Материалы для проведения Объединенной межвузовской математической олимпиады г. Москва

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
(Минобрнауки России)

ПРИКАЗ

7 ноября 2011 г. N 2598

Об утверждении Перечня олимпиад школьников на 2011/2012 учебный год

В соответствии с пунктом 22 Порядка проведения олимпиад школьников, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 октября 2007 г. N 285 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 16 ноября 2007 г., регистрационный N 10496), в редакции приказов Министерства образования и науки Российской Федерации от 4 сентября 2008 г. N 255 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 1 октября 2008 г., регистрационный N 12381), от 20 марта 2009 г. N 92 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 27 апреля 2009 г., регистрационный N 13837), от 6 октября 2009 г. N 371 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 24 ноября 2009 г., регистрационный N 15301) и от 11 октября 2010 г. N 1006 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 22 октября 2010 г., регистрационный N 18789),

приказываю:

1. Утвердить прилагаемый Перечень олимпиад школьников на 2011/2012 учебный год.

2. Признать утратившими силу приказы Министерства образования и науки Российской Федерации:

от 2 сентября 2008 г. N 254 «Об утверждении Перечня олимпиад школьников на 2008-2009 учебный год» (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 15 декабря 2008 г., регистрационный N 12851);

от 21 декабря 2009 г. N 777 «Об утверждении Перечня олимпиад школьников на 2009-2010 учебный год» (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 18 января 2010 г., регистрационный N 16000);

от 16 ноября 2010 г. N 1162 «Об утверждении Перечня олимпиад школьников на 2010-2011 учебный год» (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 2 декабря 2010 г., регистрационный N 19098).

3. Контроль за исполнением настоящего приказа возложить на заместителя Министра Дулинова М.В.

Министр А.А. Фурсенко

СОСТАВ ОРГАНИЗАТОРОВ

34.	Объединённая межвузовская математическая олимпиада	Департамент образования города Москвы, Комитет по науке и высшей школе Санкт-Петербурга, Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский институт открытого образования», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет путей сообщения», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Академия Федеральной службы безопасности Российской Федерации», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский педагогический государственный университет», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «МАТИ – Российский государственный технологический университет имени К.Э. Циолковского», Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования города Москвы «Московский городской педагогический университет», Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный технологический университет «Станкин», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет)», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный институт электроники и математики (технический университет)»,

СОСТАВ ОРГАНИЗАТОРОВ

		Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет природообустройства», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Российский университет дружбы народов», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный технический университет «МАМИ», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный горный университет», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный институт электронной техники (технический университет)», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский энергетический институт (Национальный исследовательский университет)», Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (государственный исследовательский университет)», Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный строительный университет», Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования Московской области «Международный университет природы, общества и человека «Дубна»

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН
проведения Объединенной межвузовской математической олимпиады для учащихся 11 классов в 2011/12 учебном году

● **25 декабря-31 января.** Заочный тур Олимпиады.

● **26 января.** Жеребьевка задач, утверждение варианта очного тура.

● **5 февраля.** Очный тур Олимпиады.

● **13 февраля.** Окончание первой проверки в вузах.

● Не позже 16 февраля. В вузах завершается апелляция по первой проверке.

● **28 февраля.** Публикация результатов второй проверки и сканов прошедших на нее работ.

