

М.Л.Каган, Т.С. Кузина В.Д. Петелина

**Задание для самостоятельной работы
студентов II курса дневного отделения
по разделам “Теория вероятностей и элементы
математической статистики”.**

Составители:

Профессор, кандидат физ.-мат. наук М.Л. Каган
Профессор, кандидат физ.-мат. наук Т.С. Кузина
Профессор, кандидат физ.-мат. наук В.Д. Петелина

Научный редактор

Профессор, доктор физ.-мат. наук М.В. Самохин

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
ВАРИАНТ 1	10
ВАРИАНТ 2	12
ВАРИАНТ 3	14
ВАРИАНТ 4	16
ВАРИАНТ 5	18
ВАРИАНТ 6	20
ВАРИАНТ 7	22
ВАРИАНТ 8	24
ВАРИАНТ 9	26
ВАРИАНТ 10	28
ВАРИАНТ 11	30
ВАРИАНТ 12	32
ВАРИАНТ 13	34
ВАРИАНТ 14	36
ВАРИАНТ 15	38
ВАРИАНТ 16	40
ВАРИАНТ 17	42
ВАРИАНТ 18	44
ВАРИАНТ 19	46
ВАРИАНТ 20	48
ВАРИАНТ 21	50
ВАРИАНТ 22	52
ВАРИАНТ 23	54
ВАРИАНТ 24	56
ВАРИАНТ 25	58
ВАРИАНТ 26	60
ВАРИАНТ 27	62
ВАРИАНТ 28	64
ВАРИАНТ 29	66
ВАРИАНТ 30	68

ВВЕДЕНИЕ

Представленные задания предназначены для самостоятельной работы студентов. Каждый вариант задания состоит из 12 задач, охватывающих основные вопросы курса теории вероятностей и математической статистики. Если какая-то часть курса излагается сокращенно или исключается полностью, то, естественно, соответствующие задачи следует облегчить, сняв некоторые вопросы условия, или полностью исключить эти задачи.

В задаче I требуется выполнить непосредственный подсчет вероятностей, основанный на применении классической и геометрической схем; при этом предполагается знание основных элементов комбинаторики: перестановок, размещений, сочетаний. В некоторых случаях возможно решение этой задачи с применением основных теорем.

$$P(A) = \sum_{(\omega_i \in A)} P_i$$

$$P(A) = \frac{m(A)}{n}, \text{ n – общее число исходов}$$

$m(A)$ – число исходов стохастического эксперимента, благоприятствующих A .

Геометрическая схема

$$P(A) = \frac{L(A)}{L(\Omega)} = \frac{S(A)}{S(\Omega)} = \frac{V(A)}{V(\Omega)}$$

Вероятностью случайного события A , попадания точки в область, соответствующую A , называется отношение мер области A и фигуры, которая соответствует достоверному событию Ω .

Задача 2 ориентирована на применение теорем сложения и произведения вероятностей и предполагает ясное понимание совместности и несовместности, зависимости и независимости событий.

Вероятность противоположного события

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Вероятность суммы 2-х событий

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Если $AB = \emptyset$, то $P(A + B) = P(A) + P(B)$

Условная вероятность события B при условии, что событие A произошло

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

Вероятность произведения 2-х событий

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B/A)$$

Если A и B независимые события

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

Задача 3 рассчитана на применение формул полной вероятности и Бейеса. В решении обязательно должно быть обосновано применение соответствующей формулы.

Формула полной вероятности

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A/H_i)$$

где H_1, H_2, \dots, H_n – гипотезы, составляют полную группу событий

Формула Бейеса

$$P(H_k/A) = \frac{P(H_k) \cdot P(A/H_k)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A/H_i)}$$

В задаче 4 предполагается применение формулы Бернулли, а **в задаче 5** – локальной и интегральной теорем Муавра-Лапласа. В решении этих задач обязательно должна быть обоснована применимость схемы Бернулли.

Формула Бернулли

$$P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}, \text{ где } p = P(A), q = 1 - P(A) = 1 - p$$

$$P_n(m_1 \leq m \leq m_2) = \sum_{m=m_1}^{m_2} C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$$

При достаточно большом n и не слишком малых p и q используются асимптотические формулы Муавра-Лапласа ($np > 10$)

$$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x), \text{ где } \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}, x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}, \varphi(-x) = \varphi(x)$$

$$P_n(m_1 \leq m \leq m_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \text{ где}$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt, x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}, x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}, \Phi(-x) = -\Phi(x)$$

В задаче 6 применяется формула Пуассона – закон редких событий или простейший, пуассоновский поток событий

Если n велико, $P(A)=p$ при одном испытании мало, то используется формула Пуассона

$$P_n(m) \approx \frac{a^m}{m!} e^{-a}, a = np \leq 10$$

$$P_n(m \leq k) = e^{-a} \sum_{m=0}^k \frac{a^m}{m!}$$

В задаче 7 требуется составить закон распределения дискретной случайной величины (ряд распределения), найти ее числовые характеристики и построить график функции распределения.

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{(x_i < x)} p_i - \text{функция распределения}$$

$$M(X) = a = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i, D(X) = M(X^2) - a^2 - \text{числовые характеристики}$$

В задаче 8 для заданного закона распределения некоторой непрерывной случайной величины требуется в зависимости от конкретного условия найти

плотность вероятности $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, неизвестные коэффициенты, математическое ожидание, дисперсию и построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

$$F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

$$f(x) = F'(x)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1, \quad P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$M(X) = a = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx, \quad D(X) = M(X^2) - a^2$$

Задача 9 рассчитана на нормальный закон распределения.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad F(x) = 0,5 + \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)$$

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \Phi\left(\frac{x_2 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - a}{\sigma}\right)$$

$$a = M(X), \quad \sigma = \sigma(X)$$

Задача 10 представляет собой расчет на прочность балки со случайной нагрузкой. Из курса сопротивления материалов необходимый момент сопротивления определяется из условия

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma], \quad \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W}, \quad M_{\max} - \text{максимальный изгибающий момент,}$$

W – момент сопротивления

σ_{\max} зависит от размеров, характера закрепления и случайной нагрузки. Зависимость σ_{\max} от нагрузки линейная, потому σ_{\max} также как и нагрузка распределена нормально.

Необходимый момент сопротивления балки определяется из условия

$$P(0 \leq \sigma_{\max} \leq [\sigma]) \geq p_0$$

Задачи 11 и 12 связаны со статистической обработкой результатов экспериментов

В задаче 11 требуется найти точечные оценки и доверительные интервалы для среднего значения (математического ожидания) и среднеквадратического отклонения случайной величины по выборке n , полученной из генеральной совокупности, распределенной по нормальному закону. Точечные оценки определяются по формулам

$$\tilde{a} = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_1^n x_i; \quad \bar{x} - \text{выборочная средняя}$$

$$\tilde{D} = \tilde{\sigma}^2 = s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2;$$

$$\tilde{\sigma} = s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad s - \text{исправленное среднеквадратическое}$$

отклонение, x_i – выборочные значения.

Доверительный интервал для математического ожидания a , накрывающий неизвестное a с надежностью γ , определяется следующей формулой:

$$\bar{x} - t_\gamma \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \leq a \leq \bar{x} + t_\gamma \cdot \frac{s}{\sqrt{n}},$$

где t_γ определяется по таблице квантилей распределения Стьюдента с $(n-1)$ степенями свободы по доверительной вероятности γ .

Доверительный интервал для среднеквадратического отклонения σ с надежностью γ , можно определить несколькими способами:

а) доверительный интервал, симметричный относительно точечной оценки s , определяется формулой

$$s(1 - q) \leq \sigma \leq s(1 + q)$$

где q определяется по таблице по заданным n и γ . Следует учесть, что если $q > 1$, то неравенство естественно уточняется

$$0 \leq \sigma \leq s(1 + q)$$

б) доверительный интервал с равными $\frac{1-\gamma}{2}$ вероятностями выхода определяемого

параметра за левую и правую границы интервала определяется формулой

$$\sqrt{\frac{n-1}{h''_\gamma}} \cdot s \leq \sigma \leq \sqrt{\frac{n-1}{h'_\gamma}} \cdot s$$

где h'_γ и h''_γ определяются условиями

$$P(\chi_{n-1}^2 < h'_\gamma) = \frac{1-\gamma}{2}, \text{ или } P(\chi_{n-1}^2 > h''_\gamma) = 1 - \frac{1-\gamma}{2} = \frac{1+\gamma}{2}$$

и

$$P(\chi_{n-1}^2 > h''_\gamma) = \frac{1-\gamma}{2}$$

и находятся по таблице квантилей распределения χ^2 с $(n-1)$ степенями свободы

в) доверительный интервал с наименьшей верхней границей определяется формулой

$$0 \leq \sigma \leq s \cdot \sqrt{\frac{n-1}{h_\gamma}},$$

где h_γ определяется из условия

$$P(\chi_{n-1}^2 > h_\gamma) = \gamma$$

и находятся по таблице квантилей распределения χ^2 с $(n-1)$ степенями свободы.

Выбор одного из вариантов построения доверительного интервала для σ определяется спецификой факультета и сообщается студентам дополнительно.

В задаче 12 требуется произвести обработку экспериментальных данных методом наименьших квадратов.

Пусть имеется таблица опытных данных $(x_1, y_1) \dots (x_n, y_n)$, связанные функциональной зависимостью, вид которой предполагается известным с точностью до входящих в нее параметров a, b, \dots, c , число которых не должно превышать n ; $y = f(x, a, b, \dots, c)$. По методу наименьших квадратов значения неизвестных параметров ищутся из условия минимума функции

$$S(a, b, \dots, c) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, a, b, \dots, c)]^2, \quad (1)$$

что приводит к системе нормальных уравнений, число которых совпадает с числом определяемых параметров:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial S}{\partial c} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, a, b, \dots, c)] \cdot \left. \frac{\partial f}{\partial a} \right|_{x=x_i} = 0 \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, a, b, \dots, c)] \cdot \left. \frac{\partial f}{\partial c} \right|_{x=x_i} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Решая систему (2) находим искомые значения a, b, \dots, c .

В расчетном задании предлагаются три вида зависимости $y = f(x)$.

Варианты 1–10. Линейная зависимость $y = ax + b$; в этом случае система (2) для определения a и b принимает вид

$$\begin{cases} a \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a \cdot \sum_{i=1}^n x_i + b \cdot n = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases} \quad (3)$$

Вычисления, необходимые для определения коэффициентов системы (3), удобно вести в виде табл. 1 ($i = 1, 2, \dots, n$).

Таблица 1

i	x_i	x_i^2	y_i	$x_i y_i$
Σ	Σx_i	Σx_i^2	Σy_i	$\Sigma x_i y_i$

Варианты 11–20. Дробно линейная зависимость $y = \frac{a}{x} + b$; в этом случае система (2) для определения a и b принимает вид

$$\begin{cases} a \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{x_i} \right)^2 + b \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} y_i \\ a \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} + b \cdot n = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases} \quad (4)$$

Вычисления, необходимые для определения коэффициентов системы (4), удобно вести в виде табл. 2 ($i = 1, 2, \dots, n$).

Таблица 2

i	x_i	$\frac{1}{x_i}$	$\frac{1}{x_i^2}$	y_i	$\frac{y_i}{x_i}$
Σ	Σx_i	$\Sigma \frac{1}{x_i}$	$\Sigma \frac{1}{x_i^2}$	Σy_i	$\Sigma \frac{y_i}{x_i}$

Варианты **21–30**. Квадратическая зависимость $y = ax^2 + bx + c$; в этом случае система (2) для определения a , b и c принимает вид

$$\begin{cases} a \cdot \sum_{i=1}^n x_i^4 + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i^3 + c \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \\ a \cdot \sum_{i=1}^n x_i^3 + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i + c \cdot n = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases} \quad (5)$$

Вычисления, необходимые для определения коэффициентов системы (5), удобно вести в виде табл. 3 ($i = 1, 2, \dots, n$).

Таблица 3

i	x_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	y_i	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$
Σ	Σx_i	Σx_i^2	Σx_i^3	Σx_i^4	Σy_i	$\Sigma x_i y_i$	$\Sigma x_i^2 y_i$

Системы нормальных уравнений для определения неизвестных параметров в данном задании линейны и обычно решаются методом Гаусса.

ВАРИАНТ 1

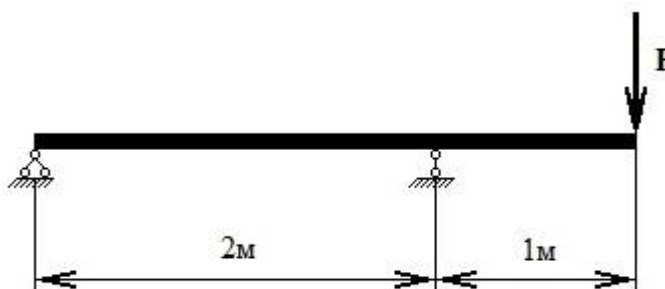
- №1. Из 30 деталей, среди которых 10 высшего качества, случайным образом выбираются на сборку 20. Какова вероятность того, что среди них окажется 7 деталей высшего качества?
- №2. ОТК проверяет некоторые изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие нестандартно, равна 0,1. Найти вероятность того, что нестандартным окажется только четвертое по порядку проверенное изделие.
- №3. На некотором заводе первый станок производит 40% всей продукции, а второй – остальную. В среднем 9 из 1000 деталей, производимых первым станком, оказываются бракованными, а у второго – одна бракованная деталь из 250. Случайно выбранная из всей дневной продукции деталь оказалась по результатам проверки бракованной. Какова вероятность того, что она произведена на первом станке?
- №4. Вероятность попадания в десятку для данного стрелка при одном выстреле равна 0,2. Определить вероятность попадания в десятку не менее трех раз при десяти выстрелах.
- №5. При транспортировке и погрузочно-разгрузочных работах 3% поступившего кирпича оказывается битым. Какова вероятность того, что из партии в 10000 кирпичей битыми окажется не более 400 штук?
- №6. При массовом производстве интегральных схем вероятность появления брака равна 0,005. Определить вероятность того, что в партии из 600 изделий бракованными будут: а) не более трех изделий; б) ровно три изделия.
- №7. Отрезок разделен на две равные части. На этот отрезок брошены три точки. Попадание точки в любое место отрезка равновозможно. Дискретная случайная величина – число точек, попавших на левую часть отрезка. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Функция распределения некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, 0), \\ a + bx^3, & x \in [0, 2], \\ 1, & x \in (2, +\infty). \end{cases}$$

Определить параметры a и b , найти выражение для плотности вероятности, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[1, 4]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Случайная величина X распределена по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 40, и дисперсией, равной 200. Вычислить вероятность попадания случайной величины в интервал $[30;80]$.

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 120$ кг и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 12$ кг. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 1800$ кг/см², а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,95$.



