y' = x^2 \sin \frac{x}{2} - e^{\frac{x}{2}} \cos \frac{x}{2} - 3x$$

$$16) y''' + 3y'' = 27(\sin x + \cos x), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 0$$

$$17) y'' - 6y' + 8y = -2e^{2x}$$

$$18) y'' - 6y' + 8y = 8x^2 - 20x$$

$$19) y'' + 4y = \frac{1}{\cos^3 2x}$$

$$20) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{2}{3}x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = \frac{2}{3}x + y \end{cases}$$

ВАРИАНТ 20

$$1) y' = \frac{2e^{3x}}{3y^2 + 1} \qquad 2) (tS^2 + t)dt + (S + t^2S)dS = 0$$

$$3) (y'x - y)\cos\frac{y}{x} = x\sin^4\frac{y}{x}$$

$$4) (x^2 + xy)y' = x\sqrt{x^2 - y^2} + xy + y^2$$

$$5) xy' - 2y = \frac{2x^4}{x^4 + 9}, y(\sqrt{3}) = \pi \quad 6) (1 + h^2)dr = (\operatorname{arctg} h - r)dh$$

$$7) y' - xy = y^3xe^{-2x^2} \qquad 8) e^xy'' + y'' - e^xy' = 0$$

$$9) y'' = 1 + \frac{y'}{x} \qquad 10) y^2y'' - y' = 0, y(-0,5) = 1, y'(-0,5) = 1$$

$$11) 5y'' + 24y' - 5y = 0 \quad 12) y'' - 6y' + 10y = 0, M_0(0;2), y = 4x$$

$$13) 25y'' + 10y' + y = 0 \qquad 14) y^{(4)} + 8y'' - 9y = 0$$

$$15) y''' - 9y'' + 27y' - 27y = xe^{3x}\cos 3x - e^{-3x} + x^2$$

$$16) y''' - 0,25y' = 3e^x, y(0) = 1, y'(0) = 6, y''(0) = 0$$

$$17) y''' - 0,25y' = 22 + 2x - 3x^2$$

$$18) y'' - 2y' - 8y = 8\cos 3x + 24\sin 3x$$

$$19) y'' - 4y' + 4y = \frac{e^{2x}}{x^5}$$

$$20) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{2}{3}x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = \frac{2}{3}x + y \end{cases}$$