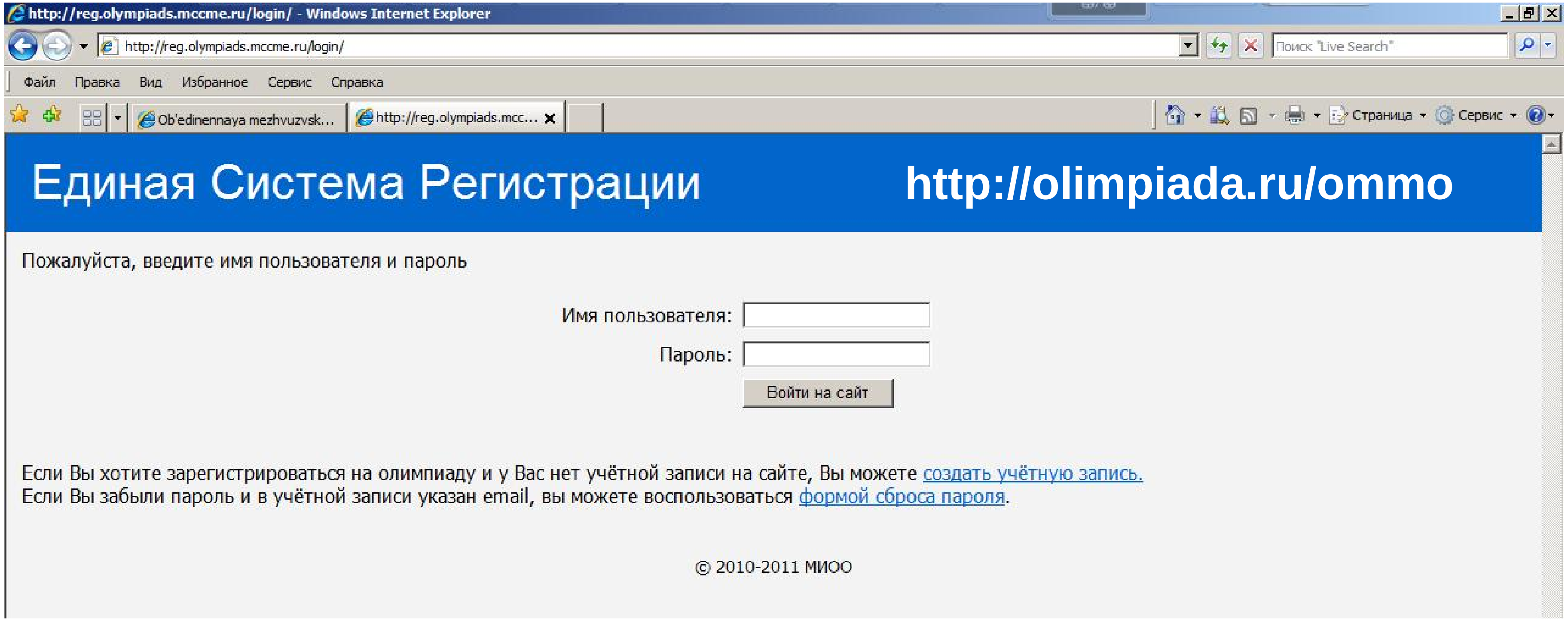
● **По 4 марта.** По электронной почте принимаются апелляции участников по второй проверке.

● **11 марта.** Заключительное заседание оргкомитета. Принимается решение о награждении дипломами 1,2,3 степени.

Подробная информация на сайте http://olimpiada.ru/ommo

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Информация о туре публикуется на интернет странице Олимпиады.



При регистрации участники первого тура выбирают один из вузов – участников, в котором они будут выполнять задания очного тура.

Подробная информация на сайте http://olimpiada.ru/ommo

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Олимпиада проводится в 2 тура.
Первый тур – заочный, второй тур – очный.

К участию в первом туре допускаются учащиеся, осваивающие общеобразовательные программы основного и среднего (полного) общего образования независимо от места учебы, жительства.

На второй (очный) тур приглашаются победители и призеры первого тура.

Победители и призеры олимпиады определяются оргкомитетом по результатам второго тура Олимпиады. Количество победителей и призеров не превышает 35% от числа участников второго тура Олимпиады.

ПОДГОТОВКА ОЧНОГО ТУРА

На заседании методкомиссии определяется структура варианта очного тура.

Примерная структура заданий

Текстовая задача	Геометрия
Арифметика	Планиметрия
Целые числа	Стереометрия
Тригонометрия	Функции
Система уравнений	Параметрическая

Очный тур составляется из задач, прошедших экспертизу, методом закрытой жеребьевки.

Все задачи, представленные вузами, не могут быть опубликованы или использованы иным способом до 07.02.2011.

ПРОВЕДЕНИЕ ОЧНОГО ТУРА

Очный тур начинается в 10.00 по московскому времени,
во всех вузах-участниках одновременно,

На решение задач отводится 4 астрономических часа – 240 минут.

Перед входом в вуз и в аудиторию участник олимпиады должен предъявить:

- паспорт (участник, не достигший 14-летнего возраста – свидетельство о рождении);
- справку из школы;
- распечатку титульного листа участника Олимпиады, подтверждающую его успешное участие в первом туре;
- распечатку бланков, на которых выполняется работа.