№11. Проведенные измерения диаметра цилиндрической части заклепок дали следующие результаты / в миллиметрах/:

8,12	8,17	8,20	8,21	8,20
8,17	8,22	8,27	8,22	8,17
8,32	8,20	8,21	8,18	

Предполагая, что определяемый размер распределен по нормальному закону, найти доверительные интервалы для среднего размера с надежностью 0,99 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,95.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

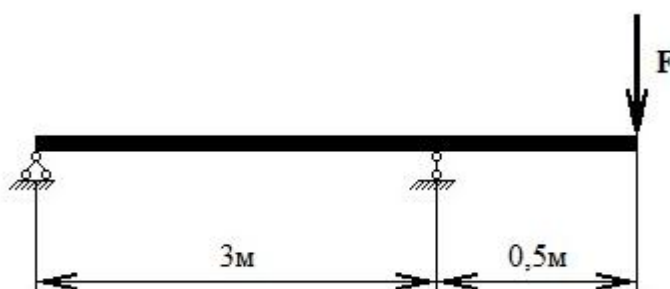
x	0	4	10	15	21	29	36	51	68	75
y	66,7	71,0	76,3	80,5	85,7	92,9	99,4	113,6	125,1	130,4

ВАРИАНТ 2

- №1. Из десяти лотерейных билетов выигрышными являются два. Определить вероятность того, что среди взятых наудачу пяти билетов два окажутся выигрышными.
- №2. Три стрелка стреляют в цель. Вероятность попадания в цель для первого, второго и третьего стрелка соответственно равна 0,6, 0,7 и 0,75. Определить вероятность хотя бы одного попадания в цель, если каждый стрелок делает по одному выстрелу.
- №3. В цехе фабрики 30% продукции производится первой машиной, 25% - второй, а остальная продукция – третьей. Первая машина дает 1% брака, вторая – 2% и третья – 3%. Случайно выбранная единица продукции оказалась бракованной. Определить вероятность того, что она изготовлена на первой машине.
- №4. Для пуска некоторой установки необходимо включить 6 блоков. Вероятность того, что блок включится при нажатии соответствующей кнопки на пульте управления, равна 0,9 для каждого блока. Нажаты все кнопки. Определить вероятность того: а) установка заработает; б) два блока не включатся.
- №5. Вероятность того, что изготовленные для подшипников шарики не укладываются в допустимые размеры, равна 0,02. Определить вероятность того, что в партии из 10000 штук забракованных шариков окажется не более 240.
- №6. В камере Вильсона фиксируется 36 столкновений частиц в час. Найти вероятность того, что в течение одной минуты: а) не произойдет ни одного столкновения; б) произойдет более двух столкновений.
- №7. По каналу связи передаются последовательно два сообщения, каждое из которых может быть искажено. Вероятности искажения первого и второго сообщения равны 0,2 и 0,1. Дискретная случайная величина – число правильно переданных сообщений. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Плотность вероятности некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:
- $$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, 1); \\ \frac{A}{x^4}, & x \in [1, +\infty). \end{cases}$$
- Определить коэффициент A , функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[-2, 2]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Отклонение длины изготавливаемой детали от стандарта - случайная величина, распределенная по нормальному закону. Если стандартная длина равна 40 см и среднее квадратическое отклонение равно 0,4 см, то какое отклонение длины изделия от стандарта по модулю можно гарантировать с вероятностью 0,8?

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 210$ кг и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 21$ кг. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2400$ кг/см², а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,8$.



№11. Проведенные измерения количества выпавших осадков в октябре за период в 15 лет для данной местности дали следующие результаты (в мм):

99	125	103	92	100
109	118	116	98	140
122	101	120	131	106

Найти доверительные интервалы для среднего значения количества выпавших осадков с доверительной вероятностью 0,99 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,95. Предполагается, что определяемая величина распределена по нормальному закону

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	0,2	0,4	0,5	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
y	3,3	3,7	4,0	4,3	4,5	4,9	5,1	5,5	5,8	6,2

ВАРИАНТ 3

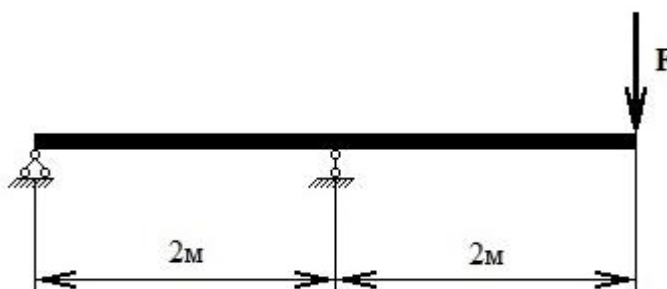
- №1. Среди десяти люминесцентных ламп имеется одна негодная. Определить вероятность того, что среди взятых наудачу шести ламп все окажутся годными.
- №2. Студент пришел на зачет, зная из 30 вопросов только 24. Какова вероятность сдать зачет, если после отказа отвечать на вопрос преподаватель задает еще один вопрос?
- №3. На станции очистки сточных вод 30% стока поступает с первого предприятия, 40% - со второго и остальное – с третьего. Вероятность появления в сточных водах солей тяжелых металлов для первого, второго и третьего предприятий соответственно равна 0,01, 0,02 и 0,04. Определить вероятность появления солей тяжелых металлов во всем стоке.
- №4. Строительная организация имеет пять бульдозеров, надежность (вероятность безотказной работы в течение некоторого времени T) каждого из них равна 0,9. Определить вероятность того, что за время T : а) ни один из пяти бульдозеров не потребует ремонта; б) два бульдозера будут нуждаться в ремонте.
- №5. На сбор приглашено 120 спортсменов. Вероятность того, что выбранный случайным образом спортсмен выполнит нормативы комплекса ГТО первой степени, равна 0,7. Определить вероятность того, что не менее 60 спортсменов выполнят эти нормативы.
- №6. На диспетчерский пункт, в среднем, поступает три заказа в минуту на такси. Определить вероятность того, что за две минуты поступит: а) не менее четырех вызовов; б) ровно четыре вызова.
- №7. Стеновая панель подвергается на испытаниях последовательному воздействию трех нагрузок. Вероятности разрушения панели при этих нагрузках соответственно равны 0,1; 0,3 и 0,4. При разрушении деталь следующей нагрузке не подвергается. Дискретная случайная величина – число воздействовавших на деталь нагрузок. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Функция распределения некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, 0); \\ A + Bx^2, & x \in [0, 2]; \\ 1, & x \in (2, +\infty). \end{cases}$$

Определить параметры A и B , найти выражение для плотности вероятности $f(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[-1,1]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Случайная величина подчинена нормальному закону с математическим ожиданием $a=1,6$ и средним квадратическим отклонением $\sigma=1$. Какова вероятность того, что при двух испытаниях эта случайная величина два раза попадет в интервал $[1,2]$?

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 200\text{кг}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 20\text{кг}$. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2000\text{кг/см}^2$, а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,8$.



№11. Проведенные измерения времени работы дизельных двигателей одной марки до первого капремонта дали следующие результаты (в часах):

3960	5000	4250	3680	4000
4360	4120	4720	4640	3900
5600	4880	4040	4800	5240

Найти доверительные интервалы для среднего значения моторесурса двигателя с надежностью $0,99$ и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью $0,95$. Принять, что определяемая величина распределена по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	2,7	4,6	6,3	7,8	9,2	10,6	12,0	13,4	14,7
y	17,0	16,2	13,3	13,0	9,7	9,9	6,2	5,8	5,7

ВАРИАНТ 4

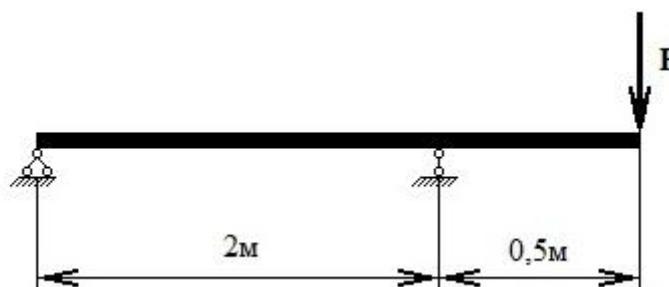
- №1. В партии из десяти деталей восемь стандартных. Определить вероятность того, что среди двух наудачу извлеченных из партии деталей есть хотя одна стандартная.
- №2. По линии связи, имеющей четыре приемно-передающих пункта, передается сообщение. Вероятность того, что сообщение будет искажено на первом, втором, третьем и четвертом пункте соответственно равна 0,1; 0,15; 0,2 и 0,25. Какова вероятность получения неискаженного сообщения?
- №3. ОТК проводит контроль выпускаемых приборов. Приборы содержат скрытые дефекты с вероятностью, равной 0,15. При проверке наличие дефекта обнаруживается с вероятностью 0,9. Кроме того, с вероятностью 0,05 исправный прибор может быть ошибочно признан дефектным. При обнаружении дефекта приборы бракуются. Определить вероятность того, что забракованный прибор имеет дефект.
- №4. Игрок набрасывает кольца на колышек, вероятность удачи при этом равна 0,1. Определить вероятность того, что из шести колец на колышек попадут хотя бы два.
- №5. В некотором городе в среднем за один год рождаются 12300 детей. Вероятность рождения мальчика равна 0,515. Определить вероятность того, что в данном городе за год мальчиков родится меньше, чем девочек.
- №6. Металлические трубы, каждая длиной восемь метров, имеют среднюю концентрацию микродефектов в 0,375 микродефекта на один погонный метр. Определить вероятность того, что данная труба будет бракованной, если по техническим причинам допускается не более пяти микродефектов на каждую трубу.
- №7. В круге радиуса r находится круг вдвое меньшего радиуса. В большой круг случайным образом брошены три точки. Попадание точки в любое место большого круга равновозможно. Дискретная случайная величина – число точек, попавших в круг меньшего радиуса. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Функция распределения некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:
- $$F(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, 0); \\ A + B(x^3 + 3x), & x \in [0, 2]; \\ 1, & x \in (2, +\infty). \end{cases}$$

Определить параметры A и B , найти выражение для плотности вероятности $f(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[-0,5;0,5]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 0$ и средним квадратическим отклонением $\sigma = 1$.

Что больше: $P\{-0,5 \leq X \leq -0,1\}$ или $P\{1 \leq X \leq 2\}$?

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 220 \text{ кг}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 24 \text{ кг}$. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2400 \text{ кг/см}^2$, а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,9$.



№11. Максимальная толщина снегового покрова за последние 15 лет в данной местности по данным наблюдений была равна (в сантиметрах):

50	48	52	53	54
61	52	50	48	54
53	50	46	53	61

Найти доверительные интервалы для среднего значения толщины снегового покрова с надежностью $0,95$ и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью $0,99$. Принять, что искомая величина распределена по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	7,9	11,6	12,8	14,9	16,3	18,6	20,3	21,9	23,6	25,2
y	13,0	22,8	24,8	28,6	31,6	38,7	40,0	44,9	43,0	44,3

ВАРИАНТ 5

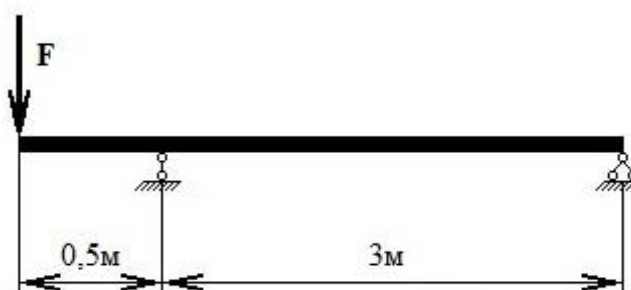
- №1. На складе имеется 20 контрольно-измерительных приборов, но только 12 из них оттарированы. Определить вероятность того, что из пяти наудачу взятых приборов четыре оттарированы.
- №2. Надежность (вероятность безотказной работы за данный промежуток времени T) каждого прибора равна 0,6. Сколько приборов надо включить параллельно, чтобы довести надежность всей системы до 0,95?
- №3. На складе имеются электролампы, изготовленные двумя заводами. Среди них 70% изготовлены первым, а остальные – вторым заводом. Известно, что из каждых 100 ламп, произведенных первым заводом, 90 удовлетворяют стандарту, а из 100 ламп, произведенных вторым, 80 удовлетворяют стандарту. Определить вероятность того, что взятая наудачу лампочка будет удовлетворять требованиям стандарта.
- №4. Станок-автомат производит 70% всех изделий первым сортом, а остальное – вторым. Требуется установить, что является более вероятным – получить два первосортных изделия из пяти наудачу отобранных или пять первосортных из десяти.
- №5. По данным технического контроля в среднем 10% изготавливаемых на заводе часов нуждаются в дополнительной регулировке. Чему равна вероятность того, что из 400 изготовленных часов не менее 350 штук не будут нуждаться в дополнительной регулировке?
- №6. Автоматическая телефонная станция получает в среднем за час 300 вызовов. Определить вероятность того, что за данную минуту она получит: а) ровно два вызова; в) более двух вызовов.
- №7. При одном цикле обзора радиолокационной станции, следящей за объектом, объект обнаруживается с вероятностью 0,8. При обнаружении объекта обзор прекращается, при этом производится не более трех циклов обзора. Дискретная случайная величина – число произведенных циклов обзора. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Плотность вероятности некоторой случайной величины задана следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, 1); \\ \frac{a}{x^4}, & x \in [1, +\infty). \end{cases}$$

Найти коэффициент a , функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[0,2]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Случайная величина X – ошибка измерений прибора распределена по нормальному закону с дисперсией $0,16 \text{ мм}^2$. Систематические ошибки отсутствуют. Найти вероятность того, что ошибка измерения не превысит по модулю $0,6 \text{ мм}$.

№10. Найти необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 225 \text{ кг}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 25 \text{ кг}$. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2400 \text{ кг/см}^2$, а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,9$.



№11. Проведенные испытания на растяжение образцов конструкционной стали дали следующие значения для максимального напряжения (кг/см^2):

3100	4000	3800	4100	3400
4200	3700	3900	3200	4100
3800	4200	3500	4000	3900

Найти доверительные интервалы для среднего значения максимального напряжения с надежностью $0,95$ и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью $0,99$. Принять, что определяемая величина распределена по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	30	29,1	28,4	28,1	28,0	27,7	27,5	27,2	27,0	26,8

ВАРИАНТ 6

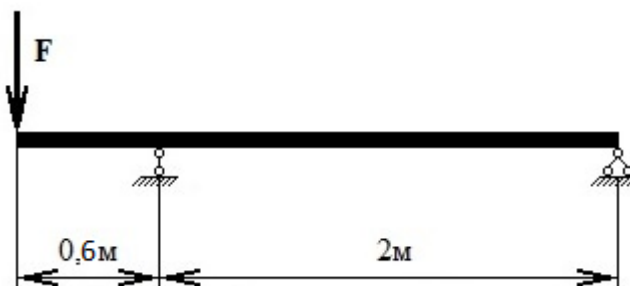
- №1. При наборе телефонного номера абонент забыл две последние цифры и набрал их наудачу, помня только, что эти цифры нечетные и разные. Определить вероятность того, что номер набран правильно.
- №2. Для сигнализации о пожаре установлены два независимо работающих датчика. Вероятности того, что при пожаре датчик сработает, для первого и второго соответственно равны 0,9 и 0,95. Определить вероятность того, что при пожаре сработает хотя бы один датчик.
- №3. На конвейер поступают однотипные изделия, изготовленные двумя рабочими. При этом первый поставляет 60%, а второй – 40% общего числа изделий. Вероятность того, что изделие, изготовленное первым рабочим, окажется нестандартным, равна 0,005, вторым – 0,01. Взятое наудачу с конвейера изделие оказалось нестандартным. Определить вероятность того, что оно изготовлено первым рабочим.
- №4. Вероятность попадания в десятку у данного стрелка при одном выстреле равна 0,8. Определить вероятность того, что при десяти независимых выстрелах будет не менее семи попаданий в десятку.
- №5. К техническому водопроводу подключено 160 предприятий, каждое из которых с вероятностью 0,7 в данный момент времени осуществляет отбор воды из магистрали. Определить вероятность того, что в этот момент забор воды производят не менее 80 и не более 120 предприятий.
- №6. На один кубический метр грунта в среднем приходится два крупных камня. Найти вероятность того, что в ковш экскаватора емкостью в три кубических метра попадет: а) не более пяти камней; в) ровно два камня.
- №7. В квадрате со стороной a находится квадрат со стороной $\frac{a}{2}$. На больший квадрат случайным образом попадают три точки. Попадание точки в любое место квадрата равновозможно. Дискретная случайная величина – число точек, попавших на маленький квадрат. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Функция распределения непрерывной случайной величины задана следующим образом:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, a); \\ \frac{1}{2}(x - 1), & x \in [a, b]; \\ 1, & x \in (b, +\infty). \end{cases}$$

Определить параметры a и b , найти выражение для плотности вероятности, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[-1,2]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Вес груза одного вагона - случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием 65 т и средним квадратическим отклонением 2 т. Найти вероятность того, что вес груза очередного вагона не превышает 70 т.

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 190$ кг и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 25$ кг. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2600$ кг/см², а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,8$.



№11. Проведены контрольные испытания 16 осветительных ламп. Их срок службы оказался равным (в часах):

2500	2640	3120	3500	3200
3010	2780	2850	2990	3620
3200	2400	3520	3120	3000
3010				

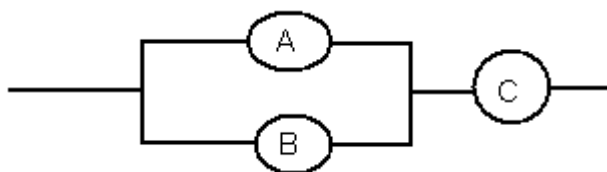
Считая, что срок службы каждой лампы является нормальной случайной величиной, найти доверительные интервалы для среднего срока службы с надежностью 0,99 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,95.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
y	5,1	7,8	11,2	14,3	16,9	26,4	27,9	27,5	30,2	37,5

ВАРИАНТ 7

- №1. В физкультурной группе 11 спортсменов и среди них 6 перворазрядников. Определить вероятность того, что среди пяти случайно выбранных спортсменов окажется три перворазрядника.
- №2. Определить вероятность разрыва электрической цепи за данный промежуток времени, если вероятность выхода из строя элементов А, В, С соответственно равна 0,6; 0,5 и 0,7.



- №3. Прибор может работать в двух режимах: А и В. Режим А наблюдается в 80% всех случаев работы прибора, режим В – в 20%. Вероятность выхода прибора из строя за время Т в режиме А равна 0,1, а в режиме В – 0,7. Найти вероятность выхода прибора из строя за время Т.
- №4. На стройку должно быть завезено 6 партий отделочных материалов. Вероятность того, что каждая данная партия будет завезена в соответствии с графиком, равна 0,8. Определить вероятность того, что не менее 4 партий будет доставлено в срок.
- №5. На плотине установлено 220 тензодатчиков. Вероятность неправильного подключения к измерительной установке каждого из них равна 0,05. Определить вероятность того, что неправильно подключено не более 15 датчиков.
- №6. Отвалный щит бульдозера захватывает полосу грунта шириной 2,5 метра. Средняя концентрация крупных камней на одном квадратном метре площади равна 0,04 камня. До сбрасывания грунта бульдозер каждый раз проходит 40 метров. Какова вероятность захвата: а) не более 4 крупных камней; б) ровно трех камней.
- №7. ЭВМ подвергается тестированию с целью локализации дефекта. Для этого применяется последовательно три теста: T_1, T_2, T_3 . При обнаружении дефекта тестирование прекращается. Вероятности локализации дефекта при тестах T_1, T_2, T_3 соответственно равны 0,7; 0,9 и 0,95. Дискретная случайная величина – число произведенных тестирований. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.

№8. Плотность вероятности некоторой случайной величины задана следующим

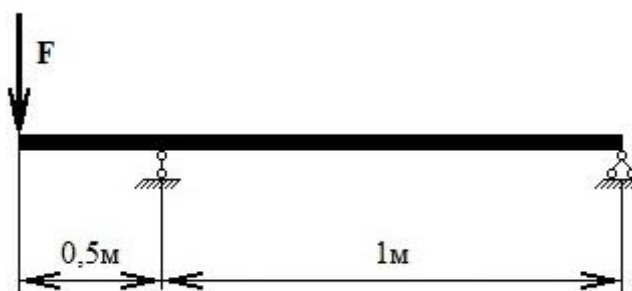
образом:

$$f(x) = \begin{cases} A\left(1 - \frac{x}{2}\right), & x \in [0, 2]; \\ 0, & x \notin [0, 2]. \end{cases}$$

Найти коэффициент A , функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[-1, 1]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Завод изготавливает арматурные стержни, длина которых является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием 3,2 м и средним квадратическим отклонением 0,03 м. Найти вероятность того, что длина наугад взятого стержня не превосходит 3,25 м.

№10. Найти необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 120$ кг и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 15$ кг. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2100$ кг/см², а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,95$.



№11. Оценивается процентное содержание некоторой компоненты в исследуемом материале. Проведенные измерения для 16 проб дали следующие результаты:

33,0	31,0	32,5	27,5	29,0
31,0	32,5	33,0	33,5	34,0
29,0	31,0	32,5	33,0	33,5
33,0				

Найти доверительные интервалы для среднего значения процентного содержания с надежностью 0,99 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,95. Принять, что определяемый параметр распределен по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	0,1	0,91	0,90	1,5	2,00	2,20	2,62	3,00	3,30	3,52
y	0,15	0,20	0,43	0,35	0,52	0,81	0,68	1,15	1,22	1,37

ВАРИАНТ 8

- №1. В книжной лотерее разыгрывается пять книг. Всего в урне имеется 30 билетов. Первый подошедший к урне вынимает четыре билета. Определить вероятность того, что два из этих билетов окажутся выигрышными.
- №2. Три стрелка независимо друг от друга делают по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень для первого, второго и третьего стрелка соответственно равна 0,6; 0,7 и 0,8. Определить вероятность того, что первый и второй стрелки попали, а третий промахнулся.
- №3. На сборку поступает однотипные детали с трех предприятий, причем первое поставляет 50%, второе – 30% и третье – 20% всего количества. Вероятность появления брака для первого, второго и третьего предприятия соответственно равны 0,05; 0,1 и 0,15. Выборочный контроль обнаружил бракованную деталь. Какова вероятность того, что брак произошел по вине второго предприятия.
- №4. В мастерской имеется 12 моторов. Вероятность того, что мотор работает с полной нагрузкой, равна 0,8. Найти вероятность того, что не менее 10 моторов работают с полной нагрузкой.
- №5. Школа принимает в первые классы 200 детей. Определить вероятность того, что среди них окажется не менее 100 девочек, если среди поступивших в школы мальчики составляют в среднем 48%.
- №6. Трос состоит из 200 отдельных стальных жил (проволок). Вероятность того, что одна жила не удовлетворяет техническим условиям, равна 0,015. Трос относят ко второму сорту, если в нем более четырех дефектных жил. Определить вероятность того, что трос второго сорта.
- №7. Прямоугольник со сторонами l_1 и l_2 разделен на четыре равные части, одна из которых заштрихована. На прямоугольник брошены три точки. Попадание точки в любое место прямоугольника равновозможно. Дискретная случайная величина – число точек, попавших на заштрихованную часть. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Функция распределения некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, 1); \\ ax + b, & x \in [1, 4]; \\ 1, & x \in (4, +\infty). \end{cases}$$

Определить параметры a и b , найти выражение для плотности вероятности $f(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что

случайная величина примет значение в интервале [2,3]. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Случайная величина подчинена нормальному закону с математическим ожиданием 10. Какова дисперсия этой случайной величины, чтобы с вероятностью 0,8 отклонение от математического ожидания по модулю не превышало 0,2?

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 150$ кг и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 15$ кг. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 1800$ кг/см², а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,9$.



№11. Оценивается концентрация примеси некоторого вещества в исследуемом материале. Получены следующие результаты:

5,0	5,3	5,5	5,7	4,5	4,9
5,0	5,3	5,8	4,2	4,5	4,8
4,9	5,0	5,3	5,5	5,7	

Найти доверительные интервалы для средней концентрации данного вещества с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,99. Принять, что результаты измерений распределены по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	41	50	81	104	120	139	154	180	208	241
y	4	8	10	14	16	20	19	23	26	30

ВАРИАНТ 9

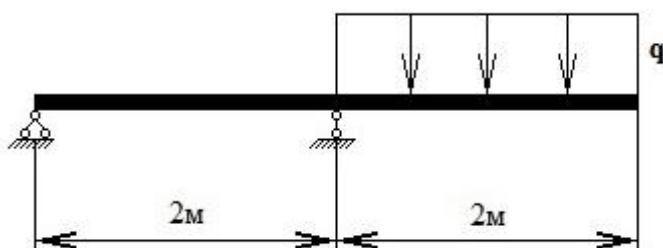
- №1. На складе телеателье имеется пятнадцать кинескопов, причем десять из них изготовлены московским, а остальные львовским заводами. Найти вероятность того, что среди пяти наудачу взятых кинескопов окажется три кинескопа, изготовленных московским заводом.
- №2. На автоматической линии, состоящей из четырех последовательно работающих станков, деталь проходит обработку. Вероятность появления брака для первого, второго, третьего и четвертого станков соответственно равны 0,05; 0,06; 0,07 и 0,08. Деталь бракуется, если брак допущен хотя бы одним станком. Определить вероятность появления бракованной детали для всей линии.
- №3. Детали, поступающие на сборку, изготовлены тремя заводами, причем первый поставляет 40% всего количества и вероятность того, что они отличного качества, равна 0,8, второй – 30% с вероятностью отличного качества 0,7 и третий 30% с вероятностью отличного качества 0,9. Определить вероятность того, что оказавшаяся не отличного качества деталь изготовлена на третьем заводе.
- №4. В магазин вошли восемь покупателей. Найти вероятность того, что три из них совершат покупки, если вероятность совершить покупку для каждого покупателя равна 0,3.
- №5. В здании института имеется 6000 электроламп, вероятность включения каждой из которых равна 0,5. Определить вероятность того, что число одновременно включенных электроламп будет заключено между 2800 и 3200.
- №6. В течение часа коммутатор получает в среднем тридцать вызовов. Телефонистка отлучилась на две минуты. Какова вероятность того, что за это время: а) не поступит ни одного вызова; б) поступит более двух вызовов.
- №7. Стрелок имеет три патрона. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле 0,8. При попадании в мишень стрельба прекращается. Дискретная случайная величина – число израсходованных патронов. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Функция распределения некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, a); \\ \frac{1}{8}x^3, & x \in [a, b]; \\ 1, & x \in (b, +\infty). \end{cases}$$

Определить параметры a и b , найти выражение для плотности вероятности $f(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[1,3]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Завод изготавливает арматурные стержни, длина которых является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием 3,2 м. и средним квадратическим отклонением 0,03 м. Найти вероятность того, что длина наугад взятого стержня будет не менее 3,15 м.

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(q) = 60$ кг/м и средним квадратическим отклонением $\sigma(q) = 6$ кг/м. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 1800$ кг/см², а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,95$.



№11. По результатам наблюдений за суммарными годовыми осадками в данной местности за 17 лет были получены следующие данные (в миллиметрах):

993	969	993	878	1060
961	1002	960	1054	969
1018	902	1054	1093	1015
1012	1010			

Найти доверительные интервалы для среднего суммарного значения годовых осадков с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,99. Принять, что определяемый параметр имеет нормальное распределение.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	35	44	73	97	114	126	141	166	202	250
y	3	6	8	11	14	18	21	22	24	31

ВАРИАНТ 10

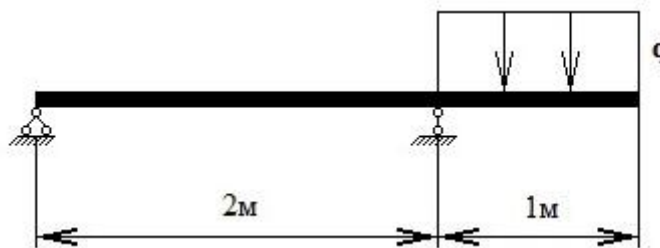
- №1. В группе из 12 человек четверо имеют спортивные разряды. Случайным образом группа разбивается на две команды с одинаковым числом участников. Определить вероятность того, что в каждой команде окажется равное число разрядников.
- №2. Прибор, работающий в течение суток, состоит из трех узлов, каждый из которых, независимо от других, может за это время выйти из строя. Неисправность хотя бы одного узла приводит к отказу прибора в целом. Вероятность безотказной работы в течение суток для первого, второго и третьего узла соответственно равна 0,9; 0,95 и 0,85. Определить вероятность того, что в течение суток прибор будет работать безотказно.
- №3. В сеансе одновременной игры в шахматы с гроссмейстером играют 10 перворазрядников, 15 – второразрядников и 20 третьеразрядников. Вероятность того, что в таком сеансе перворазрядник выиграет у гроссмейстера, равна 0,2, для второразрядника эта вероятность – 0,1, а для третьеразрядника – 0,05. Случайно выбранный участник выиграл. С какой вероятностью это был третьеразрядник?
- №4. Среди имеющихся на складе контрольно-измерительных приборов только 60% оттарированы. Определить вероятность того, что из пяти случайно взятых приборов четыре оттарированы.
- №5. Известно, что 60% всего числа изготовленных заводом телефонных аппаратов выпускается первым сортом. Определить вероятность того, что в партии из 200 аппаратов первосортных окажется не меньше половины.
- №6. В камере Вильсона в среднем регистрируется 15 элементарных частиц в час. Определить вероятность того, что в течение двадцати минут будет зарегистрировано: а) хотя бы 2 частицы; б) ровно три частицы.
- №7. В полукруге находится круг вдвое меньшего диаметра. В полукруг наудачу бросаются три точки. Попадание точки в любое место полукруга равновозможно. Дискретная случайная величина – число точек, попавших в круг. Найти: ряд распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Функция распределения некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, 0); \\ ax, & x \in [0, 2]; \\ b, & x \in (2, +\infty). \end{cases}$$

Определить параметры a и b , найти выражение для плотности вероятности $f(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[0,5;1,5]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Случайная величина X – ошибка измерений прибора – распределена по нормальному закону. Систематическая ошибка прибора отсутствует. Найти среднее квадратическое отклонение, если ошибка измерения с вероятностью 0,8 не выходит за пределы ± 20 м.

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(q) = 220$ кг/м и средним квадратическим отклонением $\sigma(q) = 24$ кг/м. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2400$ кг/см², а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,9$.