ПРОВЕДЕНИЕ ОЧНОГО ТУРА

В аудиторию для участия в очном туре не допускаются участники Олимпиады в верхней одежде и с любыми вещами, кроме упомянутых выше и письменных принадлежностей.

На олимпиаде запрещается пользоваться любыми средствами связи, электроникой, справочной литературой.

Все посторонние предметы участники должны сложить в отведенном месте.

Дежурный выдает участникам бумагу для черновика.
Черновики сдаются, но не проверяются

ПРОВЕДЕНИЕ ОЧНОГО ТУРА

Участнику Олимпиады запрещается делать специальные пометки на листах, которые могут идентифицировать участника.

Вскрытие конверта с заданием очного тура осуществляется старшим по аудитории не позднее 10 ч. 30 мин.,
после того, как участники Олимпиады, рассажены по местам.

После того как все участники получили задания, начинается отсчет времени.

Участники, явившиеся в аудиторию позже чем через 30 минут после начала Олимпиады, к участию в туре не допускаются.

ПРОВЕДЕНИЕ ОЧНОГО ТУРА

Оргкомитет определяет порядок выхода участников из аудиторий.

За час до окончания Олимпиады участник может покинуть аудиторию только насовсем.

По окончании Олимпиады учащиеся сдают чистовики и черновики старшему по аудитории, Участник должен поставить свою подпись на титульном листе работы, подтверждающую количество сдаваемых листов чистовика.

В случае если подпись участника на титульном листе (с заверением количества листов) отсутствует, он теряет право на апелляцию.

Текст задания участник Олимпиады может забрать с собой, если он уходит совсем, но не ранее, чем за 1 час до окончания Олимпиады.

За неоднократные нарушения настоящего Регламента участники могут быть отстранены от очного тура совместным решением ответственного представителя местного оргкомитета и наблюдателя центрального оргкомитета.

ПРОВЕРКА РАБОТ ОЧНОГО ТУРА

Первая проверка проводится в вузах. За решение каждой задачи ставится одна из следующих оценок:

+ верное решение без существенных недочетов;
+- в целом задача решена, хотя и существенными недочетами;
-+ задача не решена, но есть заметное продвижение;
- задача не решена, заметных продвижений нет;
0 задача не решалась.

В случаях, охваченных утвержденными критериями, оценка ставится в соответствии с этими критериями.

Запрещается писать какие-либо замечания или комментарии в работах школьников, Разрешается подчеркивать (но не исправлять) ошибки и необоснованные переходы.

Результаты первой проверки публикуются на сайтах соответствующих вузов под номерами работ.

Апелляция по работам, не удовлетворяющим критерию второй проверки, проводится в вузах по месту написания. Время и место проведения апелляции объявляется на сайте вуза.

ПРОВЕРКА РАБОТ ОЧНОГО ТУРА

Работы, в которых соблюден критерий второй проверки, упорядоченные по номерам, привозятся в МЦНМО.

Вторая проверка проводится членами жюри перекрестно: представители данного вуза проверяют работы из других вузов.

Результаты второй проверки доступны авторам работ на интернет-странице Олимпиады по логину и паролю, полученным при регистрации.

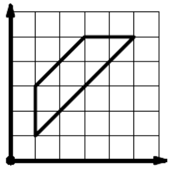
Апелляции по второй проверке принимаются в электронной форме.

На заключительном заседании оргкомитета принимается решение о награждении участников олимпиад 1,2 и 3 степени. Победителями олимпиады считаются участники, получившие диплом 1 степени, призерами – участники, получившие диплом 2 или 3 степени.

Список победителей и призеров публикуются на странице Олимпиады.
Решения задач будут опубликованы на той же странице.

Подробная информация на сайте http://olimpiada.ru/ommo

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ
2009 ГОД



Задача № 1. Найдите координаты центра и радиус окружности, описанной около четырехугольника на рисунке, если сторона клетки равна 1.

Задача № 2. Докажите, что $6255^3 - 5995^3$ делится на 13.

Задача № 3. Пролетая на драконе, Гарри Поттер увидел крысу Рона, бегущую в противоположную сторону. Пролетев еще полминуты не меняя направления, Гарри спрыгнул с дракона и отправился в погоню. Известно, что скорость Гарри в 5 раз меньше скорости дракона. Во сколько раз скорость Гарри больше скорости крысы, если он догнал крысу через 4,5 минуты после их встречи?