№11. Измерения времени, необходимого для изготовления определенной детали, дали следующие результаты (в минутах):

10,1	11,2	9,8	11,3	12,5
10,1	11,1	11,8	13,0	11,5
10,7	10,0	10,6	11,8	11,3
10,5	11,5	12,4		

Предполагая, что определяемое время распределено по нормальному закону, найти доверительные интервалы для среднего значения времени с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,99.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	1,5	4,0	5,0	7,0	8,5	10,0	11,0	12,5	14,0	15,5
y	5,0	4,5	7,0	6,5	9,5	9,0	11,3	9,2	11,8	12,3

ВАРИАНТ 11

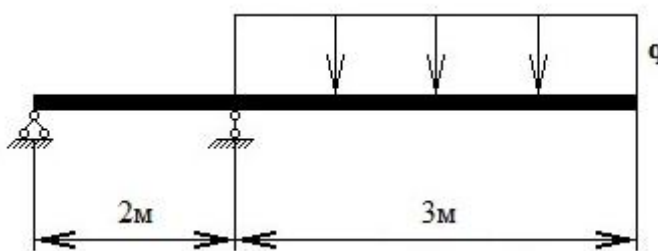
- №1. Найти вероятность того, что дни рождения случайных 12 человек придутся на разные месяцы года.
- №2. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и набирает ее наудачу. Найти вероятность того, что ему придется набирать номер не более трех раз. Как изменится вероятность, если известно, что последняя цифра нечетная?
- №3. При проверке посевных качеств зерен пшеницы установлено, что все зерна могут быть разбиты на четыре группы. К первой группе относится 96% всех зерен, ко второй, третьей и четвертой относятся соответственно 2%, 1% и 1%. Вероятности того, что из зерна вырастет колос, содержащий не менее 50 зерен, для семян первой, второй, третьей и четвертой групп соответственно равны: 0,5; 0,2; 0,18 и 0,02. Определить вероятность того, что из взятого наудачу зерна вырастет колос, содержащий не менее 50 зерен.
- №4. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,1. Определить вероятность того, что сообщение из десяти знаков содержит ровно три искажения.
- №5. В специализированный магазин радиоаппаратуры поступило 150 цветных телевизоров. Вероятность того, что телевизор требует регулировки перед продажей, равна 0,4 для каждого из них. Определить вероятность того, что не менее 50 и не более 80 телевизоров потребуют дополнительной регулировки.
- №6. Среднее число ошибочных соединений узла связи за смену (8 ч.) равно 16. Найти вероятность того, что за два часа будет не менее трех ошибочных соединений.
- №7. Отрезок разделен на две части в отношении 2:1. На этот отрезок брошены три точки. Попадание точки в любое место отрезка равновозможно. Дискретная случайная величина – число точек, попавших на большую часть отрезка. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Плотность вероятности некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} A \sin 2x, & x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]; \\ 0, & x \notin \left[0, \frac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$$

Определить коэффициент A , функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Диаметр валиков, изготовленных станком-автоматом, является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием 10 мм и средним квадратическим отклонением 0,1 мм. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в котором с вероятностью 0,99 будут заключены диаметры изготовленных валиков.

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(q) = 60$ кг/м и средним квадратическим отклонением $\sigma(q) = 6$ кг/м. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2000$ кг/см², а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,8$.



№11. Проведенные измерения погрешности в установке опорных колонн дали следующие результаты (в миллиметрах):

4,3	4,4	4,2	4,3	4,4
4,5	4,3	4,6	4,4	4,1
4,3	4,4	4,5	4,3	4,5
4,4	4,2	4,3		

Найти доверительные интервалы для средней погрешности в установке колонн с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,99. Принять, что определяемый параметр имеет нормальное распределение.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = \frac{a}{x} + b$, определить параметры a и b методом наименьших квадратов.

x	1	2	3	5	10	20	30	50	100
y	10,15	5,52	4,08	2,85	2,11	1,62	1,41	1,30	1,21

ВАРИАНТ 12

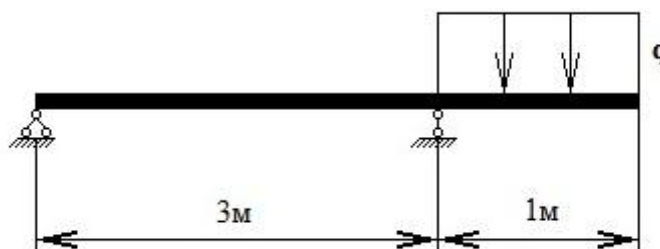
- №1. Имеется 6 деталей первого сорта, 5 – второго сорта, 4 – третьего сорта. Какова вероятность того, что среди 3 случайно выбранных деталей окажутся детали всех сортов?
- №2. На стройку от разных поставщиков должны поступить 4 партии материалов. Вероятности того, что партии будут доставлены в срок, равны соответственно 0,9; 0,8; 0,7 и 0,95. Найти вероятность того, что хотя бы одна партия не будет доставлена в срок.
- №3. Вероятность того, что изделия некоторого производства удовлетворяют стандарту, равна 0,96. Предлагается упрощенная система контроля, которая пропускает с вероятностью 0,98 изделия, удовлетворяющие стандарту, и с вероятностью 0,05 изделия, не удовлетворяющие стандарту. Какова вероятность того, что изделие, прошедшее такой контроль, удовлетворяет стандарту?
- №4. Прибор состоит из 8 узлов. Надежность (вероятность безотказной работы в течение времени T) каждого узла равна 0,9. Найти вероятность того, что за время T откажет не более двух узлов, если узлы выходят из строя независимо друг от друга.
- №5. Вероятность того, что после одного учебного года учебник будет нуждаться в новом переплете, равна 0,25. Определить вероятность того, что не менее 960 и не более 1050 учебников будет необходимо переплести заново, если фонд учебной библиотеки состоит из 4000 книг.
- №6. На один кубический метр грунта приходится в среднем 2 крупных камня. Найти вероятность того, что в ковше экскаватора емкостью в 2,5 кубических метра окажется: а) более четырех крупных камней; б) ровно четыре крупных камня.
- №7. Имеются два ящика с типовыми элементами замены. В первом ящике 12 исправных и 3 неисправных элемента, а во втором 15 исправных и 5 неисправных элементов. Из каждого ящика наугад вынимается для использования по одному элементу. Дискретная случайная величина – число исправных элементов среди вынутых. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Плотность вероятности некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{C}{\sqrt{1-x^2}} & x \in (-1,1); \\ 0, & x \notin (-1,1). \end{cases}$$

Определить коэффициент C , функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $(0,5; 1)$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Ошибка взвешивания - случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием, равным нулю, и средним квадратическим отклонением, равным 5 г. Найти вероятность того, что взвешивание произведено с ошибкой, не превышающей 10 г.

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(q) = 210 \text{ кг/м}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(q) = 20 \text{ кг/м}$. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2200 \text{ кг/см}^2$, а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,8$.



№11. Проведенные измерения емкости каждого из 19 конденсаторов дали следующие результаты (в микрофарадах):

3,5	3,8	4,0	4,3	4,0
4,3	3,7	4,3	4,5	3,8
4,0	3,8	4,0	4,3	3,7
4,3	3,7	4,0	4,3	

Найти доверительные интервалы для среднего значения емкости конденсаторов с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,99. Принять, что емкость конденсаторов распределена по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = \frac{a}{x} + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	21	24	28	30	34	35	36	39	40
y	2	1,3	1,2	1,3	1,1	1,1	1,0	1,1	1,1

ВАРИАНТ 13

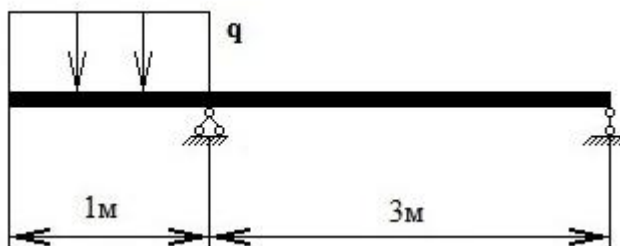
- №1. На одинаковых карточках выписаны все натуральные числа от 1 до 25 включительно. Случайным образом вынимаются две карточки. Определить вероятность того, что на этих карточках будут написаны простые числа.
- №2. Стрелок производит три выстрела по движущейся мишени. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0,1, при втором – 0,3 и при третьем – 0,5. Определить вероятность хотя бы одного попадания.
- №3. Имеется десять одинаковых урн, в девяти из которых находится по два белых и два черных шара, а в одной – пять белых и один черный. Из урны, взятой наудачу, извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны, содержащей пять белых шаров?
- №4. В телевизионной студии имеется четыре телевизионных передающих камеры. Вероятность того, что одна камера в данный момент времени включена, равна 0,6. Определить вероятность того, что в данный момент включены: а) ровно две камеры; б) хотя бы одна камера.
- №5. Из поступившей большой партии зерна, в которой доля крупных зерен составляет 20%, отбирают для пробы 1000 зерен. Определить вероятность того, что число крупных зерен в этой пробе окажется не менее 180 и не более 220.
- №6. Прибор состоит из 2000 однотипных элементов, причем вероятность отказа для каждого из них равна 0,0005. Определить вероятность отказа прибора, если он происходит при отказе хотя бы одного элемента.
- №7. В лифт пятиэтажного дома на первом этаже вошли три человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная со второго. Дискретная случайная величина – число человек, выходящих на четвертом этаже. Найти: ряд распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Плотность вероятности некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} C \sin x & x \in [0, \pi]; \\ 0, & x \notin [0, \pi]. \end{cases}$$

Определить коэффициент C , функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $\left[\frac{\pi}{2}, 2\pi\right]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Стрельба ведется из точки O вдоль прямой OX . Средняя дальность полета снаряда равна a . Предполагая, что дальность полета снаряда распределена по нормальному закону со средним квадратическим отклонением 80 м, найти какой процент выпускаемых снарядов даст перелет от 120 до 160 м.

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(q) = 200$ кг/м и средним квадратическим отклонением $\sigma(q) = 20$ кг/м. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2400$ кг/см², а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,9$.



№11. Испытания на продолжительность работы радиоламп определенного типа дали следующие результаты (в часах):

1800	1200	2400	600	1800
1200	2400	3000	1800	1200
2400	900	1200	1800	2400
3000	1200	2400	1800	

Предполагая, что определяемый параметр распределен по нормальному закону, найти доверительные интервалы для среднего значения времени работы с надежностью $0,95$ и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью $0,99$.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = \frac{a}{x} + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

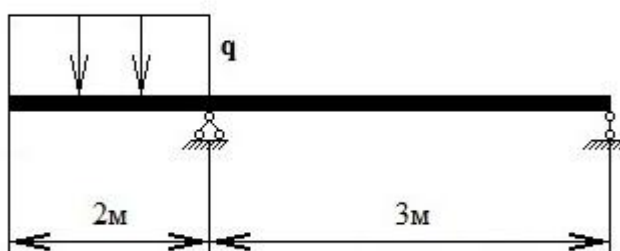
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	16,50	13,75	13,31	12,50	13,75	12,36	12,83	12,50	11,83

ВАРИАНТ 14

- №1. Имеются четыре одинаковые карточки: две с буквой М и две с буквой А. Определить вероятность того, что ребенок, не умеющий читать, выкладывая карточки одну после другой, составит слово “МАМА”.
- №2. На станции очистки сточные воды последовательно проходят три фильтра. Первый фильтр поглощает вредные компоненты с вероятностью 0,7, второй – с вероятностью 0,8 и третий – с вероятностью 0,9. Определить вероятность того, что после прохождения всех трех фильтров вода не будет содержать вредных компонентов.
- №3. В цехе три типа автоматических станков производят одни и те же детали. Производительность их одинакова, но качество работы различно: станки первого типа производят 90% продукции отличного качества, второго – 85% и третьего – 80%. Все изготовленные за смену детали поступают на склад в одну емкость. Определить вероятность того, что наудачу выбранная деталь окажется высшего качества, если станков первого типа имеется 10 штук, второго – 6 и третьего – 4.
- №4. Для данного баскетболиста вероятность забросить мяч в корзину равна 0,7. Проведено десять бросков. Что вероятнее, он забросит мяч в корзину шесть или восемь раз?
- №5. Вероятность выхода из строя за время T одного конденсатора равна 0,02. Определить вероятность того, что за это время из 600 конденсаторов из строя выйдут не более 20 штук.
- №6. При работе ЭВМ в среднем за пять часов происходит два сбоя в ее работе. Определить вероятность того, что за 30 минут работы машины: а) произойдет не более одного сбоя; б) не произойдет ни одного сбоя.
- №7. В лотерее 200 билетов, из них 10 выигрышных. Куплено два билета. Дискретная случайная величина – число выигрышных билетов среди купленных. Найти: ряд распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Плотность вероятности некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:
- $$f(x) = \begin{cases} ax^2 & x \in [1,3]; \\ 0, & x \notin [1,3]. \end{cases}$$
- Определить параметр a , функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[0,5; 2]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Диаметр выпускаемой детали – случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием 50 мм и средним квадратическим отклонением 0,9 мм. В каких границах, симметричных относительно математического ожидания, следует ожидать размер детали, чтобы вероятность не выйти за эти границы была равна 0,92?

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(q) = 90 \text{ кг/м}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(q) = 10 \text{ кг/м}$. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2500 \text{ кг/см}^2$, а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,8$.



№11. Даны промежутки времени ремонта систем газопроводов Московской области из-за разрывов сварных швов и коррозионных повреждений (в часах):

2,33	3,00	3,43	5,33	5,55
5,50	6,00	6,00	6,75	7,00
7,25	7,33	7,50	10,00	10,58
11,00	11,00	11,70	11,75	

Найти доверительные интервалы для среднего значения определяемой величины с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,99. Принять, что определяемая величина имеет нормальное распределение.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = \frac{a}{x} + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	5,67	4,45	3,84	3,74	3,73	2,18	2,06	1,87	1,75
y	6,8	8,5	10,50	10,20	6,8	11,8	12,2	13,4	13,7

ВАРИАНТ 15

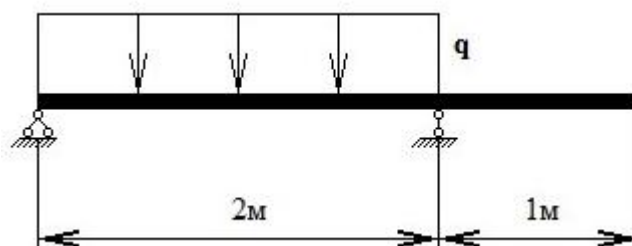
- №1. Имеются два “секретных” цифровых замка, открывающихся только при определенном наборе цифр. Один замок имеет на оси шесть дисков, разделенных на пять секторов, второй – пять дисков, разделенных на шесть секторов. Какой замок лучше (для какого замка вероятность открыть его случайным набором цифр меньше)?
- №2. Вероятность того, что деталь, изготовленная на первом станке, будет первосортная, равна 0,7. При изготовлении такой же детали на втором станке эта вероятность равна 0,8. На первом станке изготовлены две детали, на втором – три. Определить вероятность того, что все детали окажутся первосортными.
- №3. В больницу в среднем поступает 50% больных с заболеванием А, 30% - с заболеванием В и 20% - с заболеванием – С. Вероятность полного излечения болезни А, В и С соответственно равна 0,7; 0,8 и 0,9. Определить вероятность того, что поступивший в больницу больной будет выписан здоровым.
- №4. Известно, что 10% всего числа радиоламп не удовлетворяет всем требованиям стандарта. Определить вероятность того, что из четырех взятых наудачу ламп окажется не более одной нестандартной.
- №5. Для испытаний на прочность изготовлено 600 образцов. Вероятность разрушения образца из-за случайных дефектов его структуры при данной нагрузке равна 0,08. Определить вероятность разрушения: а) ровно 50 образцов; б) не менее 40 и не более 65 образцов.
- №6. Стенные блоки площадью в шесть квадратных метров имеют случайное распределение микротрещин со средней концентрацией в 0,1 микротрещин на один квадратный метр. Определить вероятность того, что данный блок: а) не имеет ни одной трещины; б) имеет не более трех трещин.
- №7. В цехе работают 7 мужчин и 3 женщины. По табельным номерам наудачу отобрано 2 человека. Дискретная случайная величина – число мужчин среди отобранных. Найти: ряд распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Плотность вероятности некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} A \cos x & x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]; \\ 0, & x \notin \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$$

Определить коэффициент А, функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Диаметр выпускаемой детали – случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием 5 см и дисперсией $0,04 \text{ см}^2$. Найти вероятность того, что размеры диаметра наудачу взятой детали отличаются от математического ожидания по абсолютной величине не более, чем на 0,4 см.

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(q) = 60 \text{ кг/м}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(q) = 10 \text{ кг/м}$. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2100 \text{ кг/см}^2$, а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,95$.



№11. Хронометрические измерения времени, необходимого для проведения некоторого технологического процесса, дали следующие результаты (в минутах):

5,0	4,8	5,2	5,3	5,4
6,1	5,0	5,2	4,8	5,4
5,3	5,0	4,8	5,3	5,3
5,4	6,1	4,8	5,2	5,4

Найти доверительные интервалы для среднего значения норматива времени с надежностью 0,99 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,95. Принять, что результаты измерений распределены по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = \frac{a}{x} + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	0,5	1,1	1,8	2,3	2,9	3,6	4,2	6,5	8,1
y	4,48	2,81	2,45	2,03	1,87	1,87	1,76	1,70	1,62

ВАРИАНТ 16

- №1. Группа туристов, состоящая из 15 юношей и 5 девушек, выбирает по жребию дежурных в количестве четырех человек. Определить вероятность того, что в числе выбранных окажутся трое юношей и одна девушка.
- №2. Вероятность того, что весь комплект стеновых панелей, изготовленных с применением стеклопоро, будет высшего качества, равна 0,9. Для комплекта панелей, изготовленных по старой технологии, эта вероятность равна 0,7. Бригада получила три комплекта панелей первого вида и два – второго. Определить вероятность того, что все пять комплектов будут высшего качества.
- №3. На некоторой фабрике 30% всей продукции производится первой машиной, 25% - второй, а остальная продукция – третьей. Первая машина дает 1% брака, вторая – 1,5% и третья – 2%. Определить вероятность того, что случайно выбранная единица продукции окажется бракованной.
- №4. На отрезок $l = [0, 10]$ наудачу брошено 5 точек. Определить вероятность того, что две точки попадут на отрезок $l_1 = [3, 5]$. Предполагается, что вероятность попадания на любой отрезок пропорциональна его длине.
- №5. Отдел технического контроля проверяет 400 изделий из всей партии. Вероятность того, что изделие будет бракованное, равна 0,05. Если среди проверенных изделий окажется более 30 бракованных, то вся партия не принимается. Найти вероятность того, что партия будет принята.
- №6. В течение часа коммутатор получает в среднем 40 вызовов. Определить вероятность того, за три минуты: а) не будет ни одного вызова; б) будет не более двух вызовов.
- №7. Два сигнализатора срабатывают в аварийной ситуации с вероятностью 0,9 и 0,95. Дискретная случайная величина – число сработавших при аварии сигнализаторов. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Функция распределения некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:

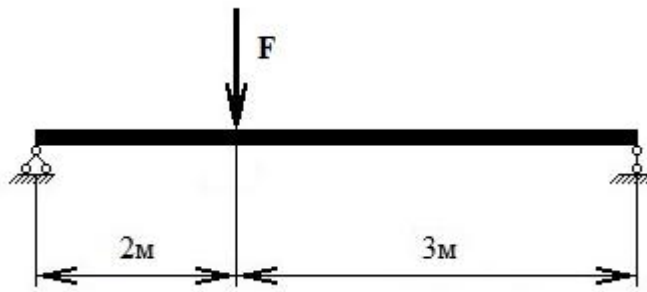
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, -1); \\ a + b \arcsin x, & x \in [-1, 1]; \\ 1, & x \in (1, +\infty). \end{cases}$$

Определить параметры a и b , найти выражение для плотности вероятности $f(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что

случайная величина примет значение в интервале $[0,5;2]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Диаметр детали, изготовленной на станке, – случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием 25 см и средним квадратическим отклонением 0,4 см. Найти вероятность того, что размеры двух наудачу взятых деталей имеют отклонение от математического ожидания по абсолютной величине не более, чем на 0,5 см.

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F)=100\text{кг}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(F)=11\text{кг}$. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma]=2100\text{кг/см}^2$, а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,85$.



№11. Двадцать равноточных измерений момента инерции коленчатого вала относительно оси вращения дали следующие результаты (в $\text{кг}\cdot\text{м}^2$):

12,0	12,8	13,8	13,1	13,0
12,0	14,2	14,0	14,0	14,9
15,0	15,5	15,9	16,9	16,9
17,0	17,5	18,0	19,3	20,1

Найти доверительные интервалы для истинного значения момента инерции с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,99. Принять, что результаты измерений распределены по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = \frac{a}{x} + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	1,2	1,8	2,3	3,1	4,1	4,6	5,2	6,7	8,3
Y	5,51	4,72	4,07	3,81	3,40	3,11	3,11	2,88	2,83

ВАРИАНТ 17

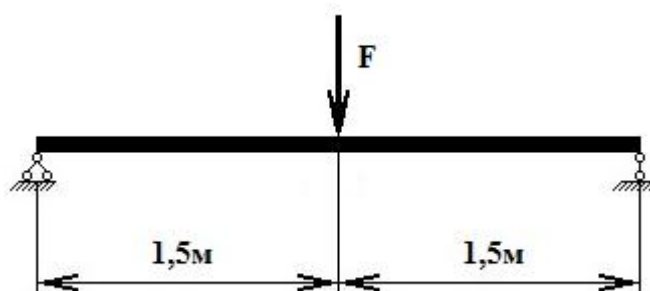
- №1. Цифровой замок имеет четыре диска, каждый из которых разделен на шесть секторов. Замок открывается только при определенной цифровой комбинации. Определить вероятность того, что при случайной установке дисков замок откроется.
- №2. Буквы, составляющие слово “ремонт”, выписаны каждая на отдельной карточке. Карточки тщательно перемешиваются, после чего вынимаются четыре из них в определенном порядке. Какова при этом вероятность получить слово “море”?
- №3. Объект возводят три бригады монтажников. Вероятности того, что каждая бригада допустит нарушение технологии при монтаже одного блока, равны соответственно 0,01; 0,015 и 0,02. Первая бригада выполнила 50% всего объема работ, вторая – 30%, третья – 20%. Какова вероятность того, что выбранный случайным образом блок смонтирован с нарушением технологии?
- №4. Рабочий обслуживает четыре станка, каждый из которых может выйти из строя в течение смены с вероятностью 0,02. Определить вероятность того, что из строя выйдут не более двух станков.
- №5. К цеховой магистрали сжатого воздуха подключено 100 пневматических инструментов, каждый из которых работает в данный момент времени с вероятностью 0,4. Магистраль не перегружена, если число работающих одновременно инструментов не превышает 50. Найти вероятность того, что магистраль в данный момент не перегружена.
- №6. Образец радиоактивного вещества в среднем за 10 секунд испускает четыре заряженные частицы. Найти вероятность того, что за две секунды образец испустит: а) хотя бы одну частицу; б) ровно одну частицу.
- №7. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0,8, а при втором – 0,95. Дискретная случайная величина – число попаданий при двух выстрелах. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Функция распределения непрерывной случайной величины задана следующим образом:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \in \left(-\infty, -\frac{\pi}{4}\right), \\ a + b \sin 2x, & x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right], \\ 1, & x \in \left(\frac{\pi}{4}, +\infty\right). \end{cases}$$

Определить параметры a и b , найти выражение для плотности вероятности, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Систематическая ошибка измерения дальности до объекта равна 50 м в сторону занижения дальности. Случайные ошибки подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением 100м. Найти вероятность того, что измеренная дальность не превзойдет истинной.

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 150$ кг и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 10$ кг. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2000$ кг/см², а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,9$.



№11. Изготавливаются одинаковые детали на станке-автомате с минусовыми допусками. Измерения отклонения размера детали от заданного дали следующие результаты (в миллиметрах):

0,14	0,18	0,02	0,06	0,10
0,14	0,18	0,22	0,26	0,14
0,06	0,10	0,14	0,18	0,22
0,10	0,14	0,18	0,14	

Найти доверительные интервалы для среднего значения отклонения от заданного размера с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,99. Предполагается, что измеряемый параметр распределен по нормальному закону

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = \frac{a}{x} + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	0,1	0,3	0,9	1,5	2,1	2,4	3,1	4,1	5,3
y	31,3	10,1	3,85	2,25	1,81	1,44	1,30	0,98	0,91

ВАРИАНТ 18

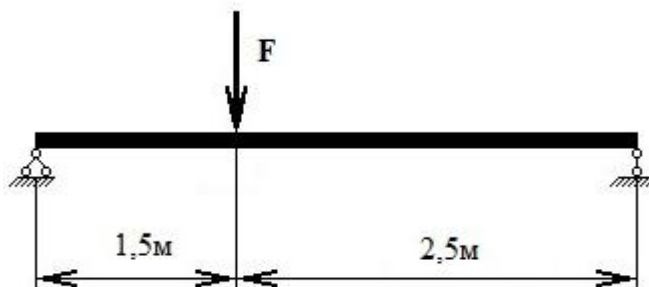
- №1. 30 каменщиков, среди которых 6 высшего разряда, разбиты случайным образом на 3 бригады по 10 человек в каждой. Какова вероятность того, что все каменщики высшего разряда попадут в первую бригаду?
- №2. Механизм состоит из трех узлов. Вероятность брака при изготовлении первого узла равна 0,008, второго узла – 0,012, третьего – 0,01. Определить вероятность появления брака при изготовлении всего механизма.
- №3. В партии из 600 радиоламп 200 изготовлены на первом заводе, 250 – на втором и остальные на третьем. Вероятность того, что лампа, изготовленная на первом заводе, окажется стандартной, равна 0,97, на втором заводе - 0,91 и на третьем - 0,95. Наудачу взятая лампа оказалась стандартной. Определить вероятность того, что она изготовлена на первом заводе.
- №4. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,01. Определить вероятность того, что сообщение из десяти знаков содержит не более двух искажений.
- №5. Сдается 400-квартирный дом. Вероятность того, что в одной квартире будут обнаружены строительные недостатки, равна 0,2. Определить вероятность того, что число неприятых из-за недостатков квартир окажется не менее 60 и не более 90.
- №6. На ткацком станке нить обрывается в среднем 0,375 раза в течение часа работы станка. Определить вероятность того, что за восьмичасовую смену число обрывов нити будет: а) не менее двух и не более четырех; б) не менее двух.
- №7. В лаборатории имеются три осциллографа. Вероятность того, что в данный момент каждый из них включен, равна 0,4. Дискретная случайная величина – число включенных в данный момент осциллографов. Найти: ряд распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Функция распределения непрерывной случайной величины задана следующим образом:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \in \left(-\infty, -\frac{\pi}{4}\right), \\ a + b \sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right), & x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right], \\ 1, & x \in \left(\frac{\pi}{4}, +\infty\right). \end{cases}$$

Определить параметры a и b , найти выражение для плотности вероятности, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[0, \pi]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Случайная величина подчинена нормальному закону с математическим ожиданием $2,2$ и средним квадратическим отклонением $0,5$. Какова вероятность того, что при первом испытании случайная величина окажется на отрезке $[3;4]$, а при втором испытании – на отрезке $[1;2]$?

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 120$ кг и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 15$ кг. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2100$ кг/см², а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,95$.



№11. Проведенные измерения положения верхней мертвой точки поршня двигателя внутреннего сгорания дали следующие результаты (в миллиметрах):

81	79	85	81	82
81	81	80	81	81
81	82	80	80	79
83	79	78	79	77

Найти доверительные интервалы для истинного значения измеряемого параметра с надежностью $0,99$ и среднеквадратического отклонения от истинного значения с надежностью $0,95$. Предполагается, что определяемый параметр распределен по нормальному закону

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = \frac{a}{x} + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	0,66	0,25	0,20	0,14	0,12	0,10	0,09	0,08	0,05
y	5,0	4,5	7,0	6,5	9,5	9,0	11,3	9,2	11,8

ВАРИАНТ 19

- №1. Упаковка содержит 20 плиток, причем 3 имеют дефекты. Контролер извлекает наугад 4 плитки. Определить вероятность того, что упаковка будет принята контролером, если для этого необходимо, чтобы он не обнаружил ни одной дефектной плитки.
- №2. Надежность прибора (вероятность безотказной работы за определенное время) равна 0,8. Этот прибор дублируется двумя такими же приборами. Определить надежность всей системы.
- №3. Цех изготавливает некоторые строительные детали, каждая из которых может быть дефектной с вероятностью 0,01. Деталь проверяется контролером, обнаруживающим дефект с вероятностью 0,95. Кроме того, контролер может по ошибке забраковать хорошую деталь с вероятностью 0,005. Определить вероятность того, деталь будет забракована.
- №4. Среди коконов тутового шелкопряда в данной партии 70% содержат особь женского пола. Определить вероятность того, что среди случайно отобранных из этой партии десяти коконов содержат особь женского пола семь коконов.
- №5. Товаровед осматривает 24 образца некоторого товара. Вероятность того, что каждый из образцов будет признан годным к продаже, равна 0,6. Найти вероятность того, что годными к продаже окажутся не менее 12 образцов.
- №6. Известно, что в среднем число отказов радиоэлектронной схемы за 10000 часов работы равно 10. Определить вероятность того, что за 200 часов работы радиоэлектронная схема откажет: а) два раза; б) хотя бы один раз.
- №7. Для сигнализации об аварии установлены три независимо работающих элемента, каждый из которых срабатывает в аварийной ситуации с вероятностью 0,6. Дискретная случайная величина – число сработавших при аварии элементов. Найти: ряд распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Функция распределения непрерывной случайной величины задана следующим образом:

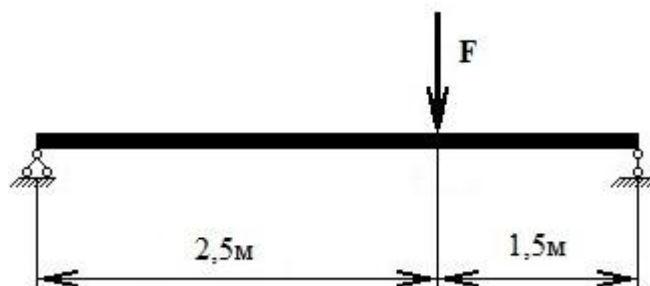
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, -1); \\ a + \frac{1}{\pi} \arcsin x, & x \in [-1, 1]; \\ 1, & x \in (1, +\infty). \end{cases}$$

Определить параметр a , найти выражение для плотности вероятности $f(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что

случайная величина примет значение в интервале $[0,5;3]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Длина выпускаемой детали – случайная величина, подчиненная нормальному закону с математическим ожиданием 20см и средним квадратическим отклонением 0,4см. В каких границах, симметричных относительно математического ожидания, следует ожидать размер длины детали, чтобы вероятность не выйти за эти границы была равна 0,93?