Задача № 4. Дана трапеция с основаниями 1 и 4 и площадью S. Найдите площадь треугольника, образованного диагоналями и меньшим основанием трапеции.

Задача № 5. Пусть $f(x) = \dfrac{x}{3} + 2$. Найдите значение функции $\underbrace{f(\ldots f(f}_{2009}(x))\ldots)$ в точке $x = 4$?

Задача № 6. Третий, четвертый, седьмой и последний члены непостоянной арифметической прогрессии образуют геометрическую прогрессию. Найдите число членов этой арифметической прогрессии.

Задача № 7. Радиус вписаной в треугольник окружности равен 1, а длины высот выражаются натуральными числами. Найдите стороны треугольника.

Задача № 8. Найдите сумму всех корней уравнения $2\cos 3x + 8|\sin x| - 7 = 0$, принадлежащих отрезку $[-2\pi/3; 3\pi/4]$.

Задача № 9. Тетраэдр с ребром 1 повернули на 90° относительно прямой, соединяющей середины противоположных ребер. Найдите объем общей части нового и исходного тетраэдров.

Задача № 10. Пусть x и y удовлетворяют системе

$$\begin{cases} y - x \leqslant 5; \\ y + 4x \leqslant -5; \\ 3y + 2x \geqslant -5. \end{cases}$$

Найдите все значения, которые может принимать функция $x^2 + y^2$.

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ
2010 ГОД

Оценки (в порядке убывания): «+», «+.», «±», «∓», «−.», «−»; за задачу, к решению которой участник не приступал, ставилась оценка «0».

Решенной считалась задача, за которую была поставлена оценка «+», «+.» или «±».

За *арифметическую* ошибку в верном решении ставилась оценка «±». За правильный, но необоснованный ответ (в частности, за правильный ответ, полученный рассмотрением частного случая) ставилась оценка «∓».

1. (Вариант 1) Десятичная запись натурального числа n содержит шестьдесят три цифры. Среди этих цифр есть двойки, тройки и четверки. Других цифр нет. Число двоек на 22 больше числа четверок. Найти остаток от деления n на 9.

Ответ. 5.

(Вариант 2) Десятичная запись натурального числа n содержит шестьдесят одну цифру. Среди этих цифр есть тройки, четверки и пятерки. Других цифр нет. Число троек на 11 больше числа пятерок. Найти остаток от деления n на 9.

Ответ. 8.

Критерии. «∓» Верный ответ получен рассмотрением частного случая.

2. В диване живут клопы и блохи. Боря лежит на диване и рассуждает: если клопов станет в несколько раз больше, то всего насекомых будет 2012, а если блох станет во столько же раз больше, а число клопов не изменится, то всего насекомых будет 2011. Сколько же насекомых живет в диване сейчас?

Ответ. 1341.

3. Перед испытательным пуском одного из агрегатов строящейся гидроэлектростанции выяснилось, что на расстоянии S км выше плотины находится рыбацкая сеть. Скорость течения реки составляет v км/ч. Работники гидроэлектростанции решили отправиться туда на катере. Снятие сети займет 5 минут. Какова должна быть собственная скорость катера, чтобы вся поездка (включая время, требуемое на снятие сети) заняла не более 45 минут?

Ответ. $x \geqslant \frac{3S+\sqrt{9S^2+4v^2}}{2}$.

Критерии. «+.» Ответ $x = \ldots$ вместо $x \geqslant \ldots$; «±» ответ найден в других единицах измерениях; «∓» при верном решении не проведено сравнение корней квадратного уравнения с нулем, из-за чего возникает дополнительный кусок решения $\left(0; \frac{3S-\sqrt{9S^2+4v^2}}{2}\right)$.

4. Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC, пересекает сторону AB в точке E и сторону BC в точке F. Найдите радиус окружности, если $AC = 6$, $\angle AEC = 5\angle BAF$, $\angle ABC = 72^\circ$.

Ответ. 3.

5. (Вариант 1) Решите уравнение $f(f(x)) = f(x)$, где $f(x) = \sqrt[5]{3-x^3-x}$.

Ответ. $x = 1$.

(Вариант 2) Решите уравнение $f(f(x)) = f(x)$, где $f(x) = 2^{-x^3-x} - 5$.