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 200$ кг и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 15$ кг. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2000$ кг/см², а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,95$.



№11. Время, затрачиваемое на выполнение некоторой операции при 20 независимых испытаниях, оказалось следующим (в минутах):

16,0	16,5	17,9	17,5	15,5
17,9	17,5	18,0	14,5	16,0
16,5	17,5	19,0	15,5	16,5
17,9	18,0	16,0	17,9	17,5

Найти доверительные интервалы для среднего времени с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,99. Предполагается, что определяемая случайная величина распределена по нормальному закону

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = \frac{a}{x} + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	2,0	1,0	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
y	5,1	7,8	11,2	14,3	16,9	26,4	22,9	27,5	30,2

ВАРИАНТ 20

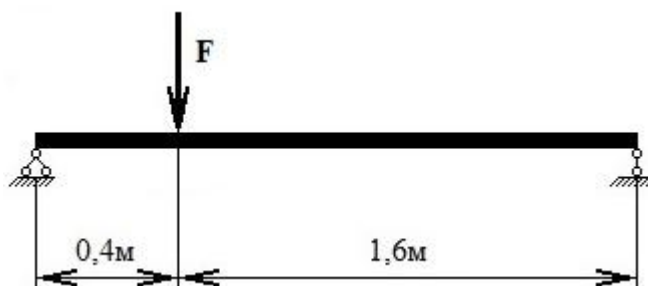
- №1. Группу монтажников из 18 человек, среди которых 4 высшей квалификации, разбивают на две одинаковые по численности бригады. Какова вероятность того, что при случайном выборе в каждой бригаде окажутся по 2 специалиста высшей квалификации?
- №2. Даны вероятности событий $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,6$; $P(A + B) = 0,7$. Найти $P(A/B)$, $P(\bar{A} \cdot B)$.
- №3. 40% всех выпускаемых заводом приборов собираются из высококачественных деталей, а остальные – из деталей обычного качества. Надежность (вероятность безотказной работы за время T) прибора, собранного из высококачественных деталей, равна 0,95, а собранного из деталей обычного качества – 0,7. Прибор испытывался в течение времени T и работал безотказно. Найти вероятность того, что прибор был собран из высококачественных деталей.
- №4. Студент сдает экзамен автоматическому экзаменатору. На каждый вопрос ответ дается в виде “да” и “нет”. Какова вероятность сдать экзамен наудачу, если для этого нужно дать верные ответы не менее чем на семь вопросов из десяти?
- №5. Во всем здании общежития используется 600 электроламп, каждая из которых может с вероятностью, равной 0,3, перегореть раньше, чем проработает определенный срок. Определить вероятность того, что за данный срок придется заменить не более 200 электроламп.
- №6. Отвалный щит бульдозера захватывает полосу грунта шириной 2,4м. До сбрасывания грунта бульдозер каждый раз проходит 5м; средняя концентрация камней равна 0,25 камня на один квадратный метр расчищаемой площади. Определить вероятность захвата бульдозером за один раз: а) ровно двух камней; в) более двух камней.
- №7. Три спортсмена произвели залп по мишени. Вероятности попадания в мишень каждым стрелком одинаковы и равны 0,9. Дискретная случайная величина – число попаданий в мишень. Найти: ряд распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Плотность вероятности некоторой случайной величины задана следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} A \sin 3x, & x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]; \\ 0, & x \notin \left[0, \frac{\pi}{3}\right]. \end{cases}$$

Найти коэффициент A , функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Производится взвешивание некоторого вещества без систематических погрешностей. Случайные погрешности распределены по нормальному закону со средним квадратическим отклонением 20г. Найти вероятность того, что ошибка взвешивания не превзойдет по абсолютной величине 10г.

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 200\text{кг}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 20\text{кг}$. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2500\text{кг/см}^2$, а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,9$.



№11. Двадцатилетние измерения толщины льда в январе и феврале на акватории водохранилища дали следующие результаты (в сантиметрах):

61	62	64	66	62
68	63	65	62	65
58	65	61	63	65
66	65	62	58	62

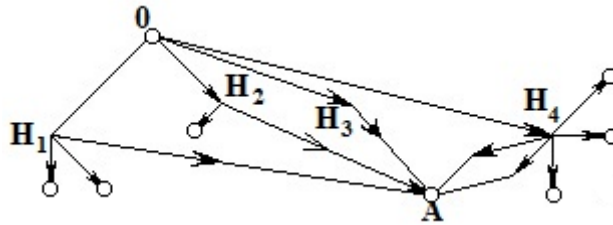
Найти доверительные интервалы для средней толщины льда с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,99. Принять, что определяемый параметр распределен по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = \frac{a}{x} + b$, определить коэффициенты a и b методом наименьших квадратов.

x	3,0	1,5	1,0	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
y	11,8	15,7	20,6	26,7	33,7	41,9	51,1	72,9	80,3

ВАРИАНТ 21

- №1. В ящике лежат 15 плавких предохранителей, отличающихся только силой тока, на которую они рассчитаны. Из них 7 рассчитаны на 10А, 5 – на 8А и 3 – на 5А. Наугад берутся два предохранителя. Определить вероятность того, что они рассчитаны на максимальный ток.
- №2. Даны вероятности событий $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,7$; $P(A + B) = 0,9$. Найти $P(B/A)$, $P(A \cdot \bar{B})$.
- №3. Путник идет из некоторого пункта 0 и на разветвлении дорог наугад выбирает один из возможных путей. Схема дорог изображена на рисунке. На рисунке указан пункт А и ведущие в него пути. Какова вероятность того, что путник попадет в пункт А.



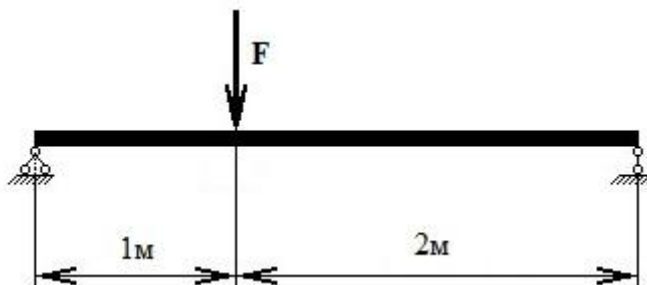
- №4. Что вероятнее: выиграть у равносильного противника три партии в шахматы из шести или четыре партии из восьми, если ничейный исход партии исключается?
- №5. ОТК проверяет на стандартность 900 деталей, доля стандартных среди которых составляет 90%. Определить вероятность того, что в проверяемой партии стандартными окажутся не менее 800 деталей.
- №6. Телефонный кабель состоит из 400 жил. С какой вероятностью с помощью этого кабеля можно подключить к телефонной сети 395 абонентов, если для каждого абонента необходима одна жила, а вероятность того, что она повреждена, равна 0,0125.
- №7. Быстро вращающийся диск разделен на четное число равных секторов, попеременно окрашенных в белый и черный цвета. По диску произведены три выстрела. Дискретная случайная величина – число пуль, попавших в белые секторы. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Плотность распределения непрерывной случайной величины задана следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty) \\ 2a, & x \in [-1, 0] \\ a, & x \in (0, 1] \end{cases}$$

Определить коэффициент a , функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[0; 2]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Прочность изделия есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием 200 кг/см^2 и средним квадратическим отклонением 20 кг/см^2 . Какую максимальную прочность изделия можно гарантировать с вероятностью $0,9$?

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 100 \text{ кг}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 12 \text{ кг}$. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2000 \text{ кг/см}^2$, а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,8$.



№11. Двадцать измерений времени, необходимого для прохождения всего маршрута автобусом, дали следующие результаты (в минутах):

24,0	25,6	27,6	26,2	26,0
26,0	28,4	28,0	29,8	30,0
28,0	31,0	31,8	33,8	33,8
34,0	35,0	36,0	35,4	36,6

Найти доверительные интервалы для среднего времени прохождения маршрута с надежностью $0,99$ и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью $0,95$. Предполагается, что определяемая случайная величина распределена по нормальному закону

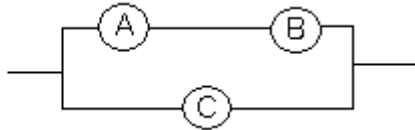
№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax^2 + bx + c$, определить коэффициенты a , b и c методом наименьших квадратов.

x	26	30	34	36	42	46	50	54
y	3,94	4,60	5,67	6,93	8,25	7,73	10,55	12,40

ВАРИАНТ 22

№1. Две бригады строителей получают 10 инструментов, среди которых 2 отличного качества. Инструменты случайным образом делятся поровну. Какова вероятность того, что в каждой бригаде будет инструмент отличного качества?

№2. Определить вероятность прохождения сигнала по электрической цепи за данный промежуток времени T , если вероятность безотказной работы элементов А, В и С соответственно равны 0,6; 0,7 и 0,8.



№3. Проверка агрегатов машины при техническом обслуживании позволяет определить неисправность с вероятностью 0,8. Вероятность ошибочного обнаружения неисправности равна 0,01. Неисправные машины составляют 20% среди всех поступающих на техобслуживание машин. Определить вероятность того, что машина исправна, если она была признана неисправной.

№4. Рабочий обслуживает пять станков, каждый из которых может выйти из строя в течение смены с вероятностью 0,01. Определить вероятность того, что по меньшей мере четыре станка проработают всю смену.

№5. При изготовлении отливок 20% всего их количества не проходит через отдел технического контроля. Какова вероятность того, что в партии из 400 отливок менее 90 отливок, не прошедших контроль?

№6. В среднем на станцию скорой помощи в течение часа поступает 12 вызовов. Определить вероятность того, что за 20 минут поступит: а) ровно четыре вызова; б) не менее трех вызовов.

№7. В партии из 8 деталей имеется 6 первосортных. Последовательно одну за другой вытаскивают случайным образом 2 детали. Дискретная случайная величина – число первосортных деталей среди отобранных. Найти: ряд распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.

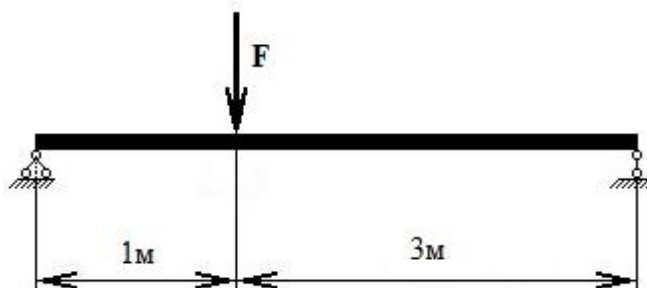
№8. Плотность вероятности некоторой случайной величины задана следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} A \cos x, & x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]; \\ 0, & x \notin \left[0, \frac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$$

Найти коэффициент A , функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $\left[\frac{\pi}{3}, \pi\right]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Случайная величина подчинена нормальному закону с математическим ожиданием 3см и дисперсией $0,16\text{см}^2$. Какова вероятность того, что при первом испытании случайная величина примет значение, меньшее, чем $3,5\text{см}$, а при втором испытании – большее, чем $2,2\text{см}$?

№10. Найти необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 100\text{кг}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 10\text{кг}$. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2100\text{кг/см}^2$, а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,95$.



№11. Результаты гидрологических наблюдений в течение 20 лет за величиной годового стока реки (в кубических километрах) приведены ниже:

0,81	0,79	0,85	0,81	0,82
0,81	0,82	0,80	0,81	0,81
0,80	0,79	0,80	0,83	0,79
0,76	0,79	0,74	0,80	0,81

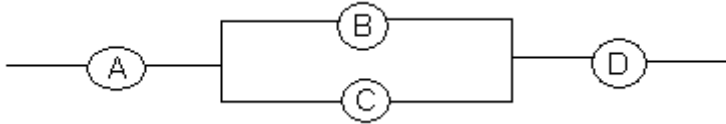
Найти доверительные интервалы для среднего значения годового стока с надежностью $0,95$ и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью $0,99$. Принять, что определяемая величина распределена по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax^2 + bx + c$, определить коэффициенты a , b и c методом наименьших квадратов.

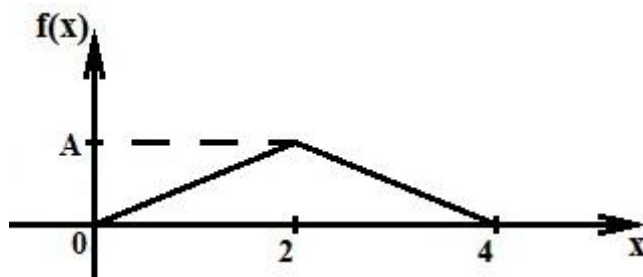
x	0,1	0,3	0,6	1,0	1,2	1,8	2,1	2,7
y	1,34	1,08	0,94	1,06	1,35	2,01	2,62	3,0

ВАРИАНТ 23

- №1. Имеющиеся четыре билета в театр разыгрываются случайным образом среди пяти юношей и семи девушек. Определить вероятность того, что билеты достанутся двум юношам и двум девушкам.
- №2. Определить вероятность прохождения сигнала по электрической цепи за данный промежуток времени, если вероятность безотказной работы элементов А, В, С и D соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8 и 0,9.



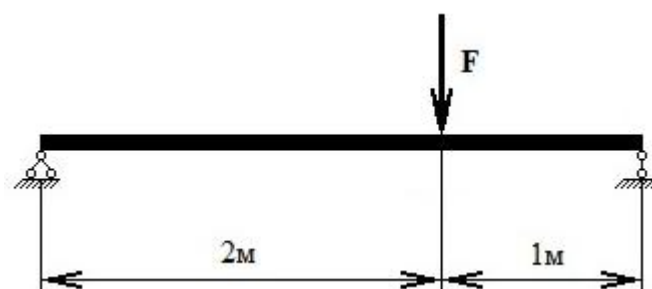
- №3. Вероятность того, что при бурении скважины будут обнаружены грунтовые воды, равна 0,3. Грунтовыми водам сопутствуют твердые породы с вероятностью 0,6. Там, где грунтовых вод нет, твердые породы встречаются с вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что при бурении будут обнаружены твердые породы.
- №4. В семье имеется пять детей. Считая вероятности рождения мальчика и девочки одинаковыми, определить вероятность того, что в такой семье три девочки и два мальчика.
- №5. Вероятность того, что пара обуви, взятая наудачу из изготовленной партии, окажется первого сорта, равна 0,4. Определить вероятность того, что среди 600 пар, поступивших на контроль, окажется не менее 230 пар первого сорта.
- №6. При артиллерийском обстреле “по площадям” на один гектар попадает в среднем 500 снарядов. Определить вероятность разрушения блиндажа площадью в 20 квадратных метров, если он не выдерживает более двух попаданий.
- №7. В группе из 12 студентов 3 юноши. Наудачу по номеру в журнале назначаются 2 человека на дежурство. Дискретная случайная величина – число юношей среди назначенных. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. График плотности вероятности некоторой случайной величины дан на чертеже:



Найти коэффициент А, аналитическое выражение для плотности вероятности $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[1,3]$. Построить график $F(x)$.

№9. Длина обоев в рулоне - случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием 18м и средним квадратическим отклонением 0,3м. Найти вероятность того, длина обоев в наугад взятом рулоне не превзойдет 18,5м.

№10. Найти необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если F является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(F) = 100$ кг и средним квадратическим отклонением $\sigma(F) = 11$ кг. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2100$ кг/см², а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,85$.



№11. В течение короткого промежутка времени измерялась влажность воздуха в цехе, получены следующие данные (в процентах):

49	50	52	48	49
51	48	49	50	53
48	49	52	47	49
50	51	49	51	50

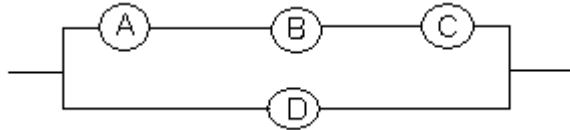
Найти доверительные интервалы для средней влажности воздуха с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,99. Принять, что определяемая величина распределена по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax^2 + bx + c$, определить коэффициенты a , b и c методом наименьших квадратов.

x	0,33	0,66	0,99	1,33	1,66	1,99	2,33	2,66
y	11,86	15,07	20,60	26,69	33,71	43,93	51,13	61,49

ВАРИАНТ 24

- №1. Прямоугольная металлическая решетка состоит из цилиндрических прутьев радиусом 1см, расстояния между осями прутьев соответственно равны 10см и 15см. Определить вероятность того, что брошенный без прицеливания перпендикулярно решетке мяч радиусом 2см проскочит через нее.
- №2. Определить вероятность прохождения сигнала по электрической цепи за данный промежуток времени, если вероятность безотказной работы элементов А, В, С и D соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8 и 0,9.



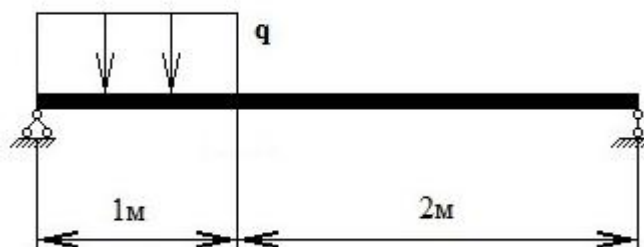
- №3. На двух станках производится одинаковая продукция. Производительность первого станка в два раза больше производительности второго. Вероятность появления брака на первом станке – 0,1, на втором - 0,15. Изготовленные за смену детали складываются в контейнер. Определить вероятность того, что случайно выбранное из контейнера изделие не окажется бракованным.
- №4. Вероятность того, что электрическая лампа проработает не менее 1000 часов, равна 0,6. Определить вероятность того, что хотя бы одна из пяти ламп проработает весь этот срок.
- №5. В меню студенческой столовой три первых блюда – борщ, рассольник и харчо. Вероятность того, что подошедший студент возьмет борщ, равна 0,4. Сколько порций борща должно быть изготовлено, чтобы с вероятностью 0,9 удовлетворить спрос, если столовую за смену посещает 400 человек?
- №6. Корректурa книги объемом в 500 страниц имеет 100 опечаток.. Определить вероятность того, что на случайно выбранной странице окажется: а) не более трех опечаток; в) ни одной опечатки.
- №7. На установке 4 ракеты. Ведется стрельба по цели, вероятность поражения которой выпущенной ракетой равна 0,8. Стрельба ведется до поражения цели. Дискретная случайная величина – число выпущенных ракет. Найти: ряд распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Плотность вероятности некоторой случайной величины задана следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} A(1-|x|), & x \in [-1,1]; \\ 0, & x \notin [-1,1]. \end{cases}$$

Найти коэффициент A , функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[0,2]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Толщина синтетической пленки есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием $0,1\text{мм}$ и средним квадратическим отклонением $0,01\text{мм}$. Какова вероятность того, что толщина пленки не превысит $0,12\text{мм}$?

№10. Найти необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(q) = 200\text{кг/см}^2$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(q) = 15\text{кг/м}$. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2000\text{кг/см}^2$, а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,95$.



№11. Одинаковые образцы сплава должны содержать ровно три грамма серебра. Исследования 20 образцов дало следующее содержание серебра (в миллиграммах):

2960	3010	2980	3000	2950
3000	3040	3010	2980	3000
2960	3010	2980	3000	2950
2960	3010	2980	3000	3000

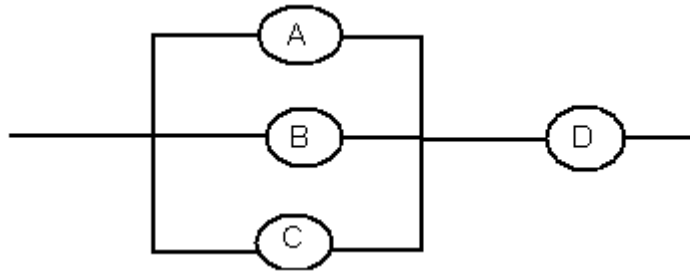
Найти доверительные интервалы для среднего содержания серебра с надежностью $0,95$ и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью $0,99$. Принять, что определяемая величина распределена по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax^2 + bx + c$, определить коэффициенты a , b и c методом наименьших квадратов.

x	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2
y	0,43	0,94	1,91	1,01	4,0	4,56	6,45	8,59

ВАРИАНТ 25

- №1. В прямоугольном броневом щите размерами 2м на 1м имеется невидимая для противника амбразура размерами 10см на 10см. Определить вероятность того, что пуля, попавшая в щит, попадет в амбразуру, если попадание в любую точку щита равновозможно.
- №2. Определить вероятность прохождения сигнала по электрической цепи за данный промежуток времени, если вероятность безотказной работы элементов А, В, С и D соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8 и 0,9.



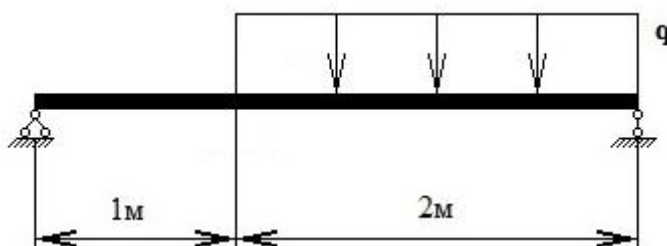
- №3. События H_1 и H_2 образуют полную группу событий. Известно, что $P(A/H_1) = 0,2$, $P(A) = 0,3$, $P(H_2) = 0,3$. Найти $P(H_2/A)$.
- №4. Определить вероятность того, что номер первой встретившейся машины содержит цифру три один раз, если известно, что номера машин состоят из буквенного кода и четырехзначных чисел, неповторяющихся и равновозможных.
- №5. Читальный зал института рассчитан на 300 студентов, каждый из которых с вероятностью 0,2 берет на абонементе англо-русский словарь. Сколько таких словарей должно быть на абонементе, чтобы с вероятностью 0,85 можно было обеспечить всех желающих?
- №6. Вероятность разрушения бетонного образца при испытании на сжатие равна 0,01. Определить вероятность того, что в партии из 300 образцов разрушится:
а) ровно два образца; в) не более четырех образцов.
- №7. Два стрелка имеют по два патрона и стреляют поочередно по одной мишени. Стрельба, которую начинает первый стрелок, ведется до первого попадания. Вероятность поражения мишени первым стрелком равна 0,9, вторым стрелком – 0,7. Дискретная случайная величина – число израсходованных патронов. Найти: ряд распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Плотность вероятности некоторой непрерывной величины задана следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} 3 \cos ax, & x \in \left[-\frac{\pi}{2a}, \frac{\pi}{2a}\right]; \\ 0, & x \notin \left[-\frac{\pi}{2a}, \frac{\pi}{2a}\right]. \end{cases}$$

Найти коэффициент a , функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $\left[0, \frac{\pi}{18}\right]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Случайная величина подчинена нормальному закону с математическим ожиданием 4,5 и дисперсией 0,25. Какова вероятность того, что при трех испытаниях эта случайная величина попадет хотя бы один раз в интервал $[4,5 ; 5,0]$?

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(q)=100\text{кг/м}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(q)=10\text{кг/м}$. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma]=2500\text{кг/м}^2$, а вероятность, с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,9$.



№11. При отработке технологии производства нового материала сделано 20 проб и получены следующие значения содержания примесей (в процентах):

1,8	2,3	1,5	1,8	2,5
1,8	2,3	2,8	1,5	1,8
2,5	3,0	1,8	2,3	2,8
1,5	1,8	2,5	2,3	1,8

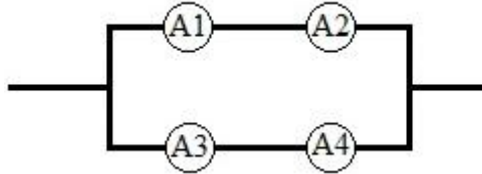
Найти доверительные интервалы для среднего процента с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,99. Принять, что процентное содержание примесей распределено по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax^2 + bx + c$, определить коэффициенты a , b и c методом наименьших квадратов.

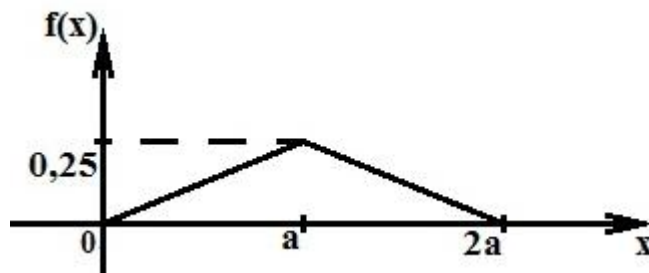
x	0,78	1,56	2,34	3,12	3,81	4,22	5,45	5,94
y	2,50	1,20	1,12	2,25	4,25	4,33	12,8	16,85

ВАРИАНТ 26

- №1. Определить вероятность угадать три числа в игре «Спортлото – пять из тридцати шести».
- №2. Определить вероятность прохождения сигнала по электрической цепи за данный промежуток времени, если вероятность безотказной работы элементов A_1, A_2, A_3, A_4 за это время соответственно равна 0,6; 0,7; 0,8 и 0,8.



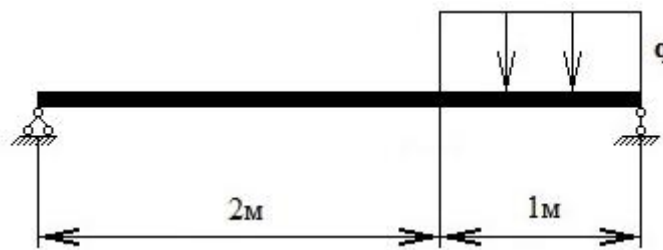
- №3. В цехе первый, второй и третий станки изготавливают соответственно 25%, 35%, и 40% всех выпускаемых болтов. Брак в их продукции составляет соответственно 5%, 4% и 2%. Случайно взятый со склада болт оказался дефектным. Определить вероятность того, что он изготовлен на втором станке.
- №4. Вероятность того, что образец цементного камня выдержит 10 циклов замораживания – размораживания равна 0,7. Испытывается партия из десяти образцов. Определить вероятность того, что не менее восьми образцов выдержат испытания.
- №5. За смену изготавливается 2000 однотипных узлов некоторого прибора. Вероятность того, что узел придется отправлять на дополнительную регулировку, равна 0,4. Вероятность того, что число отправляемых на дополнительную регулировку узлов не превысит K , равна 0,95. Определить K .
- №6. В среднем на один квадратный метр поверхности искусственного спутника попадает за время его работы на орбите 400 микрометеоритов. Определить вероятность попадания более трех микрометеоритов на стекло иллюминатора, если его площадь равна 100 см^2 .
- №7. Стрелок имеет четыре кумулятивные гранаты и ведет ими стрельбу по танку до его поражения. Вероятности поражения танка при первом, втором и т.д. выстрелах соответственно равны 0,7; 0,7 ; 0,8 и 0,9. Дискретная случайная величина - число использованных гранат. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Плотность вероятности некоторой случайной величины задана графически:



Найти коэффициент a , функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[2;6]$. Построить график $F(x)$.

№9. Вес 1 м^2 бумаги, используемой для производства высококачественных обоев, есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием 70 г и средним квадратическим отклонением 5 г . Найти вероятность, что вес 1 м^2 не превысит 78 г .

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(q) = 100\text{ кг/м}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(q) = 10\text{ кг/м}$. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2000\text{ кг/см}^2$, а вероятность с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,8$.



№11. При разработке норматива времени необходимого для изготовления определенной конструкции из железобетона были получены следующие данные хронометража (в часах):

15	17	16	18	17
20	22	16	17	20
23	16	17	18	20
22	15	16	17	18

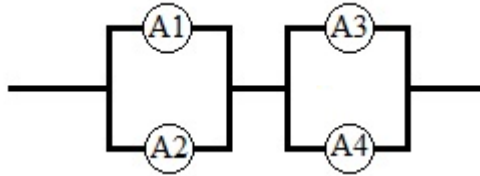
Найти доверительные интервалы для среднего значения измеряемого параметра с надежностью $0,95$ и среднеквадратического отклонения с надежностью $0,99$. Принять, что определяемый параметр распределен по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax^2 + bx + c$, определить коэффициенты a , b , c методом наименьших квадратов.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	100,0	85,6	74,4	65,3	56,7	43,4	40,8	34,8

ВАРИАНТ 27

- №1. Рассматриваются всевозможные пятизначные числа. Определить вероятность того, что все цифры случайно выбранного пятизначного числа различны.
- №2. Определить вероятность прохождения сигнала по электрической цепи за данный промежуток времени, если вероятность безотказной работы элементов A_1, A_2, A_3, A_4 за это время соответственно равна 0,6; 0,7; 0,8 и 0,9.