Ответ. $x = -1$.

Критерии. «∓» Найден верный ответ, но не доказано, что других корней нет (например, не обоснован переход от уравнения $f(f(x)) = f(x)$ к $f(x) = x$ или не доказано, что у уравнения $t^4+t^3+2t^2+2t+1 = 0$ нет корней).

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ
2010 ГОД

6. Найти сумму $\dfrac{\sin\frac{\pi}{3}}{2}+\dfrac{\sin\frac{2\pi}{3}}{2^2}+\dots+\dfrac{\sin\frac{2010\pi}{3}}{2^{2010}}$.

Ответ. $\frac{\sqrt{3}}{3}\left(1-\frac{1}{2^{2010}}\right)$.

Критерии. «±» В верном решении суммы конечных геометрических прогрессий приближены суммами соответствующих бесконечных геометрических прогрессий (и получен ответ $\approx\frac{\sqrt{3}}{3}$).

7. (Вариант 1) Вершины K, L, M, N четырехугольника $KLMN$ лежат соответственно на сторонах AB, BC, CD, DA квадрата $ABCD$. Найти наименьший возможный периметр четырехугольника $KLMN$, если известно, что $AK=2$ см, $BK=4$ см и $AN=ND$.

Ответ. $\sqrt{13}+\sqrt{181}$ см.

(Вариант 2) Вершины K, L, M, N четырехугольника $KLMN$ лежат соответственно на сторонах AB, BC, CD, DA квадрата $ABCD$. Найти наименьший возможный периметр четырехугольника $KLMN$, если известно, что $AK=4$ см, $BK=10$ см и $AN=ND$.

Ответ. $3\sqrt{113}+\sqrt{65}$ см.

8. (Вариант 1) Найти все решения системы $\begin{cases} xy-t^2=9;\\ x^2+y^2+z^2=18.\end{cases}$

Ответ. $(3;3;0;0)$, $(-3;-3;0;0)$.

(Вариант 2) Найти все x, y и z, удовлетворяющие равенствам $\begin{cases}\log_2(x^2+1)+\log_2(y^2+1)=4;\\ x^2+y^2=2\cos^2 z+4.\end{cases}$

Ответ. $(\pm\sqrt{3};\pm\sqrt{3};\pi n)$, $n\in\mathbb{Z}$.

9. Один фермер сварил сыр в виде неправильной пятиугольной призмы, а другой — в виде правильной четырехугольной пирамиды, высота которой в 2 раза меньше стороны основания. Ночью мыши отъели от всех вершин этих многогранников все частицы сыра, которые находились на расстоянии не большем 1 см от соответствующей вершины. У съеденных кусков сыра не было общих частиц. Какой из фермеров понес больший ущерб и во сколько раз?

Ответ. Ущерб первого фермера больше в 4,5 раза.

Критерии. «±» Верно подсчитан объем хотя бы одной из двух съеденных частей.

10. Изобразить на координатной плоскости множество точек (a,b) таких, что система уравнений $\begin{cases}x^2+y^2=a^2,\\ x+y=b\end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.

Ответ. $|b|\le\sqrt{2}|a|$.

Критерии. «±» верно найдено множество параметров a и b, но на координатной плоскости оно не изображено; «∓» ответ верен для $a>0$, но не для $a<0$.

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ 2011 ГОД
(заочный тур)

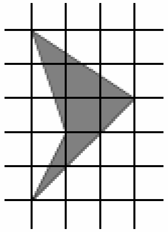
Задача 1. Известно, что $x+y=7$, а $x+y+x^2y+xy^2=23$. Найдите значение выражения x^3+y^3.
Ответ: 295.

Задача 2. Если бы Вася весь путь бежал со скоростью 8 км/ч, то он бы как раз успел на поезд. Но Вася первую четверть пути бежал в 2 раза медленнее, чем надо. С какой скоростью Васе придется бежать оставшуюся часть пути, чтобы успеть на поезд?
Ответ: 12.

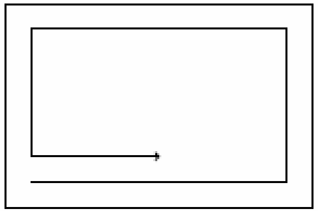
Задача 3. В гранях ABD и BCD тетраэдра $ABCD$ провели медианы BM и DN. На этих медианах выбрали точки X и Y так, что $XY \parallel AC$. Во сколько раз XY меньше AC?
Ответ: 3.