- №3. События H_1 и H_2 образуют полную группу событий. Известно, что $P(A/H_1) = 0,2$, $P(A) = 0,7$, $P(A/H_2) = 0,8$. Найти $P(H_1)$.
- №4. Что вероятнее: выиграть у равносильного противника не менее трех партий из четырех или не менее пяти партий из восьми, если ничейный исход партии исключается?
- №5. За смену производится 2000 деталей которые за тем сортируются и складываются в два соответствующих контейнера. Вероятность изготовления деталей первого сорта 0,6, второго сорта - 0,4. На какое количество деталей должен быть рассчитан каждый контейнер, чтобы с вероятностью 0,9 он не был переполнен к концу смены?
- №6. Трубы длиной 6м имеют случайное распределение микродефектов, средняя концентрация которых равна 0,1 микродефект на один погонный метр трубы. Определить вероятность того, что данная труба имеет: а) ровно 2 микродефекта; б) не более двух микродефектов.
- №7. В партии из восьми деталей находятся две второсортные. Последовательно одна за другой вытаскиваются случайным образом две детали. Дискретная случайная величина – число второсортных деталей среди вытасканных. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Функция распределения некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:

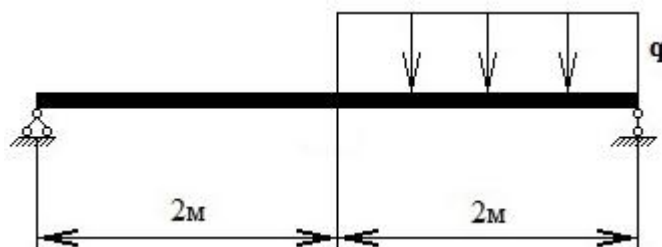
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty; 0), \\ a + b \sin x, & x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right], \\ 1, & x \in \left(\frac{\pi}{3}; \infty\right) \end{cases}$$

Определить параметры a и b , найти выражение для плотности вероятности $f(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что

случайная величина примет значение в интервале $\left[-1; \frac{\pi}{6}\right]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№9. Диаметр выпускаемой детали - случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием 5 см и дисперсией $0,04 \text{ см}^2$. Найти вероятность того, что три наудачу взятые детали имеют диаметр в пределах от 4,5 см до 5,2 см.

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(q) = 50 \text{ кг/м}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(q) = 5 \text{ кг/м}$. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2100 \text{ кг/см}^2$, а вероятность с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,95$.



№11. Даны значения промежутков времени (перерывов в газоснабжении по Московской области), вызванных повреждениями на газопроводах среднего и высокого давления (в ч.):

1,0	2,2	2,6	3,0	4,0
1,3	2,3	2,8	3,0	4,3
1,5	2,5	3,0	5,0	3,0
1,5	2,5	3,0	3,4	4,0
2,0	2,5	3,0	3,8	6,0

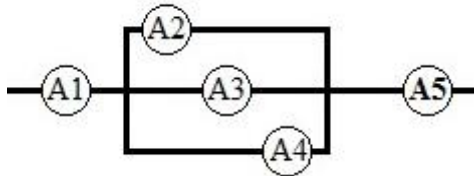
Найти доверительные интервалы для среднего значения определяемой величины с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,99. Принять, что определяемая величина распределена по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax^2 + bx + c$, определить коэффициенты a , b , c методом наименьших квадратов.

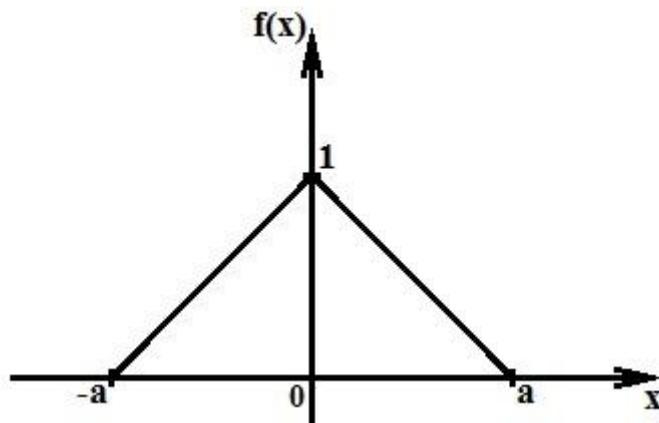
x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-0,71	-0,01	-0,51	0,81	0,88	0,81	0,49	0,34

ВАРИАНТ 28

- №1. Определить вероятность того, что наугад выбранная шестизначное число составлено из четных цифр
- №2. Определить вероятность прохождения сигнала по электрической цепи за данный промежуток времени, если вероятность безотказной работы элементов A_1, A_2, A_3, A_4 и A_5 за это время соответственно равна 0,6; 0,4 ;0,5; 0,3 и 0,9.



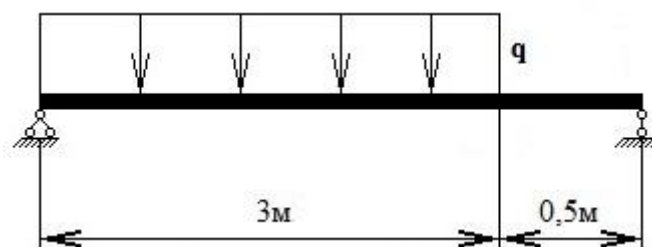
- №3. В тире имеется пять различных по точности боя винтовок. Вероятность попадания в мишень для данного стрелка из них соответственно равна 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 и 0,9. Определить вероятность попадания в мишень, если стрелок делает один выстрел из выбранной наугад винтовки.
- №4. Отдел технического контроля проверяет некоторые изделия, каждое из которых независимо от других может с вероятностью 0,02 оказаться дефектным. Определить вероятность того, что из девяти проверенных изделий дефектными окажутся не более двух .
- №5. В механическом цехе работают 120 токарей. Вероятность того, что токарю потребуется резец данного типа, равна 0,2. Сколько резцов данного типа должна иметь инструментальная кладовая, чтобы потребность в них была обеспечена с вероятностью 0,95?
- №6. Сколько доз определенного лекарства, для внутривенных вливаний необходимо иметь в машине скорой помощи, чтобы с вероятностью 0,98 его хватило на всю смену (8 часов), если известно, что в среднем за сутки используется 6 таких доз.
- №7. При первом включении зажигания двигатель начинает работать с вероятностью 0,7, при втором - с вероятностью 0,9, при третьем включении зажигания двигатель включается всегда. Дискретная случайная величина – число включений зажигания до начала работы двигателя. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$
- №8. График плотности вероятности некоторой случайной величины дан на чертеже:



Найти значение параметра a , аналитическое выражение для плотности вероятности $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[0;2]$. Построить график $F(x)$.

№9. Случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1 . Какое из двух событий $\{X \leq 0,7\}$ или $\{X \geq 0,7\}$ имеет большую вероятность?

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(q) = 70$ кг/м и средним квадратическим отклонением $\sigma(q) = 10$ кг/м. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2200$ кг/см², а вероятность с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,9$.



№11. Для определения марки цемента были проведены испытания образцов цементного камня на сжатие, которые дали следующие результаты (в кг/см²)

298	290	298	263	318
288	301	288	316	291
306	271	316	328	305
304	303	291	255	295
296	293	308	316	286

Найти доверительные интервалы для среднего значения измеряемой величины с надежностью $0,95$ и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью $0,99$. Принять, что измеряемая величина распределена по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax^2 + bx + c$, определить коэффициенты a , b , c методом наименьших квадратов.

x	0	2	3	4	5	6	8	10
y	4,3	5,1	5,6	7,4	8,8	9,7	10,1	9,4

ВАРИАНТ 29

- №1. Паркетный пол составлен из прямоугольных плиток размерами 6 на 24см. Определить вероятность того, что упавшая на пол монета полностью окажется на одной плитке, если её диаметр равен 2 см.
- №2. Вероятность того, что основное взрывное устройство не сработает, равна 0,01, а независимое дублирующее устройство не сработает - 0,02. Найти вероятность взрыва.
- №3. Проверка агрегатов машины при техническом обслуживании позволяет определить неисправность с вероятностью 0,9. Вероятность ошибочного обнаружения неисправности равна 0,02. Неисправные машины составляют 15% среди всех поступающих на техническое обслуживание машин. Определить вероятность того, что машина неисправна, если она признана исправной.
- №4. Вероятность того, что муфтовое соединение труб при прессовке водопровода не даст течи, равна 0,9. Рассматриваемый участок водопровода содержит восемь таких соединений. Определить вероятность того, что при этом течь дадут: а) не более двух соединений; б) ровно три соединения.
- №5. Доля высококачественных деталей, штампуемых предприятием составляет 75%. Сколько деталей можно заказать предприятию, чтобы с вероятностью 0,96 можно было ожидать, что среди заказанных деталей будет не менее 700 высококачественных.
- №6. Вероятность появления бракованного изделия при массовом производстве равна 0,002. Определить вероятность того, что из 1500 изделий будет не более трех бракованных.
- №7. Истребитель, вооруженный тремя ракетами, посылает их в цель. Если цель не поражена ракетой, то запускается следующая. Вероятность поражения цели первой, второй и третьей ракетами соответственно равна 0,8; 0,9; 0,95. Дискретная случайная величина – число выпущенных ракет. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. Плотность вероятности некоторой непрерывной случайной величины задана следующим образом:

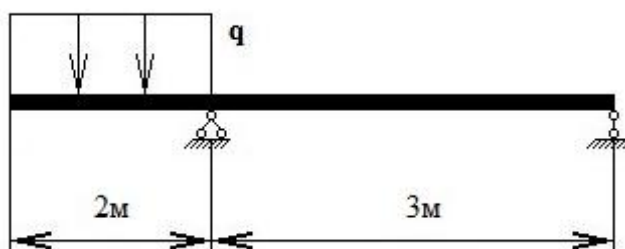
$$f(x) = \begin{cases} A \cdot \cos^2 x, & x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]; \\ 0, & x \notin \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

Найти коэффициент A , функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[0; \pi]$. Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

- №9. Заряд охотничьего пороха отвешивается на весах, имеющих среднеквадратическую ошибку взвешивания 150мг. Номинальный вес

порохового заряда 2,3г. Определить вероятность повреждения ружья, если максимально допустимый вес порохового заряда 2,5г.

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(q) = 50$ кг/м и средним квадратическим отклонением $\sigma(q) = 5$ кг/м. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2100$ кг/см², а вероятность с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,85$.



№11. Испытываются теплоизоляционные свойства нового строительного материала – стеклопора, которые оцениваются условными баллами. Получены следующие результаты:

150	165	160	160	155
160	163	163	180	165
155	165	163	160	170
160	163	165	170	165
150	165	170	155	160

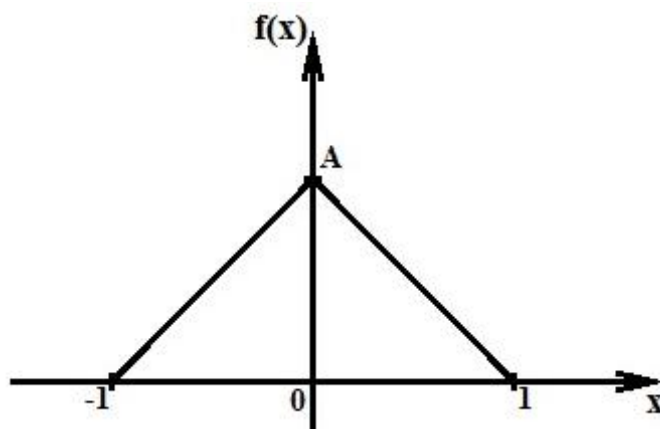
Найти доверительные интервалы для истинного значения определяемого параметра с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от истинного значения с надежностью 0,99. Принять, что определяемый параметр распределен по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax^2 + bx + c$, определить коэффициенты a , b , c методом наименьших квадратов.

x	12,0	13,1	14,0	16,1	17,4	18,0	20,0	21,4
y	54	59	67	76	85	97	107	118

ВАРИАНТ 30

- №1. В лифт семиэтажного дома на первом этаже вошли три человека. Каждый с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная со второго. Найти вероятность того, что все пассажиры выйдут: а) на пятом этаже; б) на разных этажах.
- №2. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,8, а вторым – 0,75. Стрелки делают по одному выстрелу одновременно. Определить вероятность того, что в цель попадет только один стрелок.
- №3. Известно, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин дальтоники. Наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом. Какова вероятность того, что это мужчина? Считать, что мужчин и женщин одинаковое число.
- №4. В круге радиусом $R = 6$ см находится круг радиусом $r = \sqrt{6}$ см. В большой круг случайным образом попадает шесть точек, причем попадание точки в любое место круга считается равновероятным. Найти вероятность того, что при этом хотя бы одна точка попадет в маленький круг.
- №5. Вероятность повреждения облицовочной плитки при погрузочных работах и транспортировке равна 0,02. Какое количество плиток надо заказать, чтобы с вероятностью 0,99 было доставлено не менее 2000 неповрежденных плиток?
- №6. Передвижная ремонтная бригада за смену в среднем использует четыре запасных детали определенного вида. Каким должен быть запас деталей, чтобы с вероятностью 0,89 бригаде не пришлось возвращаться на базу в течение смены?
- №7. Прибор состоит из трех узлов и работает в течение длительного времени T . За это время первый, второй и третий узлы независимо друг от друга выходят из строя с вероятностями, соответственно равными 0,1; 0,2 и 0,1. Дискретная случайная величина – число вышедших из строя узлов. Найти: закон распределения, числовые характеристики, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.
- №8. График плотности вероятности некоторой непрерывной случайной величины дан на чертеже:

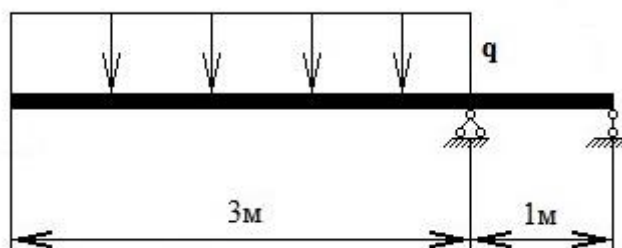


Найти коэффициент A , аналитическое выражение для плотности вероятности, функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание и дисперсию, а

также вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале $[-0,5;0]$. Построить график $F(x)$

№9. Случайные ошибки измерения распределены по нормальному закону, с математическим ожиданием 5 см и средним квадратическим отклонением 0,1 см. Найти вероятность того, что из трех независимых измерений ошибка хотя бы одного из них не превзойдет по абсолютной величине 0,05 см.

№10. Определить необходимый момент сопротивления балки, закрепленной и нагруженной, как указано на чертеже, если q является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $M(q) = 50$ кг/м и средним квадратическим отклонением $\sigma(q) = 10$ кг/м. Предельное напряжение для балки принять равным $[\sigma] = 2000$ кг/см², а вероятность с которой максимальное напряжение не должно превышать предельное, равной $p_0 = 0,9$.



№11. Время затрачиваемое на бурение шпуров в скальной породе при 25 независимых испытаниях оказалось следующим (в минутах):

10,0	10,3	9,5	10,0	10,3
11,0	12,0	10,0	10,3	9,0
9,5	10,0	10,3	11,0	12,0
12,5	9,5	10,0	10,3	11,0
12,5	10,0	10,3	11,0	12,0

Найти доверительные интервалы для среднего значения определяемой величины с надежностью 0,95 и среднеквадратического отклонения от среднего значения с надежностью 0,99. Принять, что определяемая величина распределена по нормальному закону.

№12. Данные опыта приведены в таблице в безразмерном виде. Полагая, что x и y связаны зависимостью $y = ax^2 + bx + c$, определить коэффициенты a , b , c методом наименьших квадратов.

x	0	7	12	17	22	27	32	37
y	100	87,3	72,9	63,2	54,7	47,5	41,4	36,3