Задача 4. Известно, что сумма трех натуральных чисел равна 939. На какое наибольшее число нулей может оканчиваться десятичная запись произведения этих трех чисел?
Ответ: 7.

Задача 5. Найдите площадь фигуры на рисунке.
Ответ: 5.



Задача 6. Клетки прямоугольника 333×444 закрашивают последовательно — начиная с левой нижней и двигаясь по спирали против часовой стрелки. Найдите номер строки и столбца клетки, которая будет закрашена последней. (Например, левая нижняя клетка стоит в 333-й строке и первом столбце.)
Ответ: 167, 278.



Подробная информация на сайте http://olimpiada.ru/ommo

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ 2011 ГОД
(очный тур)

Задача 1. Решите уравнение $\sqrt{2}|x-2|\cos x = x-2$.

Задача 2. Ваня сдал три ЕГЭ. По русскому языку он набрал на 3 балла меньше, чем по физике, а по физике — на 7 баллов меньше, чем по математике. Золотая рыбка, приснившаяся Ване, обещала выполнить любое количество желаний следующих видов:
- прибавить по баллу за каждый экзамен;
- за один экзамен (по выбору Вани) уменьшить баллы на 3, а за каждый из двух остальных — увеличить на 1.

Рыбка выполняет желание, если при этом ни один результат не превысит 100 баллов. Мог ли Ваня во сне набрать 100 баллов более чем по одному экзамену?

Задача 3. Туземец из племени Танга-Танга за 111 стрел в порядке натурального обмена мог получить 2 барабана, 3 жены и одну леопардовую шкуру. Две леопардовые шкуры ценились на 8 стрел меньше, чем 3 барабана и 4 жены. Сколько стрел по отдельности стоили барабан, жена и леопардовая шкура, если за леопардовую шкуру нужно было отдать четное число стрел? (Каждый из этих предметов стоит целое число стрел.)

Задача 4. Если пассажир поедет из Москвы в Санкт-Петербург обычным поездом, то он доедет туда за 10 часов. Если же он поедет экспрессом, которого придется ждать больше 2,5 часов, то он приедет на 3 часа раньше поезда. Найдите отношение скоростей экспресса и поезда, если известно, что через 2 часа после отхода экспресс окажется на том же расстоянии от Москвы, что и поезд.

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ 2011 ГОД
(очный тур)

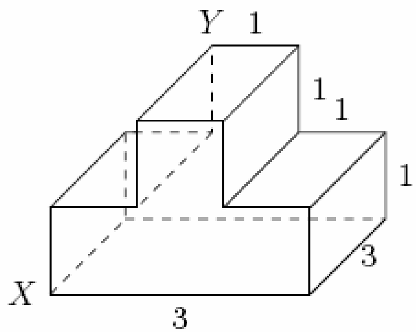
Задача 5. Три правильных девятиугольника имеют общий центр, их стороны соответственно параллельны. Стороны девятиугольников равны 8 см и 56 см. Третий девятиугольник делит площадь фигуры, заключенной между первыми двумя, в отношении $1:7$, считая от меньшего девятиугольника. Найдите сторону третьего девятиугольника.

Задача 6. Функция f такова, что $f(x+2y)-f(3x-2y)=2y-x$ для всех x, y. Найдите все возможные значения выражения $\frac{f(4t)-f(t)}{f(3t)-f(2t)}$.

Задача 7. В равнобедренном треугольнике с периметром 60 см точка пересечения медиан лежит на вписанной окружности. Найдите стороны треугольника.

Задача 8. Решите систему

$$\begin{cases} x+y+z=15; \\ x^2+y^2+z^2=81; \\ xy+xz=3yz. \end{cases}$$



Задача 9. На рисунке изображен многогранник, все двугранные углы которого прямые. Саша утверждает, что кратчайший путь по поверхности этого многогранника от вершины X до вершины Y имеет длину 4,5. Прав ли он?

Задача 10. Плоская фигура W представляет собой множество всех точек, координаты которых (x,y) удовлетворяют неравенству: $(|x|+|4-|y||-4)^2 \leqslant 4$. Нарисуйте фигуру W и найдите ее площадь.